



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Handbuch der Vermessungskunde

Jordan, Wilhelm

Stuttgart, 1895

§ 133. Bayern

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83060](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83060)

Ferner geben die 209 Winkelverbesserungen (1) (2) . . . (209) der Auflösung 1. S. 83—85, Heft III, 1882 den Durchschnittswert 0,261'' also bei 82 Bedingungs-
gleichungen den mittleren Winkelfehler:

$$= 1,2533 \sqrt{\frac{209}{82}} 0,261'' = \pm 0,52'' \quad (4)$$

Im Mittel aus diesen zwei Werten (3) und (4) hat man also für den mittleren Fehler eines auf der Station ausgeglichenen Winkels den Wert $\pm 0,63''$ und wegen der 82 Bedingungs-
gleichungen kann man entsprechend den mittleren Fehler eines im Netz ausgeglichenen Winkels setzen:

$$= \sqrt{\frac{209 - 82}{209}} 0,63'' = \pm 0,49'' \quad (5)$$

was mit (2) nahezu übereinstimmt und eine Bestätigung dafür ist, dass man die theoretischen mittleren Fehler unter (1) zuvor mit den betreffenden Quotienten 1,8 beziehungsweise 2,6 multiplizieren muss, um sie den in Wirklichkeit zu befürchtenden Fehlern zu nähern. (Einiges weitere hiezu haben wir noch in der „Z. f. V. 1884“, S. 74—78 gegeben).

Die mittleren Winkelfehler nach der internationalen Formel sind von Helmert gegeben auf S. XII. 5 des „Rapport sur les triangulations“ für 1892 von Ferrero, nämlich:

$$\text{Bonner Basisnetz} \quad m = \sqrt{\frac{46,9505}{27.3}} = \pm 0,761''$$

$$\text{Rheinisches Dreiecksnetz} \quad m = \sqrt{\frac{117,9386}{73.3}} = \pm 0,734''$$

$$\text{Hessisches Dreiecksnetz} \quad m = \sqrt{\frac{72,5128}{34.3}} = \pm 0,843''$$

$$\text{Anschluss Breslau u. s. w.} \quad m = \sqrt{\frac{8,7037}{3.3}} = \pm 0,983$$

$$\text{Gesamtmittel} \quad m = \sqrt{\frac{246,1056}{137.3}} = \pm 0,774''$$

§ 133. Bayern.

Bayern hat das Verdienst, am Anfang dieses Jahrhunderts die erste zusammenhängende Triangulierung und Landesvermessung mit rechtwinkligen Coordinaten durchgeführt und dadurch ein erstes geodätisches Zentrum in Deutschland geschaffen zu haben, an welches sich die andern Südstaaten rasch anschlossen.

Ausser dem Astronomen und Geodäten *Soldner* (1776—1833) sind es die Mechaniker und Optiker *Reichenbach*, *Utzschneider*, *Fraunhofer*, welche durch ihre lange unübertroffenen geodätischen Instrumente zu diesem Ergebnisse beigetragen haben.

Man vergl. hiezu

„Johann Georg Soldner und sein System der bayerischen Landesvermessung, Vortrag vom 27. Juli 1835 von Bauernfeind, München 1835, „Zeitschr. f. Verm. 1836,“ S. 45.

Die trigonometrischen Messungen begannen am Anfang dieses Jahrhunderts, die letzte Berechnung erfolgte aber erst 1866—1870.

Der Umstand, dass die Winkel in Calmit und in Donnersberg nicht wieder geändert werden dürfen, giebt nicht etwa zu den bereits vorhandenen 12 Winkelgleichungen noch deren 2 neue, sondern er äussert sich darin, dass z. B. die Richtungskorrekturen (17), (7), (8) u. s. w., welche von dem östlichen Netz herkommen, auch im westlichen Teile beibehalten werden müssen.

Die Winkelgleichung f für das Dreieck Derstenberg, Langenkandel, Calmit würde ohne Anschlusszwang lauten:

$$(9) - (8) + (17) - (21) + (4) - (7) - 3,759'' = 0,$$

Es ist aber im östlichen Polygon IV bereits unabänderlich bestimmt $(17) = +0,355''$, $(7) = -0,282''$, womit die vorstehende Gleichung übergeht in:

$$(9) - (8) - (21) + (4) - 3,122'' = 0$$

wie sie in der That auf S. 362 des bayerischen Triangulierungswerkes unter f) steht.

