



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

§. 12. Die spezifische Formänderungsarbeit.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-84594](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-84594)

stellenden Lehren, worauf es aber an dieser Stelle nicht ankommt — und dann daraus die reducirte Spannung σ_{red} ermittelt. Es ist, da solche Fälle öfters vorliegen, nützlich, diese Umrechnung hier ein für alle Male vorzunehmen. Dazu sind also σ_x und τ als bereits bekannt vorauszusetzen.

Aus Gl. (12) S. 31 erhält man für $\sigma_y = 0$ die Hauptspannungen

$$\sigma_{\text{I}} = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sqrt{4\tau^2 + \sigma_x^2}); \quad \sigma_{\text{II}} = \frac{1}{2} (\sigma_x - \sqrt{4\tau^2 + \sigma_x^2}).$$

Durch Einsetzen in Gl. (36) folgt daraus

$$\sigma_{\text{red}} = \frac{m-1}{2m} \sigma_x \pm \frac{m+1}{2m} \sqrt{4\tau^2 + \sigma_x^2}. \quad (39)$$

Man erhält das obere oder das untere Wurzelvorzeichen, je nachdem man den einen oder den anderen der beiden in Gl. (37) für σ_{red} angegebenen Werthe nimmt. Nach den vorhergehenden Bemerkungen muss man immer jenes Vorzeichen wählen, das den ungünstigsten Werth für σ_{red} liefert. Auf der Zugseite einer zugleich gebogenen und verdrehten Welle wird man daher das positive, auf der Druckseite das negative Vorzeichen zu nehmen haben u. s. f.

Mit $m = 4$ geht Gl. (39) über in

$$\sigma_{\text{red}} = \frac{3}{8} \sigma_x \pm \frac{5}{8} \sqrt{4\tau^2 + \sigma_x^2}$$

und in dieser Form wird sie gewöhnlich angeschrieben. Dagegen wird für

$$m = 3 : \sigma_{\text{red}} = \frac{1}{3} \sigma_x \pm \frac{2}{3} \sqrt{4\tau^2 + \sigma_x^2},$$

$$m = 3\frac{1}{3} : \sigma_{\text{red}} = 0,35 \sigma_x + 0,65 \sqrt{4\tau^2 + \sigma_x^2}.$$

§ 12. Die spezifische Formänderungsarbeit.

Man denke sich wieder ein unendlich kleines Parallelepipid in den Hauptrichtungen herausgeschnitten. Die Spannungen am Umfange sind für diesen Theil des Körpers als äussere Kräfte anzusehen, die bei der Formänderung eine Arbeit leisten,

da sie längs eines gewissen Weges wirken. Dadurch wird dem Körperelemente eine Energiemenge zugeführt, die darin aufgespeichert wird und bei der Umkehrung des Vorgangs wieder daraus gewonnen werden kann. Man bezeichnet diese Energie, auch als die potentielle Energie des gespannten Körpers oder auch als das Potential der elastischen Kräfte. Wir wollen anstatt dessen an der in der Technik üblicheren Bezeichnung „Formänderungsarbeit“ festhalten. Wird die Formänderungsarbeit auf die Volumeneinheit des Körpers an der betreffenden Stelle bezogen, so soll dies durch die nähere Bezeichnung „specifische“ Formänderungsarbeit ausgedrückt werden.

