UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Stochastik

Barth, Friedrich

München, [20]03

Aufgaben

urn:nbn:de:hbz:466:1-83580

Visual Library

Aufgaben

Zu 15.1.

1. Schätze $P(|H_n - p| < \frac{\sigma}{n})$ mit Hilfe der *Tschebyschow*-Ungleichung ab.
2. Berechne mit Hilfe der Binomialtabellen die Wahrscheinlichkeiten $P(|H_n - p| < \frac{\sigma}{n})$ für $n = 200$ und **a)** $p = 0{,}5$ **b)** $p = 0{,}4$, **c)** $p = 0{,}01$.
3. X sei die Anzahl der Adler beim n-fachen Wurf einer L-Münze. Berechne $P(\frac{1}{2}n - \frac{1}{2}\sqrt{n} \leqq X \leqq \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}\sqrt{n})$ für **a)** $n = 10$, **b)** $n = 100$, **c)** $n = 200$ und vergleiche die erhaltenen Werte mit dem Näherungswert von *de Moivre* für große n.

Zu 15.2.

4. Zur Einübung der Standardisierung betrachten wir zwei nicht binomial verteilte Zufallsgrößen. Führe die Standardisierung durch und zeichne Histogramme und kumulative Verteilungsfunktionen in nicht-standardisierter und standardisierter Form.
   a) X sei eine gleichmäßig verteilte Zufallsgröße, die die Werte 1, 2, 3, 4 und 5 annimmt.
   b)

x	1	2	3	4	5
$W(x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

5. **a)** Standardisiere die nach $B(3; \frac{1}{2})$ verteilte Zufallsgröße X.
   b) Zeichne Dichtefunktion und kumulative Verteilungsfunktion in nichtstandardisierter und in standardisierter Form.
6. Führe Aufgabe **5** mit $B(3; \frac{1}{10})$ durch.

Zu 15.3.

7. Berechne eine Obersumme S_{10} und eine Untersumme s_{10} für das Integral $I = \int_0^5 e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$ mit einer gleichmäßigen Einteilung in 10 Streifen. Wieso gilt $2I \approx \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$?
   Nimm als Näherungswert für I den Wert $\frac{1}{2}(S_{10} + s_{10})$ und vergleiche ihn mit $\sqrt{2\pi}$.
8. Zwei Freunde A und B spielen regelmäßig Schach. A gewinnt im Mittel 60% aller Spiele.
   a) Berechne für $n = 10\,(50)$ die Wahrscheinlichkeit dafür, daß A genau 6 (30) Spiele gewinnt. Berechne auch einen Näherungswert und gib den prozentualen Fehler an.
   b) Berechne unter der Voraussetzung, daß 10% aller Spiele remis enden, die Wahrscheinlichkeit dafür, daß B genau 5 (23) Spiele gewinnt und sich damit als der scheinbar Bessere erweist. Gib einen Näherungswert und den prozentualen Fehler an.
9. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß unter 1000 (100000) Zufallsziffern die Ziffer 7 um genau 10% öfter auftritt, als zu erwarten ist?
10. Jemand füllt auf gut Glück 2 Reihen eines Toto-Zettels der 11er-Wette aus. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit (exakt und angenähert) dafür, daß er in mindestens einer Reihe genau 9 Richtige hat? Wie groß ist der prozentuale Fehler?
11. Eine L-Münze wurde 800mal geworfen. Dabei ergab sich 400mal Adler. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis?
12. Am Tyche-Gymnasium sind 968 Schüler. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind genau 3 bzw. 5 bzw. 7 Schüler am 1. April geboren? Welche Annahme macht man über die Verteilung der Geburtstage?

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

•13. Dorothea und Theodor werfen unabhängig voneinander jeder eine Münze gleich oft. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß sie gleich viele Adler werfen? Wie groß ist diese Wahrscheinlichkeit bei 10 bzw. 100 bzw. 1000 Würfen?
Hinweis: Beachte Aufgabe 115/**42. b)**!

•14. Gib die Größenordnung für die in Aufgabe 272/**75. b)** bestimmte Wahrscheinlichkeit an. Was kann man aus dieser Zahl für die physikalische Realität des Ereignisses schließen?

