



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der gotischen Konstruktionen

Ungewitter, Georg Gottlob

Leipzig, 1890-

5. Die Aufrissgestaltung der Gewölbe nach statischen und praktischen
Rücksichten

[urn:nbn:de:hbz:466:1-80225](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-80225)

5. Die Aufrissgestaltung der Gewölbe nach statischen und praktischen Rücksichten.

Im vorigen Kapitel sind die reicheren Gewölbformen vorwiegend nach der „Grundrissbildung“ ihrer Rippen behandelt, nunmehr sollen die wichtigsten Anforderungen an die „Aufrissgestaltung“ zusammengestellt werden.

Die Mannigfaltigkeit der Aufrissbildung ist nicht geringer als die der Grundrisssteilung. Das Prinzip der Gotik, jeden Bauteil streng aus den jeweiligen Bedingungen herauszuentwickeln, tritt bei der Ueberwölbung besonders hervor. Für zwei verschiedene Grundbedingungen schafft die Gotik auch zwei verschiedene Gewölbe. Die veränderliche Grundform der Joche, die vorhandene Konstruktionshöhe, Beschaffenheit der Baustoffe, absolute Grösse der Wölbung, Höhenlage der Lichtöffnungen, Beschaffenheit und Verteilung der das Gewölbe tragenden Stützen — das alles schafft immerfort veränderte Vorbedingungen, die den willkommenen Antrieb zu stets neuen Lösungen geben. In diesem ständigen Wechsel ruhet zum grossen Teil der zauberhafte Reiz der mittelalterlichen Werke.

Es war natürlich, dass unter „ähnlichen Verhältnissen“ auch „ähnliche Bildungen“ sich ergaben, die ein gemeinsames wiederkehrendes Gepräge annahmen, aber anfangs nie zu einer Erstarrung führten. Die Bauhütten dürften zunächst ihr Streben lediglich auf eine Schulung im eigentlichen Wesen der Sache gelenkt haben, nicht auf einen toten Formelkram; dieser kann selbst in der späteren Zeit nicht allzu starr gewesen sein, das beweist die ungebundene Abwechslung und die immer noch von Jahrzehnt zu Jahrzehnt erkennbare lebensvolle Umgestaltung der Formen. Am letzten Ausgange des Mittelalters war allerdings immer mehr des „Zirkels Kunst und Gerechtigkeit“ zu Ehren gekommen und aus der lebenden Konstruktionskunde eine tote Handwerksform geworden, die sich in die Renaissancezeit übertrug und hier ausser Zusammenhang mit dem praktischen Schaffen gänzlich verknöcherte, bis sie sich erst an der Schwelle unserer Tage in ihren letzten Resten verliert.

Sehr lehrreich ist in dieser Richtung die umfangreiche Arbeit von FR. HOFFSTADT — das gotische A B C — Frankfurt 1840. Der Verfasser hat, gestützt auf Ueberlieferungen aus dem späteren Mittelalter, noch mehr aber auf solche aus dem XVI. bis XVIII. Jahrhundert (Zeichnungen, Meisterschriften, Modelle u. dgl.) ein ganzes System von geometrischen Konstruktionsregeln entwickelt, die sich auf alle Theile des gotischen Bauwerks, als Mauer- und Pfeilerstärke, Fenstermasswerk, Gewölbbogen, ja selbst auf das spätgotische Laubwerk erstrecken. Die geometrischen Beziehungen sind meist aus dem Quadrat (Verhältnis von Seite zur Diagonale) aus dem gleichseitigen Dreieck und aus dem Kreis entwickelt. So lehrreich die Arbeit nach mancher Richtung ist, so darf man ihr doch für das Verständnis der frühen und mittleren Gotik jedenfalls keinen erheblichen Wert beimessen. Einige Konstruktionsregeln für Stern- und Netzgewölbe, die gerade durch HOFFSTADT verbreitet sind, werden am Schluss dieses Kapitels eine Besprechung finden, zuvor scheint es aber geboten, diese Gewölbe von anderen Gesichtspunkten aus zu betrachten.

Die Gestaltung der Wölbform mit Rücksicht auf das Gleichgewicht der Kräfte.

a. Gegenseitige Lage der Kreuzpunkte.

Um die Vorstellung von der Lage und wechselseitigen Abhängigkeit der Kreuzpunkte eines reichen Rippengewölbes zu erleichtern, denke man sich zunächst die ^{Das Gewölbe als} Stabsystem.

Kappen fehlend und die Rippen ersetzt durch gerade Stäbe oder Spreizen, die so eingerichtet sind, dass sie nur Druck, keinen Zug zu übertragen vermögen. Von einem Gewicht oder einer Belastung dieser Spreizen sei einstweilen abgesehen, alle vorhandenen Lasten mögen auf die Knoten- oder Kreuzpunkte vereinigt sein, welche letztere als bewegliche Gelenke zu denken sind.