Für den linearen Spannungszustand ist die gesammte Formänderungsarbeit des Körpers schon in Gl. (17) angegeben. Wenn der Körper dem Hooke'schen Gesetze gehorcht, ist die Kraft P in jedem Augenblicke der zugehörigen Längenänderung proportional. In Gl. (17)

$$A = \int_0^{\Delta l} P dx$$

können wir daher, wenn der der gesammten Längenänderung Δl entsprechende Werth von P mit P' bezeichnet wird,

$$P = P' \frac{x}{\Delta l}$$

setzen und die vorige Gleichung geht damit über in

$$A = \frac{P'}{\Delta l} \int_0^{\Delta l} x dx = \frac{1}{2} P' \Delta l. \quad (40)$$

Die specifische Formänderungsarbeit wird hieraus gefunden, wenn wir diese Gleichung auf einen Würfel anwenden, dessen Seite gleich der Längeneinheit ist. Dann geht P' über in σ und Δl in ε , also, wenn die specifische Formänderungsarbeit mit A bezeichnet wird,

$$A = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon = \frac{1}{2} E \varepsilon^2 = \frac{\sigma^2}{2E}. \quad (41)$$

Für den Fall des ebenen Problems mit den Haupt-

spannungen σ_x und σ_y finden wir A auf demselben Wege. Die Dehnungen in den Hauptrichtungen werden

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \left(\sigma_x - \frac{1}{m} \sigma_y \right); \quad \varepsilon_y = \frac{1}{E} \left(\sigma_y - \frac{1}{m} \sigma_x \right).$$

Auf die Dehnung in der dritten Hauptrichtung kommt es nicht an, da die ihr entsprechende Hauptspannung Null ist. Auf die Rechtecke von den Kantenlängen $dy dz$ wirken die Kräfte $\sigma_x dy dz$ in entgegengesetzter Richtung. Wenn sich der Abstand dx zwischen beiden Rechtecken um $\varepsilon_x dx$ vergrößert, leisten die beiden Kräfte zusammengenommen eine Arbeit, die gleich diesem Wege multiplicirt mit dem Mittelwerthe der Kräfte während des allmählichen Anwachsens des Spannungszustandes ist. Dieser Mittelwerth ist, wie im vorausgehenden Falle, gleich der Hälfte der zuletzt erreichten Grösse, die Arbeit daher

$$\frac{1}{2} \sigma_x dy dz \cdot \varepsilon_x dx \quad \text{oder} \quad \frac{1}{2E} \left(\sigma_x^2 - \frac{1}{m} \sigma_x \sigma_y \right) dx dy dz.$$

Dazu kommt der ebenso zu bildende Ausdruck für die Arbeit der Hauptspannung in der Y-Richtung. Addirt man beide Beträge und streicht man den Factor $dx dy dz$, womit die Arbeit auf die Volumeneinheit bezogen wird, so erhält man

$$A = \frac{1}{E} \left(\frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}{2} - \frac{1}{m} \sigma_x \sigma_y \right). \quad (42)$$

Für den allgemeinsten Fall mit drei von Null verschiedenen Hauptspannungen würde man ebenso erhalten

$$A = \frac{1}{E} \left(\frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2}{2} - \frac{1}{m} (\sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_z) \right). \quad (43)$$

Auch bei diesen Betrachtungen ist es wieder nützlich, den Fall der reinen Schubbeanspruchung gesondert zu untersuchen. Am Umfange des in Abb. 13 S. 62 herausgezeichneten Körperelementes wirken nur die Schubspannungen τ . Wenn wir uns die Formänderung so vorgenommen denken, wie es durch punktirte Linien in Abb. 13 angedeutet ist — also ohne weitere Verschiebung oder Drehung des Volumenelementes, die auf die ganze geleistete Arbeit keinen Einfluss haben kann,

da die Spannungen am Umfange ein Gleichgewichtssystem mit einander bilden — kommt nur die Arbeit der Schubspannungen an der oberen Seite in Betracht, da sich die untere Seite überhaupt nicht verschiebt, während die Verschiebungen der anderen Seiten senkrecht zur Krafrichtung stehen. Der Mittelwerth der Kraft während der Formänderung ist aus denselben Gründen wie vorher gleich der Hälfte des zuletzt erreichten Werthes zu setzen, also gleich

$$\frac{1}{2} \tau dx dz$$

und der Weg, der in der Richtung der Kraft zurückgelegt wird, gleich γdy . Die Formänderungsarbeit ist daher

$$\frac{1}{2} \tau \gamma dx dy dz.$$

Die spezifische Formänderungsarbeit wird daraus durch Streichen des Factors $dx dy dz$, der das Volumen des betrachteten Parallelepipeds angibt, gefunden, also mit Berücksichtigung von Gl. (33)

$$A = \frac{1}{2} \tau \gamma = \frac{1}{2} G \gamma^2 = \frac{\tau^2}{2G}. \quad (44)$$