15. Ist $M(n;p)$ der Maximalwert der Binomialverteilung $B(n;p)$, so gilt für $0<p<1$ und großes n die Näherung $M(n;p) \approx \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$.

Zu 15.4.

16. Welchen Wert erhält man für *de Moivres* Beispiel $P(|H_{3600} - \frac{1}{2}| \leqq \frac{1}{120})$ bei Anwendung des Integralgrenzwertsatzes? Vgl. damit den in der Fußnote auf Seite 277 angegebenen exakten Wert.

17. **a)** *Daniel Bernoulli* (1700–1782) behauptet 1770 in seiner Abhandlung *Mensura sortis*: Bei 20000 Geburten pro Jahr ist es genauso wahrscheinlich, daß mindestens 9953 und höchstens 10047 Knaben geboren werden, wie, daß mehr oder weniger Knaben geboren werden, vorausgesetzt, daß beide Geschlechter gleiche Wahrscheinlichkeit haben. – Überprüfe dies.
b) *Laplace* gibt folgendes Beispiel für seinen Integralgrenzwertsatz. Die Wahrscheinlichkeit einer Knabengeburt verhalte sich zur Wahrscheinlichkeit einer Mädchengeburt wie 18 : 17. Mögen in einem Jahr 14000 Kinder geboren werden. Dann ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß nicht mehr als 7363 und nicht weniger als 7037 Knaben geboren werden, nahezu 0,994303. Bestätige diese Aussage.

18. **a)** Berechne mit den Angaben von Aufgabe 312/**8** die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Spieler A höchstens bzw. mindestens 6 (30) Spiele von 10 (50) Spielen gewinnt. (Exakte Lösung und Näherungslösung)
b) Berechne mit den Angaben von Aufgabe 312/**8. b)** die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Spieler B mindestens 5 (23) Spiele von 10 (50) Spielen gewinnt. (Exakte Lösung und Näherungslösung)

19. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß unter 1000 (100000) Zufallsziffern die Ziffer 7 um mehr als 10% öfter auftritt, als zu erwarten ist?

20. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß einer bei 2 Tippreihen im Toto mindestens einmal mindestens 9 Richtige hat (vgl. Aufgabe 312/**10**).

21. Eine L-Münze werde 800mal geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Anzahl der Adler in **a)** $[390; 410]$ **b)** $[380; 400]$ liegt.

22. Jemand testet Würfel so, daß er 1200mal würfelt und die Anzahl der auftretenden Sechser notiert. Treten Abweichungen um mehr als 5% von 200 auf, so lehnt er den Würfel ab. Wieviel Prozent der Würfel werden abgelehnt,
a) wenn es sich um Laplace-Würfel handelt,
b) wenn es sich um Würfel handelt, bei denen die Sechs die Wahrscheinlichkeit 0,15 hat?

23. *Niccolò Tartaglia* (1499–1557) schlug vor, den Einsatz im Verhältnis 7 : 5 aufzuteilen, wenn bei einem Spiel von 60 Partien A bereits 10 und B noch keine Partie gewonnen hat. Überprüfe den Vorschlag *Tartaglias*. (Vgl. Aufgabe 269/**66**.)

24. In einer Urne befinden sich 1 schwarze und 1 weiße Kugel. Es werde n-mal mit Zurücklegen gezogen. Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Häufigkeit des Ereignisses »Die schwarze Kugel wird gezogen« im Intervall $[0{,}45; 0{,}55]$ liegt
a) für $n = 10$, **b)** für $n = 1000$.

25. Eine Münze werde 800mal geworfen. Wie groß muß m mindestens sein, so daß Wappen zwischen 380mal und m-mal mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 0,5 fällt,

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

a) wenn es sich um eine Laplace-Münze handelt,
b) wenn Wappen die Wahrscheinlichkeit 0,45 besitzt,
c) wenn Wappen die Wahrscheinlichkeit 0,55 besitzt?

26. Bei einem Fährbetrieb zu einer Ausflugsinsel stehen immer 2 gleiche Fährschiffe gleichzeitig bereit. Unter der Annahme, daß sich 1000 Personen mit der Wahrscheinlichkeit 0,5 für je eines der beiden Fährschiffe entscheiden, bestimme man die Mindestkapazität, die man für ein Fährschiff wählen muß, damit in höchstens 1% aller Fälle Fahrgäste zurückgewiesen werden müssen.