Thatsächlich braucht man diese umständliche Herleitung nicht zu machen, man nimmt einfach die Winkel des Dreiecks f als Differenzen der Stationsrichtungen, nachdem man bei denjenigen Strahlen, welche bereits eine Netzausgleichung durchgemacht haben, die von dort erhaltenen Richtungskorrekturen angebracht hat, z. B. in unserem Dreieck f):

Derstenberg	=	65°	6'	12,500''
Calmit	=	42	31	25,482
Langenkandel	=	72	22	20,255
		179	59	58,237
Soll		180	0	1,359
				— 3,122''

Daraus geht die obige Gleichung hervor, wenn man für die Richtungen Langenkandel—Calmit und Calmit—Langenkandel *keine* Korrekturen einführt.

Die Basisanschlüsse betragen:

1) zwischen der Münchner und der Nürnberger Basis:

logarithmisch 0,0000030 oder 7^{mm} für 1^{km}

2) zwischen der Nürnberger und der Speyerer Basis:

logarithmisch 0,0000133 oder 31^{mm} für 1^{km}

Die Winkelgenauigkeit wird zunächst veranschaulicht durch die Dreieckswidersprüche, für welche auf S. 481 des bayerischen Werkes folgende Tabelle gegeben wird:

Bei 106 Dreiecken oder	31,3 ‰	ist der Widerspruch zwischen	0,0''	und	0,9''
" 72	21,2	" " "	"	"	1,0 " 1,9
" 53	15,6	" " "	"	"	2,0 " 2,9
" 42	12,4	" " "	"	"	3,0 " 3,9
" 29	8,6	" " "	"	"	4,0 " 4,9
" 13	3,8	" " "	"	"	5,0 " 5,9
" 11	3,2	" " "	"	"	6,0 " 6,9
" 7	2,1	" " "	"	"	7,0 " 7,9
" 4	1,2	" " "	"	"	8,0 " 8,9
" 2	0,6	" " "	"	"	9,0 " 9,9
339	100,0 ‰				

Indem man in der ersten Gruppe den Mittelwert 0,5'' für alle einzelnen Dreiecke annimmt, in der zweiten Gruppe den Mittelwert 1,5'' etc., findet man den mittleren Winkelfehler:

$$m = \pm 1,81''$$

In dem internationalen „Rapport“ für 1892 von Ferrero wird auf Seite II, 4 für Bayern und Pfalz nach der internationalen Formel aus 337 Dreiecken berechnet:

$$m = \sqrt{\frac{3183,0102}{337 \cdot 3}} = \pm 1,774'' \quad (1)$$

Dazu hat Nagel im „Civilingenieur“ 36. Band, 1890, S. 407 bemerkt, dass die bayerische Gradmessungs-Kommission aus Versehen ein Viereck als Dreieck gezählt und zwei andere Vierecke absichtlich weggelassen hat. Indem dann Nagel die Vierecke nach § 123. S. 470 auf Dreiecke reduziert, berechnet er:

$$m = \sqrt{\frac{3205,5771}{339 \cdot 3}} = \pm 1,775'' \quad (2)$$

Man hat also aus den Dreiecksschlüssen allein den mittleren Winkelfehler 1,78'', worin der Anschlusszwang nicht wirksam ist.

Aus den 32 Polygonausgleichungen, welche allen Anschlusszwang mitenthalten, berechnet v. Orff auf S. 485 des bayerischen Werkes aus 1013 Richtungsverbesserungen ζ mit 593 Bedingungs-gleichungen, den mittleren Fehler einer Richtung vom Gewichte 1:

$$e = \sqrt{\frac{[P\zeta^2]}{593}} = \sqrt{\frac{10295}{593}} = \pm 4,16'' \quad (3)$$

Um hieraus einen mittleren Fehler für durchschnittliches Gewicht zu bilden, kann man auf S. 341—477 des bayerischen Werkes die Summe der Anschnittszahlen = 75258 und die Anzahl der Richtungen = 1013 abzählen, womit man die durchschnittliche Anschnittszahl = 75, oder das durchschnittliche Gewicht = 7,5 berechnet und damit den mittleren Fehler einer Richtung für durchschnittliches Gewicht:

$$e_1 = \frac{4,16}{\sqrt{7,5}} = \pm 1,52'' \quad (4)$$

und den mittleren Winkelfehler:

$$m = e_1 \sqrt{2} = \pm 2,15'' \quad (5)$$

Dieses ist der mittlere Fehler eines auf der Station ausgeglichenen Winkels für durchschnittliches Stationsgewicht. Eine bessere Berechnung für mittleres Stationsgewicht (mit dem Mittel der Gewichtsreciproken) nach (17)—(20) § 124. S. 476 haben wir nicht gemacht.

Der Wert (5) ist grösser als (2) im Verhältnis etwa 1,2:1, was bei den zahlreichen Zwangsbedingungen in stärkerem Masse erwartet werden konnte, oder auch die Rechnung nach (5) ungenügend erscheinen lässt.