Der Ausdruck (44) muss mit dem in Gl. (42) angegebenen Werthe übereinstimmen, wenn man in diesem die Hauptspannungen σ_x und σ_y gleich $+\tau$ bzw. $-\tau$ setzt. Die so erhaltene Gleichung

$$\frac{1}{E} \left(\frac{\tau^2 + \tau^2}{2} + \frac{1}{m} \tau \cdot \tau \right) = \frac{\tau^2}{2G}$$

liefert nach ihrer Auflösung nach G wieder die in § 8 auf ganz anderem Wege abgeleitete Beziehung

$$G = \frac{m}{2(m+1)} E$$

zwischen den drei Elasticitäts-Coefficienten.

Ein feineres Empfinden wird in diesen Schlüssen noch eine gewisse Lücke herausfühlen. Es ist nämlich noch nicht darauf hingewiesen worden, dass die Formänderungsarbeit für ein beliebig gestaltetes Volumenelement dem Volumen proportional, von der besonderen Gestalt des Elementes aber un-

abhängig ist. Bis zu einem gewissen Grade lässt sich dies zwar schon daraus entnehmen, dass die potentielle Energie an den materiellen Inhalt des Elementes gebunden ist und dass man in der That nur auf Grund einer solchen Vorstellung von einer spezifischen Formänderungsarbeit sprechen kann. Ein directer Nachweis bleibt aber immerhin wünschenswerth. Diesen kann man dadurch führen, dass man sich das Volumenelement in Elemente höherer Ordnung zerlegt denkt, deren Kanten nach den Hauptrichtungen orientirt sind. Summirt man die Arbeitsleistungen aller Spannungen auf den Seitenflächen dieser Elemente höherer Ordnung über das ganze ursprünglich gegebene Volumenelement, so heben sich alle Glieder gegeneinander auf, die auf Flächen kommen, in denen zwei Elemente höherer Ordnung aneinander grenzen, da die Kräfte nach dem Gesetze der Action und Reaction einander entgegengesetzt, die Wege aber die gleichen sind. Die Summe ist daher gleich den Arbeitsleistungen der Spannungen am Umfange des Elementes erster Ordnung, woraus der Satz folgt.

Aufgaben.

4. *Aufg.* Ein Zugstab aus Flusseisen werde mit 1000 atm gespannt; wie gross ist die grösste in ihm auftretende Winkeländerung γ in Secunden ausgedrückt, wenn $E = 2\,200\,000$ atm und $m = 3\frac{1}{3}$ gesetzt wird?

Lösung. In § 5 folgte aus den Gleichungen (15), dass die grösste Schubspannung beim linearen Spannungszustande gleich der Hälfte der Hauptspannung, hier also gleich 500 atm ist. Der Schubelastizitätsmodul berechnet sich nach Gl. (34) hier zu

$$G = \frac{3\frac{1}{3}}{2 \cdot 4\frac{1}{3}} \cdot 2\,200\,000 = 846\,000 \text{ atm}$$

und damit die Winkeländerung γ nach Gl. (33)

$$\gamma = \frac{500 \text{ atm}}{846\,000 \text{ atm}} = 591 \cdot 10^{-6}$$

und da $1'' = 4,85 \cdot 10^{-6}$ in Bogenmaass ist,

$$\gamma = 122'' = 2' 2''.$$

Hierzu bemerke ich noch, dass Gl. (33) zunächst für den Fall der reinen Schubspannung abgeleitet wurde, der hier allerdings nicht vorliegt. Die Formel bleibt aber auch hier gültig, weil Normalspannungen, die zu den Schubspannungen noch hinzukommen, für sich genommen keine Winkeländerungen bewirken, und weil man nach dem Superpositionsgesetze die ganze Formänderung immer aus den einzelnen Aenderungen zusammensetzen kann, die den verschiedenen Componenten irgend eines Spannungszustandes entsprechen.

