Vorlesungen über technische Mechanik

Föppl, August

Leipzig, 1900

Spannungsvertheilung bei einfacher Zugbeanspruchung.

Wird ein Stück des Körpers so abgegrenzt, dass seine Oberfläche mit der Oberfläche des ganzen Körpers zum Theile zusammenfällt (also so, dass das Stück nicht ganz aus dem Innern des Körpers herausgeschnitten ist), so treten an diesen Stellen keine Spannungen auf, dagegen können hier Druckkräfte von aussen, also von anderen Körpern her übertragen werden. Die äusseren Kräfte müssen im Gleichgewichte mit den an den übrigen Theilen der Oberfläche des Körperstücks (also an den Schnittflächen) übertragenen Spannungen und mit den etwa auf die Masse des Körperstücks selbst wirkenden Fernkräften stehen. Da die äusseren Kräfte gewöhnlich als gegeben angesehen werden können, erhält man durch diese Gleichgewichtsbedingung ein Mittel, um die Grösse der Spannungen unter gewissen Umständen zu berechnen.

Man nehme z. B. den in Abb. 1 dargestellten Fall einer Zugstange an, die durch die an den beiden Enden angreifenden Kräfte P in Spannung versetzt wird. Denkt man sich durch einen Schnitt mm den links davon liegenden Theil des Körpers von dem Reste abgetrennt, so erfordert die Gleichgewichtsbedingung für diesen Theil, dass im Schnitte mm Spannungen übertragen werden, deren Resultirende gleich P ist und in die Richtung der Stabmittellinie fällt.

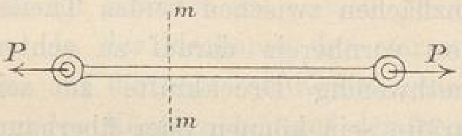

Abb. 1.

Freilich kennt man damit zunächst nur die gesammte durch die Schnittfläche mm übertragene Spannkraft, und man weiss noch nicht, wie sie sich auf die einzelnen Theile des Querschnitts vertheilt. So lange man den Körper, was bei allen bisherigen Betrachtungen noch zulässig war, immer noch als starr ansieht, fehlt in der That jedes Mittel, um die Vertheilung der Spannungen über den Querschnitt selbst in diesem einfachsten Falle der Zugbeanspruchung zu finden. Die Aufgabe ist statisch unbestimmt, genau in demselben Sinne wie jene über die Druckvertheilung auf die vier Beine eines Tisches, von der vorher die Rede war.

Wenn die Stange wirklich starr wäre, hätte es allerdings auch kaum ein Interesse, Näheres über die Vertheilung der Spannungen im Querschnitte zu erfahren, da diese für das physikalische Verhalten des Körpers ganz belanglos wäre. Der Widerstand, den ein Körper dem Zerreissen entgegenzusetzen vermag, ist aber immer nur begrenzt. Wenn ein Bruch eintritt, ist von vornherein nicht zu erwarten, dass dieser sich gleichzeitig über den ganzen Querschnitt erstreckt. Er kann auch an einer Stelle, an der die günstigsten Bedingungen dafür vorliegen, beginnen und sich dann erst über die übrigen Stellen ausbreiten. Um ein Urtheil darüber zu erhalten, ob bei einer bestimmten Belastung ein Bruch zu erwarten ist, müssen wir daher Näheres über die Vertheilung der gesammten Spannung über den Bruchquerschnitt zu erfahren suchen.

Dazu kann uns nur eine Untersuchung der Formänderungen verhelfen, die dem Bruche vorausgehen. Denn diese hängen in bestimmter Weise mit der Vertheilung der Spannungen zusammen. Die Art dieses Zusammenhanges wird durch die besonderen Eigenschaften des belasteten Körpers bedingt und kann nur auf Grund der Erfahrung festgestellt werden. Wenn der Körper elastisch ist und der Schnitt mm von den Enden der Stange weit genug entfernt ist, sprechen einfache geometrische Überlegungen dafür, dass die elastische Dehnung in der Richtung der Stabaxe für alle Punkte des Querschnitts mm ungefähr constant ist, und dass dasselbe daher auch für die Spannungen zutrifft. Man findet dann, wie viel Spannung in der Flächeneinheit des Querschnitts übertragen wird, wenn man die ganze Kraft P durch die Maasszahl des Querschnitts F dividirt. Die in dieser Weise berechnete Spannung für die Flächeneinheit

$$\sigma = \frac{P}{F} \tag{1}$$

wird die specifische Spannung genannt. Es hängt von dem Stoffe ab, aus dem die Zugstange besteht, wie gross die specifische Spannung werden darf, ohne dass die Gefahr eines Bruches nahe gerückt ist. Die Berechnung der specifischen

Spannung ist daher in allen solchen Fällen eine der wichtigsten Aufgaben der Festigkeitslehre.

Nicht immer darf man indessen darauf vertrauen, dass diese einfachste, gleichförmige Vertheilung der Spannungen eintritt. Ein wichtiges Beispiel dafür liefert die Prüfung von Cementkörpern auf Zugfestigkeit. Um einen Cement auf seine Zugfestigkeit zu prüfen, pflegt man einen Gewichtstheil mit drei Gewichtstheilen einer besonderen Sandsorte (sog. Normalsande) zu mischen, eine bestimmte Menge Wasser zuzusetzen, das Ganze gehörig durchzuarbeiten und den erhaltenen Mörtel in eine Metallform zu bringen, in der er durch Schläge eines gewissen vereinbarten Anforderungen entsprechenden Schlagwerks stark zusammengedrückt wird. Der so erhaltene Probekörper von der in Abb. 2 angegebenen Gestalt wird dann später, nachdem er erhärtet ist, in eine Maschine gebracht, in der der Körper von zwei Zangen erfasst und durch eine abgewogene Belastung P abgerissen wird. Der Bruch erfolgt zwischen den Linien aa und bb in Abb. 2. Auch in diesem Falle pflegt man allerdings gewöhnlich die Festigkeit des Cements nach Gleichung (1) zu berechnen. Man erhält aber dabei nur einen Durchschnittswerth der specifischen Spannung σ für den ganzen Bruchquerschnitt und bleibt im Unklaren darüber, wie gross die specifische Spannung an jener Stelle ist, an der der Bruch beginnt. Um sich davon zu überzeugen, dass diese viel höher ist, als der nach Gl. (1) berechnete Durchschnittswerth, genügt es, ein Stück von derselben Gestalt aus Kautschuk herzustellen und dieses in derselben Weise auf Zug zu beanspruchen, wie es mit dem Cementkörper bei der Prüfung geschieht. Zieht man auf einer der ebenen Seitenflächen zwei feine Linien aa und bb, so bemerkt man, dass die Dehnung in der Nähe der Kanten viel grösser wird als in der Mitte. Die vorher geraden Linien aa und bb werden etwas gekrümmt und zwar so, dass sie sich ihre convexen Seiten zukehren. Bei einem

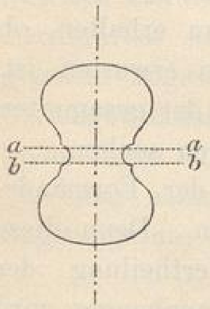

Abb. 2.