Unter Bayern gehört auch noch *Schwerd's* Basisnetz, das wir bereits in § 65. behandelt haben. Wenn man dazu auch den mittleren Fehler nach der internationalen Formel berechnen will, so muss man zu den 3 Dreiecksschlüssen, welche wir bereits auf S. 209 unten bei (6) angegeben haben, noch den 4^{ten} bilden, welchen wir mit den Winkeln (1—2), (3+4) und (7) finden = -0,832'', wobei aber zu bemerken ist,

dass die internationale Formel nicht mehr *eindeutig* ist, wenn, wie in diesem Falle Stationsproben vorhanden sind.

Wir nehmen die angegebenen 4 Dreiecksschlüsse, nämlich:

$$\begin{aligned} w &= -1,578'' & +1,655'' & +0,809'' & -0,832'' \\ w^2 &= & 2,4901 & 2,7390 & 0,6545 & 0,6922 \end{aligned}$$

$$m = \sqrt{\frac{6,5758}{4 \cdot 3}} = \pm 0,740'' \quad (6)$$

Dieses wäre mit dem strenger gerechneten Werte 0,989'' von (25) S. 213 zu vergleichen.

§ 134. Württemberg

Nachdem wir die Württembergischen Messungen des 17^{ten} Jahrhunderts schon in § 126. behandelt haben, kommen wir an die Landesvermessung dieses Jahrhunderts, deren Geschichte eng verknüpft ist mit dem Namen *Bohnenberger* s.

Derselbe wurde 1765 in Simmotzheim geboren, wurde Pfarrvikar 1789, ging zur Geodäsie und Astronomie über, worin er als Professor in Tübingen 1803, und später als wissenschaftlicher Leiter der Württembergischen Landes-Triangulierung, von 1818 bis zu seinem Tode 1831, thätig war.

(Job. G. F. Bohnenberger, Lebensbeschreibung, von Offerdinger in Ulm, Sep.-Abdr. aus „math.-naturw. Mitteilungen II 1885“, Tübingen, Fues, 1885).

Schon vor der amtlichen Landesvermessung, welche 1818 begann, hatte Bohnenberger privatim viel trigonometrisch und topographisch gemessen, worüber wir anderen Orts („J.-St., deutsches Vermessungswesen 1882 I,“ S. 244—251 und S. 265—266) berichtet haben.

Auch als Astronom und mathematischer Geodät hat Bohnenberger grosse Verdienste, aber die amtliche Württembergische Landes-Triangulierung 1818—1840 ist nur in ihren Anfängen Bohnenbergers unverkümmertes Werk.

Am deutlichsten hat hierüber Professor *Baur* in Stuttgart, welcher noch aus mancher lebenden Tradition aus Landesvermessungszeiten schöpfen konnte (vgl. Baur's Lebensgang 1820—1894, „Z. f. V. 1894“, S. 423—427) sich ausgesprochen als er 1869 für die Europäische Gradmessung einen Bericht über die Württembergische Triangulierung zu erstatten hatte:

Die Winkel der Hauptdreiecke sind grösstenteils von Bohnenberger selbst gemessen worden, und zwar durchgängig nach der Repetitionsmethode. Die Zahl der Repetitionen wechselt von 2 bis 25, meist beträgt sie 5; mit wenigen Ausnahmen wurden die Ablesungen nur an *einem* Nonius gemacht. Die Signale waren teils Türme, teils Pyramiden bis 20^m Höhe. Die Punktbezeichnung für die Dauer wurde durch Signalsteine bewirkt.

Die *Originalaufzeichnungen* sind durchaus nicht mehr über alle auf den Hauptpunkten gemachten Messungen vorhanden, es scheinen von den Bohnenberger'schen Aufzeichnungen selbst welche verloren gegangen zu sein. An die Direktion der Vermessung sind nur die von ihm berechneten Coordinaten abgegeben, die Aufzeichnungen und Berechnungen aber von ihm selbst zurückbehalten worden.

Dass das Triangulierungsnetz von 1818—1840 nicht ein einheitliches Ganzes ist, wird bald erkannt, insbesondere fallen am Nordwestrand der Alb zwei Lücken in den Hauptverbindungen unangenehm auf.

Diese Verhältnisse werden begreiflich, wenn man sich des Ganges erinnert, den Bohnenbergers Triangulierung genommen hat und vermöge der Umstände überhaupt nehmen musste. Er war nicht in der Lage, vor Beginn der Katastervermessung ein zweckmässiges, möglichst wenig Hilfspunkte umfassendes Netz über das Land legen zu können, sondern war gezwungen, für die