Handbuch der Vermessungskunde

Jordan, Wilhelm

Stuttgart, 1895

§ 55. Formel-Zusammenstellung für vermittelnde Beobachtungen mit Bedingungsgleichungen

urn:nbn:de:hbz:466:1-83060

Diese in 2 Systeme zerfallende Form (7) ist in der allgemeinen Form (4) inbegriffen, und der Umstand, dass ein Teil der Coefficienten in (7) gleich Null ist, macht sich in der Weiterrechnung von selbst angenehm geltend.

Auch die Formel (5) zerfällt dann von selbst in einzelne getrennte Teile:

$$[v'\,v']_1 = [v_0\,v_0]_1 - \frac{[a\,l]^2}{[a\,a]} - \frac{[b\,l\,.\,1]^2}{[b\,b\,.\,1]}$$

$$[v'\,v']_2 = [v_0\,v_0]_2 + \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\, - \frac{[c\,l]^2}{[c\,c]}$$

Wegen des Ausfallens von $[a\,c]$ und $[b\,c]$ in (7) ist nämlich $[c\,l\,.\,2] = [c\,l]$ und $[c\,c\,.\,2] = [c\,c]$. Dann ist:

$$[v'\,v']_1 + [v'\,v']_2 = [v'\,v']$$

$[v'\,v']_1$ entspricht einer ersten Station, $[v'\,v']_2$ einer zweiten Station u. s. w.

Die Formel (6) kann man nun sowohl für jede einzelne Station, als auch für den Inbegriff aller Stationen anschreiben.

§ 55. Formel-Zusammenstellung für vermittelnde Beobachtungen mit Bedingungsgleichungen.

Wir stellen alle Gebrauchsformeln für die Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen mit Bedingungsgleichungen im Folgenden zusammen, mit den bisher in diesem Buche gebrauchten Bezeichnungen. Zur Vergleichung stellen wir rechts daneben die entsprechenden Formeln der „Rechnungsvorschriften" von S. 1—24 des Werkes: „Die Königlich preussische Landes-Triangulation. Hauptdreiecke. Erster Teil, zweite verbesserte Auflage, herausgegeben vom Bureau der Landes-Triangulation, Berlin 1870." und zwar beziehen sich die römischen Nummern XVI, XVII u. s. w. auf die dort angewendete Numerierung I. bis XXIX.

Die Bezugnahme auf die Landesaufnahme ist hier deswegen sehr nützlich, weil eine andere Anwendung der vorliegenden allgemeinen Aufgabe als auf jene Triangulierungen der Landesaufnahme nach 1870, kaum noch vorkommt, und das Zurechtfinden in der Formelmenge ohne einen solchen Leitfaden nicht leicht ist.

Wir beginnen mit den reduzierten Stations-Normalgleichungen, wobei sich die Bezeichnung „reduziert" darauf bezieht, dass die Stations-Unbekannten, welche wir in § 54. mit (x) , (y) bezeichnet haben ($x\ x,\ x_{,,}\ x_{,,,}$ der Rechnungsvorschriften S. 2), in den Stations-Normalgleichungen bereits eliminiert seien.

Formeln unseres Buches § 50—54.	Formeln der Rechnungsvorschriften der Landesaufnahme S. 1—24.
Reduzierte Stations-Normalgleichungen:	
$\begin{aligned} \underline{[a\,a]\,x_0} + [a\,b]\,y_0 + [a\,c]\,z_0 + [a\,l] &= 0 \\ \underline{[b\,b]\,y_0} + [b\,c]\,z_0 + [b\,l] &= 0 \\ \underline{[c\,c]\,z_0} + [c\,l] &= 0 \\ \underline{[l\,l]} &= [v_0\,v_0] \end{aligned}$	$\begin{aligned} \underline{(a\,a)\,A} - (a\,b)\,B - (a\,c)\,C - (a\,n) &= 0 \\ + \underline{(b\,b)\,B} - (b\,c)\,C - (b\,n) &= 0 \\ + \underline{(c\,c)\,C} - (c\,n) &= 0 \\ (V_0\,V_0) & \end{aligned}$ III. und VIII_c.

Formeln unseres Buches § 50—54.	Formeln der Rechnungsvorschriften der Landesaufnahme S. 1—24.