Ein gewöhnliches Kreuzgewölbe nimmt sodann die Gestalt einer vierseitigen Pyramide an (vgl. Fig. 104). Bei einem einfachen Sterngewölbe setzt sich auf jede Seite der vorigen Pyramide noch eine dreiseitige Pyramide auf (vgl. die linke Seite der Figur). Wenn die vier Widerlagspunkte A, B, C, D fest und unverschieblich sind, dann ist auch die Spitze S ein fester Punkt. Damit sind dann auch alle drei Fusspunkte A, B und S der kleinen Pyramide fest und somit auch deren Spitze E . Diese Spitze könnte ihrerseits wieder den festen Stützpunkt für eine Firstrippe E, F abgeben. Das ganze Sterngewölbe stellt sich somit dar als ein festes unverschiebliches Gerüst von Stäben.

Die kleine Pyramide kann viel flacher sein als in der Figur gezeichnet, die Spitze kann ziemlich dicht auf die Grundfläche herabrücken (vgl. ME in Fig. 105). So lange ein Hochdrängen des Scheitels S verhütet wird (siehe darüber hinten S. 43) so lange bleibt die Haltbarkeit der Pyramide dabei noch immer gesichert, nur werden die Druckspannungen in den drei Stäben grösser, je flacher ihre Neigung ist. Wenn nun aber die Spitze noch weiter herabrückt, so dass sie in die Grundfläche ABS hineinfällt oder gar unter ihr liegt, dann wird die Grenze der Haltbarkeit erreicht oder überschritten sein, die drei Stäbe werden herabfallen (da ja eine Sicherung gegen Zug nicht angenommen war).

1. Gesicherte
Höhenlage
der Kreuz-
punkte.

Daraus folgt die erste Grundbedingung für die Haltbarkeit des Gewölbes: Jeder Kreuzpunkt muss oberhalb der Ebene liegen, welche durch die Fusspunkte seiner „stützenden“ Rippen gelegt wird.

Die Holzspreizen seien nun durch die wirklichen Rippen aus Stein ersetzt. Sehr kurze Rippen könnten als eine gerade Steinspreize gebildet sein, wie die englische Spätgotik thatsächlich gerade Rippen von geringerer Länge verwandt hat, die natürlich aus einem Stück bestehen mussten. Sobald längere Rippen aus einer grösseren Anzahl von Steinen zusammengesetzt werden, bildet sich der naturgemässe Uebergang, der hier wie an anderer Stelle vom Steinbalken zum Bogen führt. Die Bogenform wird schon durch das eigene Gewicht der Rippe, noch mehr aber durch die Belastung seitens der Kappen bedingt. Durch die gekrümmte Rippenform wird der obigen Grundbedingung für die Haltbarkeit eines Schlusspunktes aber noch eine zweite zugefügt. In Fig. 106 würde nämlich der Schlusspunkt E wohl durch die geraden Spreizen AE und BE getragen werden können, nicht aber durch die Rippenbögen über denselben. Diese zeigen zwischen R und S eine Einsenkung, welche ein Herabfallen der mittleren Rippensteine nach sich ziehen würde. Wenn von einer Aufhängung des Kreuzpunktes an oberen besonderen Tragbögen oder ähnlichen Künsteleien abgesehen wird, dann kann das Rippenstück nur dadurch haltbar gemacht werden, dass man dem Rücken so viel Masse zugeibt als es die sichere Druckübertragung erfordert oder dadurch, dass man eine längere Strecke vw aus einem einzigen festen Stein herstellt, der unter den einwirkenden Kräften nicht zerbricht.

Unter solchen Bedingungen finden sich in der That Beispiele von etwas eingesenkten Kreuzpunkten (z. B. an den reichen Netzgewölben des Kreuzganges zu Aachen).

Aus vorigem folgt die zweite Grundbedingung: Die stützenden Rippen dürfen sich am Kreuzpunkt nicht stark nach innen einsenken, es sei denn, dass hier besondere Sicherungen vorgesehen sind.

2. Vermeidung eingesenkter Kreuzpunkte.

Ohne Weiteres ergibt sich noch die dritte Bedingung, dass jeder Kreuzpunkt von mindestens drei Rippenästen gestützt sein muss, die so gerichtet sind, dass jede beliebige durch den Kreuzpunkt gelegte senkrechte Ebene beiderseits mindestens eine Rippe hat.