27. Ein Fußballspieler verwandelt im Schnitt 90% seiner Strafstöße, d.h., 90% der von ihm geschossenen Elfmeter gehen ins Tor. Während seines Trainings muß er 300 Strafstöße schießen.
a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird er, falls man keinen Trainingseffekt annimmt,
 1) weniger als 260, **2)** mindestens 290 Strafstöße verwandeln?
b) Ab welcher kleinsten Zahl m lohnt es sich, darauf zu wetten, daß er höchstens m Strafstöße verwandeln wird?
c) In welches symmetrisch um μ gelegene Intervall fällt die Anzahl der verwandelten Strafstöße mit einer Sicherheit von 95%?

28. n Personen stimmen über einen Antrag ab. Er gilt als angenommen, wenn mehr als $\frac{1}{2}n$ Personen mit JA stimmen. $k(\leqq n)$ Personen stimmen sicher mit JA. Die restlichen $n-k$ Personen stimmen jeweils mit der Wahrscheinlichkeit $p=\frac{1}{3}$ mit JA.
a) Nun sei $n=9$ und $k=3$.
 1) Z sei die Zufallsgröße »Anzahl der JA-Stimmen«. Gib die Wahrscheinlichkeitsfunktion und die kumulative Verteilungsfunktion von Z an.
 2) Berechne den Erwartungswert und die Standardabweichung von Z.
 3) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird der Antrag angenommen?
b) Nun sei $n=900000$ und $k=300000$. Wie groß ist jetzt die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Antrag angenommen wird?

29. In einem Lande wird nach dem Mehrheitswahlrecht gewählt. In jedem der 8 Wahlkreise stellen die beiden Parteien A und B jeweils genau einen Wahlkreisbewerber auf. Jeder Wahlkreis habe 1000 Wähler, die auch alle von ihrem Stimmrecht Gebrauch machen. Als gewählt gilt, wer mehr als 50% der Stimmen im Wahlkreis erhält. Die A-Partei hat im ganzen Lande 51% aller Stimmen erhalten, die sich gleichmäßig über das Land verteilen.
a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein fester Wahlkreis für den A-Kandidaten votiert?
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß überhaupt kein B-Kandidat ins Parlament kommt?
c) Wie wahrscheinlich ist es, daß genau ein B-Kandidat gewählt wird?
d) Nach einem Jahr der Regierung testet die A-Partei ihre Beliebtheit durch eine Umfrage unter 1000 Personen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind JA-Stimmen zwischen 490 und 530 zu erwarten, wenn man annimmt, daß weiterhin 51% der Bevölkerung für A sind?

30. Der Zulieferer einer Autofirma garantiert, daß mindestens 95% seiner Zündkerzen einwandfrei sind. Die Autofirma entnimmt den Lieferungen laufend immer wieder Zündkerzen und prüft sie. Wenn unter 500 geprüften Zündkerzen mehr als 30 defekte sind, wird reklamiert. Mit welcher Höchstwahrscheinlichkeit wird zu Unrecht reklamiert?

31. Die Heilungsquote für Magenkrebs liegt bei Früherkennung etwa bei 45%. Unter den Patienten, die ein Internist in den letzten Jahren untersuchte, waren 123 Magenkrebsfälle, von denen 64 geheilt wurden. Kann man dem Arzt bescheinigen, daß er ein überdurchschnittlich guter Diagnostiker ist? Berechne dazu die Wahrscheinlichkeit dafür, daß unter 123 Patienten 64 oder mehr Patienten geheilt werden.

32. Im Mai wurden in der Christophorus-Klinik 28 Jungen und 22 Mädchen geboren. In der Frauenklinik der benachbarten Großstadt wurden im gleichen Zeitraum 112 Jungen und 88 Mädchen geboren.
Berechne mit P(»Junge«) $= 0{,}514$ die Wahrscheinlichkeit dafür, daß unter 50 Kindern 28 Jungen oder mehr bzw. unter 200 Kindern 112 Jungen oder mehr geboren werden.