Diese Gleichungen werden nach $x_0\ y_0\ z_0$, bzw. $A\ B\ C$, aufgelöst, man hat also nun:

die auf der Station ausgeglichenen Winkel:

$x_0 \quad y_0 \quad z_0$	$A \quad B \quad C$

Am Schluss der Elimination bekommt man hiebei gelegentlich die Quadratsumme der übrig bleibenden Fehler:

$[v'v']_1 = [v_0 v_0]_1 - \left\{\frac{[al]^2}{[aa]} + \frac{[bl.1]^2}{[bb.1]} + \frac{[cl.2]^2}{[cc.2]}\right\}$	$(V V) = (V_0 V_0) - \left\{\frac{(an)^2}{(aa)} + \frac{(bn.1)^2}{(bb.1)} + \frac{(cn.2)^2}{(cc.2)}\right\}$ VIIIc.
$[v'\,v']_1$ gilt zunächst für *eine* Station; für alle Stationen zusammen hat man:	$(V\,V)$ gilt zunächst für *eine* Station; für alle Stationen zusammen hat man:
$[v'\,v']_1 + [v'\,v']_2 + [v'\,v']_3 + \ldots = [v'\,v']$	$(V\,V) + (V'\,V') + (V''\,V'') + (V'''\,V''') + \ldots$

Jede einzelne Stationsausgleichung giebt nun einen mittleren Fehler:

$m_1 = \sqrt{\frac{[v'\,v']_1}{n - u - s}}$	$\mu_1 = \sqrt{\frac{(V\,V)}{m - A, B, C - x}}$

Bezieht man die Berechnung auf alle Stationen zusammen, so wird:

$m_1 = \sqrt{\frac{[v'\,v']}{[n] - [u] - [s]}}$	$\mu_1 = \sqrt{\frac{(V\,V) + (V'\,V') + (V''\,V'')}{(m) - (A, B, C) - (x)}}$

Mit den auf den Stationen ausgeglichenen Winkeln $x_0\ y_0\ z_0$, bzw. $A\ B\ C$, bildet man die Netzbedingungsgleichungen, gerade so, wie wenn diese $x_0\ y_0\ z_0$ bzw. $A\ B\ C$ unmittelbar gemessene Winkel wären. Die Netzkorrektionen dieser Winkel werden bei Triangulierungen mit (1) (2) (3) . . . durch das ganze Netz durchlaufend numeriert.

Netzbedingungsgleichungen:

$A_1\,\delta x + A_2\,\delta y + A_3\,\delta z + \ldots + w_1 = 0$	$\mathfrak{a}_1\,(1) + \mathfrak{a}_2\,(2) + \mathfrak{a}_3\,(3) + \ldots - \mathfrak{A} = 0$
$B_1\,\delta x + B_2\,\delta y + B_3\,\delta z + \ldots + w_2 = 0$	$\mathfrak{b}_1\,(1) + \mathfrak{b}_2\,(2) + \mathfrak{b}_3\,(3) + \ldots - \mathfrak{B} = 0$
$C_1\,\delta x + C_2\,\delta y + C_3\,\delta z + \ldots + w_3 = 0$	$\mathfrak{c}_1\,(1) + \mathfrak{c}_2\,(2) + \mathfrak{c}_3\,(3) + \ldots - \mathfrak{C} = 0$ VIII.

Nachdem so die Numerierung aller Winkel des Netzes festgestellt ist, und die Netzbedingungsgleichungen tabellarisch geordnet sind, bildet man auch eine entsprechende Tabelle der Gewichts-Coefficienten. Bei Gelegenheit der einzelnen Stations-Normalgleichungs-Auflösungen hat man (nach § 28. oder § 33.) alle diese Coefficienten bestimmt:

Gewichts-Coefficienten der einzelnen Stationen:

$[\alpha\,\alpha] \quad [\alpha\,\beta] \quad [\alpha\,\gamma] \quad \ldots$	$(\alpha\,\alpha) \quad (\alpha\,\beta) \quad (\alpha\,\gamma) \quad \ldots$
$[\beta\,\beta] \quad [\beta\,\gamma] \quad \ldots$	$(\beta\,\beta) \quad (\beta\,\gamma) \quad \ldots$
$[\gamma\,\gamma] \quad \ldots$	$(\gamma\,\gamma) \quad \ldots$

Diese Coefficienten zerfallen in so viele Einzelsysteme, als man Stationen hat. Zur tabellarischen Übersicht empfiehlt es sich, nun statt der Literierung $\alpha\ \beta$ . . . eine den Netzkorrektionen (1) (2) (3) entsprechende Numerierung anzuwenden:

Formeln unseres Buches §. 50—54.	Formeln der Rechnungsvorschriften der Landesaufnahme S. 1—24.