3. Unterstützung des Kreuzpunktes durch Rippen.

Als Grenzfall würde die Unterstützung eines Schlusspunktes durch nur zwei in einer Ebene liegende Rippenäste gelten können, letztere würden ebenso wie zwei gegeneinander gerichtete Dachsparren aufrecht stehen, so lange keine quer gerichtete Seitenkraft auf sie einwirkt. Eine solche würde immer eine seitliche Absteifung verlangen, die durch weitere Rippen oder unter Umständen durch die eingespannten Kappenflächen geboten werden könnte.

Sehr oft treffen mehr als drei Rippen in einem Kreuzpunkt zusammen und zwar vier, sechs, selbst acht und mehr. Unter diesen müssen mindestens drei vorhanden sein, welche die vorigen Bedingungen erfüllen; strenggenommen lässt sich überhaupt nur bei Vorhandensein von drei stützenden Rippen die Verteilung der Druckkräfte auf die einzelnen genau ermitteln, bei einer grösseren Zahl ist die Konstruktion nicht mehr statisch bestimmt, es können hier durch Zufälligkeiten der Ausführung schwer berechenbare Druckverteilungen eintreten (in gleicher Weise wie drei Beine eines Tisches stets ihren Anteil tragen, während das bei vier oder mehr Beinen nicht angenommen werden kann). Bei der Ausführung der Gewölbe trägt die Dehnbarkeit des Mörtels viel dazu bei, von vornherein eine selbstthätige angemessene Verteilung der Kräfte herbeizuführen. Bei einem vierseitigen Kreuzgewölbe kann man beispielsweise mit grosser Sicherheit voraussetzen, dass jede der vier Rippen ihren Kraftanteil richtig überträgt, es müsste denn eine wesentliche Verschiebung in der Lage der Widerlager oder in der Belastung stattgefunden haben.

Wenn sich mehr als drei Rippen in einem Schlusspunkt vereinen, so können sie sämtlich ihn unterstützen, oder es können ausser den erforderlichen Stützrippen auch belastende Rippen auftreten (vgl. DS in Fig. 107 und FE in Fig. 104). Als belastend muss eine Rippe gelten, wenn sie mit ihrem Fusspunkt oberhalb einer Ebene mno (Fig. 107) liegt, welche durch den Schlusspunkt S parallel zu der Grundebene ABC der Stützrippen gelegt ist.

Noch häufiger als derartige Rippen, welche mit einem Ende stützen, mit dem anderen aber belasten, kommen solche vor, welche mit jedem Ende einen Kreuzpunkt zu stützen haben oder richtiger zwei Punkte gegen einander abzusteifen haben. Solche verstrebbende Rippen kommen besonders an Netzgewölben vor, die oft ganze Züge derselben aufweisen. Man muss sie für jeden der beiden Kreuzpunkte als eine Stützrippe ansehen, z. B. os , ns usw. im Netzgewölbe 109 a. Im Sterngewölbe 108 würde dagegen ns als eine den Punkt s belastende und den Punkt n tragende Rippe gelten müssen.

Die Stäbe eines dem Stern- oder Netzgewölbe entsprechenden Gerüstes bekommen in der Regel sämtlich Druck bei einer senkrechten Belastung der Knotenpunkte. In besonderen Fällen kann aber auch eine Zugkraft in einem Stab (bez. Rippe) auftreten, wie folgende Betrachtung zeigt.

In Fig. 105 (Schema eines gewöhnlichen Sterngewölbes) möge der Punkt E sehr dicht über seiner Grundfläche ABS liegen und stark durch G belastet sein. G erzeugt in allen drei Stützrippen Druckkräfte, von denen diejenige der Rippe ES den Scheitel S zu heben sucht, falls er nicht in seiner Last P ein genügendes Gegengewicht hat. Ein Heben des Scheitels würde aber Zugkräfte in den Kreuzrippen AS usw. fordern.

Da eine gewöhnliche aufgemauerte Rippe keine Zugkraft ertragen kann, würde ein solches Gewölbe nicht haltbar sein. Es muss daher folgende vierte Grundbedingung aufgestellt werden: Form und Belastung des Gewölbes muss derart sein, dass keine Rippe in ihrer Längsrichtung eine Zugkraft aufnehmen braucht.

Die vorstehenden vier Bedingungen müssen stets erfüllt sein, wenn die gegenseitige Lage der Kreuzpunkte gesichert sein soll. Für einen Teil der Gewölbe genügen sie ganz allein, für andere reichen sie noch nicht aus. Daraus lässt sich wie wir sogleich sehen werden, ein entscheidendes Merkmal für die einfachen Kreuzbez. Sterngewölbe einerseits und die Netzgewölbe andererseits ableiten.