Die berechnete Winkeländerung tritt zwischen zwei auf der Oberfläche des Stabes unter 45° zur Stabaxe gezogenen, auf einander senkrecht stehenden Linien ein. Ich habe früher einmal versucht, sie unmittelbar mit Hilfe eines besonders dazu construirten Spiegelapparates zu messen, konnte aber zu keinem zuverlässigen Ergebnisse gelangen, weil es zu schwierig ist, zwei Spiegel genügend dauerhaft mit einem Stabe so zu verbinden, dass jeder von ihnen stets einer von jenen beiden Linien parallel bleiben muss. Wenn es später noch gelingen sollte, einen Apparat zu bauen, der dieser Forderung hinreichend genau entspricht, könnte man durch einen einfachen Zugversuch gleichzeitig beide Elasticitätsmoduln E und G bestimmen, womit auch m bekannt wäre. Diese directe Bestimmung hätte manche Vorzüge gegenüber der Ableitung von G aus Verdrehungsversuchen; leider ist zur Zeit wenig Aussicht zu ihrer Verwirklichung.

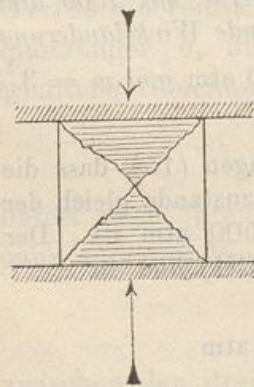


Abb. 16.

5. Aufg. Ein Granitwürfel von 6 cm Seite wird in der Prüfungsmaschine mit 24 t belastet. Wie gross ist die Beanspruchung auf Schub und wie gross ist die Winkeländerung γ , wenn $E = 300000$ atm und $m = 4$ gesetzt wird?

Lösung. Man findet wie in voriger Aufgabe $\tau = 333$ atm, $G = 120000$ atm und $\gamma = \frac{1}{360} = 0^\circ 9' 30''$.

Bemerkung. Die Frage steht in Verbindung mit einer Ansicht, die früher über die Art, wie der Bruch eines solchen Steinwürfels erfolge, sehr verbreitet war. Der Steinwürfel zerfällt nämlich so in Bruchstücke, dass zwei oft sehr schön ausgebildete Pyramiden entstehen, die in Abb. 16 durch horizontale Schraffur hervorgehoben sind. Die Seitenflächen der Pyramiden, also die Hauptbruchflächen, folgen ungefähr jenen Schnittrichtungen, für