Gewichts-Coefficienten-Tabelle für alle Stationen:
(beispielshalber mit Gruppen von 3 2 3 Elementen)

	1]	2]	3]	4]	5]	6]	7]	8]
[1.	$[\alpha\,\alpha]$	$[\alpha\,\beta]$	$[\alpha\,\gamma]$					
[2.	$[\alpha\,\beta]$	$[\beta\,\beta]$	$[\beta\,\gamma]$					
[3.	$[\alpha\,\gamma]$	$[\beta\,\gamma]$	$[\gamma\,\gamma]$					
[4.				$[\alpha\,\alpha]$	$[\alpha\,\beta]$			
[5.				$[\alpha\,\beta]$	$[\beta\,\beta]$			
[6.						$[\alpha\,\alpha]$	$[\alpha\,\beta]$	$[\alpha\,\gamma]$
[7.						$[\alpha\,\beta]$	$[\beta\,\beta]$	$[\beta\,\gamma]$
[8.						$[\alpha\,\gamma]$	$[\beta\,\gamma]$	$[\gamma\,\gamma]$

Aus den Coefficienten der Netzbedingungsgleichungen und aus den Gewichts-Coefficienten bildet man die

Übertragungs-Coefficienten:

$$\mathfrak{A}_1 = A_1\,[\alpha\,\alpha] + A_2\,[\alpha\,\beta] + A_3\,[\alpha\,\gamma]$$
$$\mathfrak{A}_2 = A_1\,[\alpha\,\beta] + A_2\,[\beta\,\beta] + A_3\,[\beta\,\gamma]$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$
$$\mathfrak{B}_1 = B_1\,[\alpha\,\alpha] + B_2\,[\alpha\,\beta] + B_3\,[\alpha\,\gamma]$$
$$\mathfrak{B}_2 = B_1\,[\alpha\,\beta] + B_2\,[\beta\,\beta] + B_3\,[\beta\,\gamma]$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$

$$\mathfrak{A}_1 = \mathfrak{a}_1\,(\alpha\,\alpha) + \mathfrak{a}_2\,(\alpha\,\beta) + \mathfrak{a}_3\,(\alpha\,\gamma)$$
$$\mathfrak{A}_2 = \mathfrak{a}_1\,(\alpha\,\beta) + \mathfrak{a}_2\,(\beta\,\beta) + \mathfrak{a}_3\,(\beta\,\gamma)$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$
$$\mathfrak{B}_1 = \mathfrak{b}_1\,(\alpha\,\alpha) + \mathfrak{b}_2\,(\alpha\,\beta) + \mathfrak{b}_3\,(\alpha\,\gamma)$$
$$\mathfrak{B}_2 = \mathfrak{b}_1\,(\alpha\,\beta) + \mathfrak{b}_2\,(\beta\,\beta) + \mathfrak{b}_3\,(\beta\,\gamma)$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$

XVI.

oder numeriert:

$$\mathfrak{A}_1 = A_1\,[1\,.\,1] + A_2\,[1\,.\,2] + A_3\,[1\,.\,3]$$
$$\mathfrak{A}_2 = A_1\,[2\,.\,1] + A_2\,[2\,.\,2] + A_3\,[2\,.\,3]$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$
$$\mathfrak{B}_1 = B_1\,[1\,.\,1] + B_2\,[1\,.\,2] + B_3\,[1\,.\,3]$$
$$\mathfrak{B}_2 = B_1\,[2\,.\,1] + B_2\,[2\,.\,2] + B_3\,[2\,.\,3]$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$