33. Bei einem bestimmten Transistorentyp ist erfahrungsgemäß mit 10% Ausschuß zu rechnen. Die Firma A braucht 100 einwandfreie Transistoren. Sie kauft vorsichtshalber 110 Transistoren.
a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit reichen sie nicht?
b) Wie viele Transistoren sollte die Firma kaufen, damit sie mit einer Sicherheit von 97,5% genügend brauchbare Transistoren hat?

34. Wie viele Personen müssen mindestens untersucht werden, um den Anteil der Farbenblinden in einer Bevölkerung mit 90% Sicherheit auf 0,05 genau zu bestimmen?

35. a) Eine Prüfung bestehe aus 3 voneinander unabhängigen Fragen, deren Leichtigkeitsgrad bzw. $\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}$ ist. (Leichtigkeitsgrad $\frac{3}{4}$ bedeutet: Im Mittel lösen 75 Prozent aller Kandidaten diese Frage.)
1) Stelle für die Zufallsgröße $Z :=$ »Anzahl der richtig gelösten Aufgaben« einen passenden Wahrscheinlichkeitsraum auf.
2) Zeichne für Z ein Histogramm zur Breite 1. (Hochwert für W: $1 \mathrel{\hat=} 6{,}4\,\text{cm}$)
3) Gib die kumulative Verteilungsfunktion F von Z an und zeichne ihren Graphen (gleicher Maßstab wie bei **2**).
4) Berechne den Erwartungswert und die Standardabweichung von Z und deute den Erwartungswert.
5) Bestimme die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse
$E_1 :=$ »Es werden höchstens 2 Fragen richtig gelöst« und
$E_2 :=$ »Es werden mindestens 2 Fragen richtig gelöst«
mit Hilfe der kumulativen Verteilungsfunktion F.
b) Nun handle es sich um einen multiple-choice-Test aus 100 voneinander unabhängigen Fragen vom Leichtigkeitsgrad 0,4.
1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß genau k $(0 \leqq k \leqq 100)$ Fragen richtig gelöst werden? (Z sei wie oben definiert.) Gib für diesen Ausdruck einen Näherungsausdruck an; berechne dann den Näherungswert für $k = 45$.
2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß mindestens 50 der Fragen richtig gelöst werden? Gib einen Näherungswert für diese Wahrscheinlichkeit an.
3) Leider können nur 75 Prozent der Bewerber aufgenommen werden. Gib mit Hilfe der Φ-Funktion die zur Aufnahme nötige Mindestanzahl richtig gelöster Aufgaben an.
4) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind Abweichungen um mindestens 5 Prozentpunkte vom festgelegten Sollwert 75 Prozent zu erwarten? Dieser Ausdruck hängt von der Anzahl N der Bewerber ab. Bestimme mit Hilfe der Φ-Funktion einen Näherungswert für $N = 300$.

36. Die Fluggesellschaft PALOMA weiß aus langjähriger Erfahrung, daß jeder zweite Fluggast Orangensaft und jeder zehnte Tomatensaft trinkt.
a) Wie viele Dosen müssen von jedem Getränk an Bord einer Maschine von 240 Sitzplätzen genommen werden, wenn man mit einer Sicherheit von
1) mindestens 95%, **2)** mindestens 99% jeden Saftwunsch einmal erfüllen will? Um wieviel Prozent liegt der Mehrbedarf über der Erwartung?
b) Löse **a)** für ein Großraumflugzeug der Kapazität 480.

37. Für den Flug München–New York hat eine Gesellschaft ein Platzangebot von 240 Plätzen. Erfahrungsgemäß gibt es 10% No-shows (i.e. Passagiere, die zum gebuchten Flug

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

nicht erscheinen). Wie viele Buchungen dürfen höchstens akzeptiert werden, wenn in mindestens 99% aller Fälle kein Ärger entstehen soll?