die τ den grössten Werth annimmt. Man schloss daraus, dass bei dem Druckversuche in Wirklichkeit die Schubfestigkeit überwunden würde. — Wahrscheinlicher ist indessen die folgende Erklärung dieser Erscheinung. Beim Zusammendrücken des Würfels tritt gleichzeitig eine Querdehnung ein. Nun ist Steinmaterial im Stande, nur eine gewisse spezifische Dehnung zu ertragen, Granit, wie früher angeführt, etwa $60 \cdot 10^{-5}$, bevor eine dauernde Trennung eintritt. Dabei ist es wahrscheinlich gleichgültig, ob diese Dehnung durch einen Zug in der einen Richtung oder durch einen Druck in der Querrichtung zu Stande kommt. Der Bruch wäre also dann dadurch zu erklären, dass sich auf den vier freien Seitenflächen Stücke loslösen, so dass die Pyramiden übrig bleiben. Bei manchen Druckversuchen hat in der That Bauschinger keine Pyramiden, sondern Prismen als Bruchstücke erhalten, deren Kanten der Haupttrichtung parallel gingen, was unmittelbar auf die gegebene Erklärung hinweist. — Zur Erklärung der pyramidalen Gestalt muss aber noch auf einen anderen, wichtigen Umstand geachtet werden. Die Druckflächen des Steines sind nämlich durch die Reibung zwischen ihnen und den Druckplatten der Prüfungsmaschine gehindert, sich der Quere nach auszudehnen. Dadurch kommt in der Nähe der Druckflächen überhaupt kein linearer Spannungszustand heraus. Auch die benachbarten Stellen werden an der freien Querdehnung gehindert; man muss daher erwarten, dass der Bruch in der Mitte beginnt, bis wohin sich diese Hemmung der Querdehnung am wenigsten erstreckt. Beachtet man, dass die Druckflächen durch die Reibung an jeder Querdehnung gehindert sind, dass also ein auch über sie sich erstreckender Riss kaum zu erwarten ist, so wird die nahezu pyramidenförmige Gestalt der Hauptbruchreste leicht verständlich. Zugleich gibt diese Betrachtung auch Rechenschaft über eine andere Erscheinung, die man bei der Prüfung von Steinen auf Druckfestigkeit beobachtet. Man findet nämlich die Festigkeit abhängig von dem Verhältnisse der Höhe des Probekörpers zur Grundfläche; je höher er ist, desto geringer ist gewöhnlich die Festigkeit. Da sich der Einfluss der durch Reibung festgehaltenen Grundflächen bei höheren Prismen in der Mitte nicht mehr so fühlbar machen kann, als bei niederen, erklärt sich diese Erscheinung ganz ungezwungen. Zugleich erwähne ich noch, dass ich neuerdings Druckversuche an Steinwürfeln mit geschmierten Druckflächen vorgenommen habe. In diesem Falle spaltet sich der Stein nicht in schiefer Richtung sondern in gerader, so dass er in eine Reihe von Prismen zerfällt. Die Bruchlast ist in diesem Falle weit geringer ($\frac{1}{2}$ oder selbst $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$) von der bei nicht geschmierten Druckflächen beobachteten. — Es

ist üblich, die Druckfestigkeit von Steinen immer nur an Probekörpern in Würfelform mit ungeschmierten Druckflächen zu ermitteln. Bei der Deutung der so erhaltenen Ziffern ist auf die vorausgehenden Darlegungen wohl zu achten.

6. *Aufg.* Ein Cylinder von nachgiebigerem Material (kleinem E) ist in den cylindrischen Hohlraum einer ihn auf dem Mantel dicht umschliessenden (nahezu) starren Masse eingepasst und wird der Längsrichtung nach mit 200 atm zusammengedrückt. Wie gross ist der Druck, den er am Mantel auf die ihn umschliessende Masse ausübt a) wenn $m = 4$, b) wenn $m = 2$ gesetzt wird?

Lösung. Man hat hier $\sigma_I = 200$ und $\sigma_{II} = \sigma_{III} = x$. Die Unbekannte x muss so gewählt werden, dass $\epsilon_{II} = \epsilon_{III} = 0$ wird, also

$$\epsilon_{II} = \frac{1}{E} \left(\sigma_{II} - \frac{1}{m} (\sigma_I + \sigma_{III}) \right) = 0; \quad x - \frac{1}{m} (x + 200) = 0.$$

Für $m = 4$ folgt daraus $x = 66\frac{2}{3}$ atm und für $m = 2$ wird $x = 200$ atm. Im letzten Falle ist der Seitendruck genau so gross, als wenn der cylindrische Hohlraum von einer Flüssigkeit ausgefüllt wäre.

7. *Aufg.* Wie gross ist die reducirte Spannung für den in *Aufg. 3, S. 38* angegebenen Fall, wenn $m = 4$ gesetzt wird?