Durch Multiplikationen der Coefficienten $A\ B\ \ldots$ der Bedingungsgleichungen mit den Übertrags-Coefficienten $\mathfrak{A}\ \mathfrak{B}\ \ldots$ bildet man:

$$[\mathrm{I\,I}]=[A\,\mathfrak{A}] \quad [\mathrm{I\,II}]=[A\,\mathfrak{B}] \quad [\mathrm{I\,III}]=[A\,\mathfrak{C}]$$
$$=[\mathfrak{A}\,B] \qquad =[\mathfrak{A}\,C]$$
$$[\mathrm{II\,II}]=[A\,\mathfrak{B}] \quad [\mathrm{II\,III}]=[B\,\mathfrak{C}]$$
$$=[\mathfrak{B}\,C]$$
$$[\mathrm{III\,III}]=[C\,\mathfrak{C}]$$

Dieses sind die Coefficienten der

Wenn man mit den Coefficienten $\mathfrak{a}\,\mathfrak{b}\ldots$ von XIII. die Hilfsformeln bildet:

$$[1] = \mathfrak{a}_1\,\mathrm{I} + \mathfrak{b}_1\,\mathrm{II} + \mathfrak{c}_1\,\mathrm{III}$$
$$[2] = \mathfrak{a}_2\,\mathrm{I} + \mathfrak{b}_2\,\mathrm{II} + \mathfrak{c}_2\,\mathrm{III}$$
$$[3] = \mathfrak{a}_3\,\mathrm{I} + \mathfrak{b}_3\,\mathrm{II} + \mathfrak{c}_3\,\mathrm{III}$$
$$[4] = \mathfrak{a}_4\,\mathrm{I} + \mathfrak{b}_4\,\mathrm{II} + \mathfrak{c}_4\,\mathrm{III}$$

X_{a}.

und wenn man diese Ausdrücke in die unten gegebenen Gewichtsgleichungen XV. setzt, so erlangt man die ebenfalls unten mitgeteilten Korrektionsformeln XVI. Diese endlich setzt man in die Bedingungsgleichungen XIII. und erhält damit die

Formeln unseres Buches § 50—54.	Formeln der Rechnungsvorschriften der Landesaufnahme S. 1—24.

Normalgleichungen:

$\underline{[\mathrm{I\,I}]\,k_1} + [\mathrm{I\,II}]\,k_2 + [\mathrm{I\,III}]\,k_3 + w_1 = 0$	$\underline{(\mathrm{I\,I})\,\mathrm{I}} + (\mathrm{I\,II})\,\mathrm{II} + (\mathrm{I\,III})\,\mathrm{III} - \mathfrak{A} = 0$
$\underline{[\mathrm{II\,II}]\,k_2} + [\mathrm{II\,III}]\,k_3 + w_2 = 0$	$\underline{(\mathrm{II\,II})\,\mathrm{II}} + (\mathrm{II\,III})\,\mathrm{III} - \mathfrak{B} = 0$
$\underline{[\mathrm{III\,III}]\,k_3} + w_3 = 0$	$\underline{(\mathrm{III\,III})\,\mathrm{III}} - \mathfrak{C} = 0$
	XVII.

Diese Normalgleichungen löst man auf, und erhält damit:

die Korrelaten:

$k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad \ldots$	$\mathrm{I} \quad \mathrm{II} \quad \mathrm{III} \quad \ldots$

Indem man den Bedingungsgleichungen XIII. nach Vertikallinien folgt, bildet man die Formeln für die:

Hilfsgrössen [1] [2] [3]:

$[1] = A_1\,k_1 + B_1\,k_2 + C_1\,k_3 + \ldots$	$[1] = \mathfrak{a}_1\,\mathrm{I} + \mathfrak{b}_1\,\mathrm{II} + \mathfrak{c}_1\,\mathrm{III} + \ldots$
$[2] = A_2\,k_1 + B_2\,k_2 + C_2\,k_3 + \ldots$	$[2] = \mathfrak{a}_2\,\mathrm{I} + \mathfrak{b}_2\,\mathrm{II} + \mathfrak{c}_2\,\mathrm{III} + \ldots$
$[3] = A_3\,k_1 + B_3\,k_2 + C_3\,k_3 + \ldots$	$[3] = \mathfrak{a}_3\,\mathrm{I} + \mathfrak{b}_3\,\mathrm{II} + \mathfrak{c}_3\,\mathrm{III} + \ldots$
$[4] = A_4\,k_1 + B_4\,k_2 + C_4\,k_3 + \ldots$	$[4] = \mathfrak{a}_4\,\mathrm{I} + \mathfrak{b}_4\,\mathrm{II} + \mathfrak{c}_4\,\mathrm{III} + \ldots$
. . . .	. . . .
	X_{a}.