38. *Jakob Bernoulli* (1655–1705) errechnete zum Abschluß seiner *Ars Conjectandi* die Anzahl n der Versuche, bei denen es c-mal wahrscheinlicher ist, daß die Anzahl der fruchtbaren Beobachtungen zur Anzahl aller Beobachtungen ein Verhältnis hat, das im Intervall $\left[\frac{r-1}{t}; \frac{r+1}{t}\right]$ liegt. (Vgl. Aufgabe 271/**70** und 273/**82**.) Im einzelnen gab *Bernoulli* für $r:t = 30:50$ an:

c	10^3	10^4	10^5
n	25550	31258	36966

Zeige mit Hilfe des Integralgrenzwertsatzes von *de Moivre* und *Laplace*, daß man mit viel weniger Versuchen auskommt.

39. Zum Nutzen von Grenzwertformeln. Ein Computer führe pro Nanosekunde 1 Rechenoperation aus. Wie lang würde die Berechnung von $\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$ mit $n = 10^{20}$ ungefähr dauern? (Von der kritischen Frage der Rechengenauigkeit sei abgesehen.)

Zu 15.6.

40. Führe das Beispiel aus **15.6.** zum zentralen Grenzwertsatz durch für die Folge $S_i :=$ Augensumme beim Werfen von i Laplace-Würfeln, $i = 1, 2, 3, 4, 8$.

41. Der Erwartungswert einer stetig verteilten Zufallsgröße X mit der Dichtefunktion f wird definiert als $\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)\,\mathrm{d}x$. Berechne damit Erwartungswert und Varianz einer normal verteilten Zufallsgröße mit der Dichtefunktion $\varphi_{\mu\sigma}$.

42. In einer Klinik ergab die Untersuchung von 1000 Neugeborenen eine mittlere Körperlänge von 51 cm; die Standardabweichung betrug 4 cm. Berechne unter der Annahme, daß die Längen normal verteilt sind, wie viele der Babys
a) länger als 56 cm sind, **b)** kürzer als 43 cm sind, **c)** Körperlängen zwischen 49 cm und 55 cm haben, **d)** eine Körperlänge von 48 cm haben (auf cm genau).

43. Bei einer Prüfung erzielte eine Gruppe von Prüflingen einen Mittelwert von 13 Punkten mit einer Standardabweichung von 2,5. Berechne unter der Annahme, daß die Zufallsgröße »Punktezahl eines beliebig ausgewählten Prüflings« annähernd normal verteilt ist,
a) den Prozentsatz der Prüflinge, die mindestens 10 Punkte erreichen,
b) die höchste Punktzahl, die im schlechteren Drittel der Prüflinge erreicht wird,
c) die Mindestpunktzahl, die man erreichen muß, um zu den 10% Besten zu gehören.

44. Mit einer Maschine werden Werkstücke einer bestimmten Länge hergestellt. Die Zufallsgröße »Länge« ist in etwa normal verteilt. Sie hat den Mittelwert 25,00 mm und die Standardabweichung 0,05 mm.
a) Wieviel Prozent Ausschuß sind zu erwarten, wenn das Werkstück eine Länge von mindestens 24,93 mm haben muß?
b) Wieviel Prozent Ausschuß sind zu erwarten, wenn die Länge um höchstens 0,12 mm vom Sollwert abweichen darf?
c) Wie groß muß die Toleranz gewählt werden, damit der Ausschuß 6% nicht übersteigt?
d) Durch eine Fehleinstellung arbeitet die Maschine mit einem Mittelwert von 25,02 mm bei gleicher Standardabweichung. Wieviel Prozent Ausschuß ergeben sich jetzt, wenn die Toleranz weiterhin 0,12 mm vom Sollwert 25,00 mm beträgt?

45. Durch eine Umfrage soll der Prozentsatz der Anhänger einer bestimmten Partei mit einem Fehler von höchstens $\frac{1}{2}$ Prozentpunkt bestimmt werden. Wie viele unabhängige Befragungen müssen mindestens durchgeführt werden, damit man eine Sicherheit von mindestens 99% für das Ergebnis gewährleisten kann?

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

46. Bei der Musterung des IV. Geburtsquartals von 1937 stellte man 1958 fest:*
Im Durchschnitt wog der Gemusterte 67,2 kg, die Standardabweichung betrug 8,3 kg. Wir nehmen an, daß die Zufallsgröße »Masse eines Gemusterten« normal verteilt ist.
Im Fahrstuhl der Kaserne liest man »Höchstens 6 Personen – Maximal 450 kg«. Mit welcher Wahrscheinlichkeit

a) sind 6 Gemusterte zu schwer,

b) können 7 Gemusterte den Fahrstuhl benützen,

c) liegt die Gesamtmasse von 6 Gemusterten um mehr als 20 kg unter der zugelassenen Höchstmasse von 450 kg?