Lösung. Für $m = 4$ ist nach § 11

$$\sigma_{\text{red}} = \frac{3}{8} \sigma_x + \frac{5}{8} \sqrt{4\tau^2 + \sigma_x^2},$$

und hier ist $\sigma_x = 300$, $\tau = 400$ atm zu setzen. Setzt man dies ein, so wird $\sigma_{\text{red}} = 646$ atm.

8. *Aufg.* Eine an beiden Enden durch starke Böden geschlossene cylindrische Röhre stehe unter einem inneren Ueberdrucke. Die Zugspannung der Rohrwand in tangentialer Richtung betrage 800 atm, die in der Längsrichtung 400 atm. Wie gross ist die reducirte Spannung für $m = 3\frac{1}{3}$?

Lösung. Nach Gl. (36) hat man

$$\sigma_{\text{red}} = 800 - \frac{1}{3\frac{1}{3}} \cdot 400 = 680 \text{ atm.}$$

Anmerkung. Die Lösung beruht, wie alle diese Rechnungen, auf der in der Praxis allgemein angenommenen Anschauung, dass die Bruchgefahr von der grössten Dehnung abhängt. Es möge aber hier wenigstens angemerkt werden, dass Herr Prof. Wehage

in Berlin auf Grund einiger Versuche zu dem Schlusse gelangt ist, die Beanspruchung werde im vorliegenden Falle durch die Längsspannung des Rohrs nicht vermindert, sondern im Gegentheile erhöht. Hiernach wäre σ_{red} grösser als 800 atm anzunehmen. Bestätigungen der Ansicht von Wehage sind indessen erst noch abzuwarten; bis dahin rechne ich nach der gewöhnlichen Annahme.

9. Aufg. Eine sich von einem Ende zum anderen gleichmässig verjüngende Zugstange von den Endquerschnitten F_1 und F_2 und der Länge l wird mit der Kraft P centrisch gezogen. Wie gross ist die Formänderungsarbeit?

Lösung. Der Querschnitt F im Abstände x von jenem Ende, an dem der Querschnitt $= F_1$ ist, berechnet sich auf

$$F = \left(\sqrt{F_1} + \frac{x}{l} (\sqrt{F_2} - \sqrt{F_1}) \right)^2.$$

Für die Formänderungsarbeit dA in einem Abschnitte der Stange von der Länge dx , also von dem Volumen Fdx erhält man nach Gl. (41)

$$dA = Fdx \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{P^2}{2E} \cdot \frac{dx}{F}$$

und die Formänderungsarbeit A der ganzen Stange wird daraus durch Integration nach x gefunden, also

$$A = \frac{P^2}{2E} \int_0^l \frac{dx}{\left[\sqrt{F_1} + \frac{x}{l} (\sqrt{F_2} - \sqrt{F_1}) \right]^2}.$$

Mit Benutzung der Integralformel

$$\int \frac{dx}{(ax + b)^2} = -\frac{1}{a(ax + b)}$$

geht dies über in

$$\begin{aligned} A &= -\frac{P^2}{2E} \cdot \frac{l}{\sqrt{F_2} - \sqrt{F_1}} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{F_1} + \frac{x}{l} (\sqrt{F_2} - \sqrt{F_1})} \right]_0^l \\ &= \frac{P^2}{2E} \cdot \frac{l}{\sqrt{F_1 F_2}}. \end{aligned}$$

Setzt man $F_2 = F_1$, so erhält man

$$A = \frac{P^2 l}{2 E F_1}$$

und dies ist der Ausdruck für die Formänderungsarbeit einer Stange vom konstanten Querschnitte F_1 . Unterscheiden sich F_1 und F_2 nur wenig von einander, so kann man genau genug das geometrische Mittel $\sqrt{F_1 F_2}$ durch das arithmetische $\frac{F_1 + F_2}{2}$ ersetzen.