Nachdem die Korrelaten und die Hilfsgrössen ausgerechnet sind, hat man die:

Korrektionsformeln:

$\delta\,x = \mathfrak{A}_1\,k_1 + \mathfrak{B}_1\,k_2 + \mathfrak{C}_1\,k_3$	$(1) = \mathfrak{A}_1\,\mathrm{I} + \mathfrak{B}_1\,\mathrm{II} + \mathfrak{C}_1\,\mathrm{III}$
$\delta\,y = \mathfrak{A}_2\,k_1 + \mathfrak{B}_2\,k_2 + \mathfrak{C}_2\,k_3$	$(2) = \mathfrak{A}_2\,\mathrm{I} + \mathfrak{B}_2\,\mathrm{II} + \mathfrak{C}_2\,\mathrm{III}$
$\delta\,z = \mathfrak{A}_3\,k_1 + \mathfrak{B}_3\,k_2 + \mathfrak{C}_3\,k_3$	$(3) = \mathfrak{A}_3\,\mathrm{I} + \mathfrak{B}_3\,\mathrm{II} + \mathfrak{C}_3\,\mathrm{III}$
	XVI.

oder zur Kontrole:

Gewichtsgleichungen:

$\delta\,x = [1]\,[\alpha\,\alpha] + [2]\,[\alpha\,\beta] + [3]\,[\alpha\,\gamma]$	$(1) = (\alpha\,\alpha)\,[1] + (\alpha\,\beta)\,[2] + (\alpha\,\gamma)\,[3]$
$\delta\,y = [1]\,[\alpha\,\beta] + [2]\,[\beta\,\beta] + [3]\,[\beta\,\gamma]$	$(2) = (\alpha\,\beta)\,[1] + (\beta\,\beta)\,[2] + (\beta\,\gamma)\,[3]$
$\delta\,z = [1]\,[\alpha\,\gamma] + [2]\,[\beta\,\gamma] + [3]\,[\gamma\,\gamma]$	$(3) = (\alpha\,\gamma)\,[1] + (\beta\,\gamma)\,[2] + (\gamma\,\gamma)\,[3]$
	XV.

Damit ist die Netzausgleichung vollendet. Für die Quadratsumme der bei der Netzausgleichung übrig bleibenden Fehler hat man verschiedene Formeln:

$[v''\,v''] = (1)\,[1] + (2)\,[2] + (3)\,[3]$	$[\mathfrak{B}\,\mathfrak{B}] = (1)\,[1] + (2)\,[2] + (3)\,[3]$ (XVIII)
$[v''\,v''] = -w_1\,k_1 - w_2\,k_2 - w_3\,k_3 = -[w\,k]$	$[\mathfrak{B}\,\mathfrak{B}] = \mathfrak{A}\,\mathrm{I} + \mathfrak{B}\,\mathrm{II} + \mathfrak{C}\,\mathrm{III}$
$[v''\,v''] = \dfrac{w_1^2}{[\mathrm{I\,I}]} + \dfrac{[w_2\,.\,1]^2}{[\mathrm{II\,II}\,.\,1]} + \dfrac{[w_3\,.\,2]^2}{[\mathrm{III\,III}\,.\,2]}$	$[\mathfrak{B}\,\mathfrak{B}] = \dfrac{\mathfrak{A}^2}{(\mathrm{I\,I})} + \dfrac{(\mathfrak{B}\,.\,1)^2}{(\mathrm{II\,II}.1)} + \dfrac{(\mathfrak{C}\,.\,2)^2}{(\mathrm{III\,III}.2)}$ (XIX)

Hieraus berechnet sich der mittlere Gewichtseinheitsfehler für die Netzausgleichung allein:

$m_2 = \sqrt{\dfrac{[v''\,v'']}{r}}$	$\mu_2 = \sqrt{\dfrac{(\mathfrak{B}\,\mathfrak{B})}{(\mathfrak{A},\,\mathfrak{B},\,\mathfrak{C})}}$

Formeln unseres Buches § 50—54.	Formeln der Rechnungsvorschriften der Landesaufnahme S. 1—24.