Benütze zur Lösung den **Satz**: Die Summe unabhängiger, normal verteilter Zufallsgrößen ist wieder normal verteilt.

47. Zuckerpakete mit der Nennfüllung 500 g werden maschinell gefüllt. Das deutsche Eichgesetz und die Fertigpackungs-Verordnung schreiben vor, daß höchstens 2% der Packungen weniger als 492,5 g enthalten dürfen und daß ferner kein Paket weniger als 485 g enthalten darf. Wenn wir nun annehmen, daß die Zufallsgröße »Füllmasse in g« annähernd normal verteilt ist, dann ist die letzte Forderung nicht erfüllbar. Wir verlangen statt ihrer, daß höchstens 5‰ aller Packungen 485 g unterschreiten können.

a) Auf welchen Mittelwert μ muß die Maschine eingestellt werden, und wie genau (gemessen mittels σ) muß sie arbeiten, damit beide Bedingungen erfüllt werden?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit füllt die so eingestellte Maschine Pakete ab, die mehr als die Nennfüllmenge enthalten?

48. Unter 417 untersuchten Personen waren 16 Farbenblinde. Bestimme mit Hilfe der Normalverteilung ein Konfidenzintervall für $p = P$(»farbenblind«) zur Sicherheit von 95%.

49. Die mit Hilfe der Ungleichung von *Bienaymé-Tschebyschow* gelösten Aufgaben aus **14.8.** können nun mit Hilfe der Normalverteilung näherungsweise gelöst werden. Folgende Aufgaben bieten sich dafür an:

a) 272/**73c)**, **b)** 273/**77**, **c)** 273/**80**, **d)** 273/**84a)**, **b)**, **e)** 274/**86**, **f)** 274/**87**, **g)** 274/**92**, **h)** 275/**93**,

i) Als weitere Aufgaben zur Übung eignen sich 272/**76**, 273/**78a)**, 273/**79**, 273/**81**, 273/**83**, 274/**90**, 275/**94**, 275/**95**.

•50. ***Quetelet*sche Kurven.** Im 3. Buch seines Werks *Sur l'homme et le développement de ses facultés ou Essai d'une physique sociale* (1835) gibt der Belgier *Adolphe Quetelet* (1796–1874) Daten über den Brustumfang schottischer Soldaten, gemessen in englischen Zoll:

Brustumfang in Zoll	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
Anzahl der Soldaten	3	18	81	185	420	749	1073	1079	934	658	370	92	50	21	4	1

a) Es sei $X :=$ Brustumfang eines schottischen Soldaten, gemessen in Zoll. Bestimme die relativen Häufigkeiten der Ereignisse $X = k$.

b) Zeichne damit einen Graphen, der die kumulative Verteilungsfunktion von X annähert. Ein solcher Graph heißt *Quetelet*sche Kurve. (1 Zoll ≙ 1 cm, Hochwert 1 ≙ 10 cm) Entnimm dieser Zeichnung Näherungswerte für μ und σ. [Ergebnis: $\mu = 39{,}8$; $\sigma = 2$]

c) Zeichne mit den Tabellenwerten ein Histogramm zur Breite 1 (1 Zoll ≙ 1 cm, 2% ≙ 1 cm) und trage zusätzlich mit Hilfe der Werte μ und σ aus **b)** die »Idealwerte« ein, die sich ergeben, wenn man annimmt, daß X normal verteilt ist. Verwende dazu die Tabelle der Dichte φ.

d) Berechne unter der Annahme der Normalverteilung die auf ganze Zahlen gerundeten »Idealwerte« für die Tabelle von *Quetelet*.

* *G. Finger* und *R. Harbeck*: Über einige morphologische Daten 20jähriger Männer. – *Homo* **12** (1961). Diesem Artikel wurde auch das Titelbild auf Seite 276 entnommen.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN