Stochastik

Barth, Friedrich

München, [20]03

12. 4. 3. Zusammenfassung

urn:nbn:de:hbz:466:1-83580

Die $W_{X,Y}$-Tabelle ist eine Produkttafel der Randwahrscheinlichkeiten, also sind X und Y unabhängige Zufallsgrößen.
Für das Produkt $X \cdot Y$ gilt:

$x \cdot y$	0	1
$W_{X \cdot Y}(x \cdot y)$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

$\mathscr{E}(X \cdot Y) = \frac{1}{4} = \mathscr{E}X \cdot \mathscr{E}Y$.

$\operatorname{Var}(X \cdot Y) = \mathscr{E}[(X \cdot Y)^2] - [\mathscr{E}(X \cdot Y)]^2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$.

Dagegen ist $\operatorname{Var} X \cdot \operatorname{Var} Y = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$.

12.4.3. Zusammenfassung

In den beiden vorausgehenden Abschnitten **12.4.1.** und **12.4.2.** wurde eine Reihe von Sätzen über Erwartung und Varianz von Zufallsgrößen bewiesen, die wir in der folgenden Tabelle übersichtlich zusammenstellen wollen. Dabei geben wir zusätzlich die entsprechenden Sätze für die Standardabweichung σ an.

	$a, b \in \mathbb{R}$	
Erwartung $\mathscr{E}$	Varianz Var	Standardabweichung σ
$\mathscr{E}a = a$ $\mathscr{E}(X + a) = \mathscr{E}X + a$ $\mathscr{E}(aX) = a \cdot \mathscr{E}X$ $\mathscr{E}(X + Y) = \mathscr{E}X + \mathscr{E}Y$ $\mathscr{E}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \mathscr{E}X_i$ $\mathscr{E}$ ist eine lineare Funktion, d. h., $\mathscr{E}(aX + bY) = a\mathscr{E}X + b\mathscr{E}Y$	$\operatorname{Var} a = 0$ $\operatorname{Var}(X + a) = \operatorname{Var} X$ $\operatorname{Var}(aX) = a^2 \operatorname{Var} X$	$\sigma(a) = 0$ $\sigma(X + a) = \sigma(X)$ $\sigma(aX) = \lvert a \rvert \cdot \sigma(X)$
	X und Y stochastisch unabhängig $\Rightarrow$	
$\mathscr{E}(X \cdot Y) = \mathscr{E}X \cdot \mathscr{E}Y$	$\operatorname{Var}(X + Y) = \operatorname{Var} X + \operatorname{Var} Y$	$\sigma(X + Y) = \sqrt{\operatorname{Var} X + \operatorname{Var} Y}$ bzw. $\sigma_{X+Y}^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2$
	Alle X_i paarweise stochastisch unabhängig $\Rightarrow$	
	$\operatorname{Var}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \operatorname{Var} X_i$	$\sigma\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \operatorname{Var} X_i}$ bzw. $\sigma_{\Sigma X_i}^2 = \Sigma \sigma_{X_i}^2$

12.5. Das arithmetische Mittel von Zufallsgrößen

Bei der Messung einer Größe geht heute jedermann von der Vorstellung aus, daß das arithmetische Mittel aus n Einzelmessungen »genauer« ist als eine Einzel-