Der mittlere *Gewichtseinheitsfehler* der Gesamtausgleichung ist:

$m = \sqrt{\dfrac{[v'v'] + [v''v'']}{[n] - [u] - [s] + r}}$	$\mu = \sqrt{\dfrac{(VV)+(V'V')+(V''V'')+(\mathfrak{B}\mathfrak{B})}{(m)-(A,B,C)-(x)+(\mathfrak{A},\mathfrak{B},\mathfrak{C})}}$ XXI. und XXII.

Wenn man das Gewicht P einer Funktion der ausgeglichenen Elemente bestimmen will, so bringt man diese Funktion, wenn sie nicht an und für sich schon linear ist, durch Differentiieren in die Form:

$dF = \dfrac{\partial F}{\partial x}dx + \dfrac{\partial F}{\partial y}dy + \dfrac{\partial F}{\partial z}dz$	
$\dfrac{\partial F}{\partial x} = f_1 \quad \dfrac{\partial F}{\partial y} = f_2 \quad \dfrac{\partial F}{\partial z} = f_3$	$\dfrac{\partial F}{\partial A} = l_1 \quad \dfrac{\partial F}{\partial B} = l_2 \quad \dfrac{\partial F}{\partial C} = l_3$

Mit diesen neuen Coefficienten f bzw. l und den schon früher bekannten Gewichts-Coefficienten $[\alpha\alpha]$, $[\alpha\beta]$ u. s. w. bildet man:

$[\alpha\alpha]f_1 + [\alpha\beta]f_2 + [\alpha\gamma]f_3 = q_1$	$(\alpha\alpha)l_1 + (\alpha\beta)l_2 + (\alpha\gamma)l_3 = q_1$
$[\alpha\beta]f_1 + [\beta\beta]f_2 + [\beta\gamma]f_3 = q_2$	$(\alpha\beta)l_1 + (\beta\beta)l_2 + (\beta\gamma)l_3 = q_2$
$[\alpha\gamma]f_1 + [\beta\gamma]f_2 + [\gamma\gamma]f_3 = q_3$	$(\alpha\gamma)l_1 + (\beta\gamma)l_2 + (\gamma\gamma)l_3 = q_3$
	XXVIII.

Nachdem die q ausgerechnet sind, findet man den ersten Teil der gesuchten Gewichtsreciproke:

$\dfrac{1}{P_0} = [fq]$	$\dfrac{1}{P_0} = (lq)$

Weiter berechnet man Ersatzglieder für die Absolutglieder der Bedingungsgleichungen, und zwar hat man dafür zweierlei Formeln:

Ersatzglieder:

$[\mathfrak{A}f]$ oder $= [Aq]$	$(\mathfrak{A}l)$ oder $= (\mathfrak{a}q)$
$[\mathfrak{B}f]$ " $= [Bq]$	$(\mathfrak{B}l)$ " $= (\mathfrak{b}q)$
$[\mathfrak{C}f]$ " $= [Cq]$	$(\mathfrak{C}l)$ " $= (\mathfrak{c}q)$
	(Seite 20.)

Diese Ersatzglieder setzt man an Stelle der Absolutglieder $w_1\ w_2\ w_3$ bzw. $\mathfrak{A}\ \mathfrak{B}\ \mathfrak{C}$ der Normalgleichungen XVII, und findet mit Zuziehung des schon vorher berechneten $[fq]$ durch allmähliche Elimination in üblicher Weise:

$\dfrac{1}{P} = [qf] - \dfrac{[\mathfrak{A}f]^2}{[\mathrm{I\,I}]} - \dfrac{[\mathfrak{B}f.1]^2}{[\mathrm{II\,II}.1]} - \dfrac{[\mathfrak{C}f.2]^2}{[\mathrm{III\,III}.2]}$	$\dfrac{1}{P} = (lq) - \dfrac{(\mathfrak{A}l)^2}{[\mathrm{I\,I}]} - \dfrac{(\mathfrak{B}l.1)^2}{[\mathrm{II\,II}.1]} - \dfrac{(\mathfrak{C}l.2)^2}{[\mathrm{III\,III}.2]}$ XXIX.

Mittlerer Fehler der Funktion F:

$M = m\sqrt{\dfrac{1}{P}}$	$M = \mu\sqrt{\dfrac{1}{P}}$