Anmerkung. In der Lösung dieser Aufgabe ist gegenüber der ersten Auflage ein Fehler verbessert, der den ganzen Rechnungsgang beeinflusst hatte.

10. *Aufg.* Eine an beiden Enden festgehaltene Zugstange war ursprünglich mit 600 atm gespannt. Dann wird sie um 50° C. abgekühlt. Um wie viel erhöht sich die spezifische Formänderungsarbeit, wenn $E = 2 \cdot 10^6$ atm und der Ausdehnungscoefficient des Eisens $= \frac{1}{80000}$ für 1° C. gesetzt wird?

Lösung. Wenn die Enden der Stange frei wären, hätte die Abkühlung eine spezifische Verkürzung ε zur Folge, die

$$\varepsilon = \frac{50}{80000} = \frac{1}{1600}$$

wäre. Um diese Verkürzung zu verhindern, muss eine Zugspannung in der Stange auftreten, die für sich genommen eine spezifische elastische Dehnung von demselben Betrage zu Stande bringt. Diese Spannung σ ist nach Gl. (18)

$$|\sigma = E\varepsilon = 2 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{1600} = 1250 \text{ atm.}$$

Durch die Abkühlung wird also die Zugspannung von ursprünglich 600 atm auf 1850 atm erhöht. Bei vielen Eisensorten liegt dies schon über der Proportionalitätsgrenze, wir wollen indessen annehmen, dass dies hier nicht zutrifft, da wir die Formänderungsarbeit nicht mehr genau berechnen können, sobald jene Grenze überschritten ist.

Nach Gl. (41) ist im ursprünglichen Zustande

$$A = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{600^2}{4 \cdot 10^6} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 0,09 \frac{\text{cm kg}}{\text{cm}^3}.$$

Die im letzten Ausdrucke gegebene Bezeichnung der Dimensionen weist darauf hin, dass A eine Arbeitsleistung (cm kg) bezogen auf ein Einheitsvolumen (cm³) darstellt. — Setzt man an Stelle von 600 atm jetzt 1850 atm in den vorstehenden Ausdruck ein, so wird

$$A = \frac{1850^2}{4 \cdot 10^6} = 0,856 \frac{\text{cm kg}}{\text{cm}^3}.$$

Die Formänderungsarbeit hat sich daher um 0,766 erhöht. Diese potentielle Energie ist nicht durch Aufwand von Arbeit äusserer Kräfte hervorgebracht worden, kann sich aber gleichwohl jederzeit in solche verwandeln. Sie hat ihren Ursprung in einem Theile der dem Stabe bei der Temperaturerhöhung zugeführten Wärme, der in mechanische Energie umgewandelt wird. Man erkennt daraus, dass die spezifische Wärme des Stabes im gespannten und im ungespannten Zustande etwas verschieden sein muss, und dass überhaupt ein Zusammenhang zwischen dem elastischen Formänderungszustande und dem Wärmezustande bestehen muss. Die weitere Erörterung dieses Zusammenhanges ist eine Aufgabe der mechanischen Wärmetheorie; in der Festigkeitslehre sind diese Erscheinungen ohne Bedeutung, und man kann sie daher hier gewöhnlich vollständig vernachlässigen. Es möge nur noch bemerkt werden, dass ein Stab, der ohne Zufuhr oder Ableitung von Wärme gedehnt wird, sich dabei ein wenig abkühlt. In der Festigkeitsmaschine bemerkt man diese Abkühlung nicht, da sie sich nur auf Tausendstel Grade beläuft. Dies gilt indessen nur so lange als die Elasticitätsgrenze nicht überschritten wird. Von da ab wird die äussere Arbeit nicht mehr ausschliesslich in Form von potentieller Energie aufgespeichert, sondern zum Theile in Wärme umgewandelt, die beim Abreissen eines Stabes eine recht beträchtliche Temperaturerhöhung bewirkt.