Bei einem Sterngewölbe, dessen Kreuzpunkte sämtlich von festen Punkten aus unverschieblich gestützt sind (Fig. 108 a, 108 b), ermöglicht eine jede Anordnung der Kreuzpunkte, welche den entwickelten vier Bedingungen entspricht, ein konstruktiv ausführbares Gewölbe. Diese Bedingungen gestatten aber noch einen grossen Spielraum, so kann in Fig. 108 der Kreuzpunkt *m* in gebotenen Grenzen (siehe oben) herabgesenkt werden, andererseits aber kann ein beliebiges Heben eines Punktes erfolgen (vgl. Punkt *n*). Eine jede derartige Form bildet eine unbewegliche Gleichgewichtslage der Kreuzpunkte zu einander, die auch bestehen bleibt, wenn die Last sich ändert. (Bei wechselnder Gestalt oder anderer Last ändern sich natürlich entsprechend die Grössen der Kräfte in den einzelnen Rippen, deren Abmessungen und Formen den Kräften angepasst sein müssen.) Die Vorzüge dieser Sternformen bestehen also darin, dass sie eine ziemlich willkürliche Anordnung der Kreuzpunkte zulassen und dass das ganze System selbst bei veränderter Belastung der Kreuzpunkte unverrückbar oder steif ist.

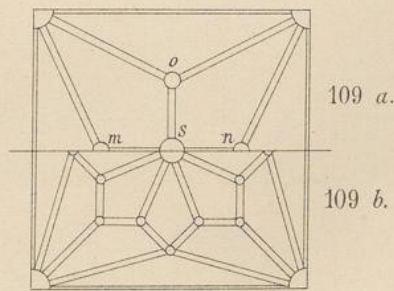
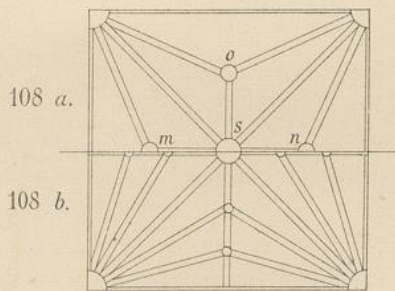
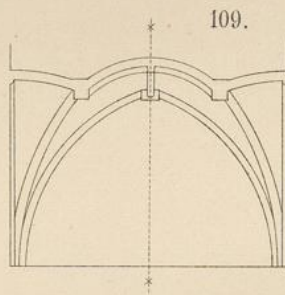
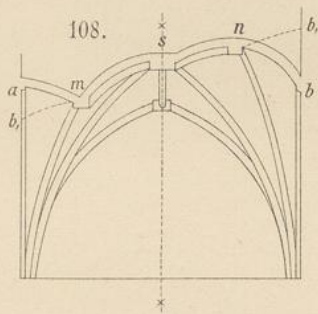
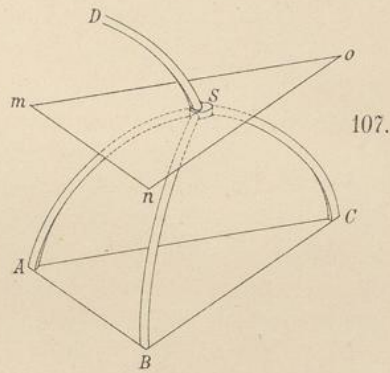
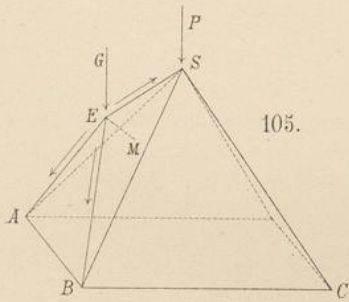
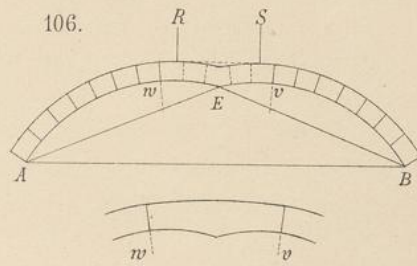
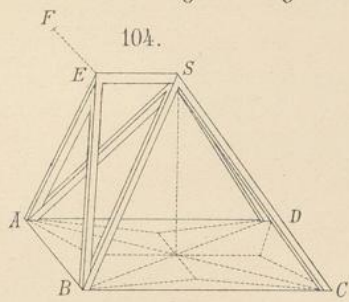
Anders verhält es sich mit dem Netzgewölbe 109 a, 109 b (vgl. 82, 83 und vielen anderen). Da die Kreuzbögen unterbrochen sind, wird der Scheitel *s* nicht fest durch sie unterstützt, er kann demzufolge auch nicht als unverrückbarer Fusspunkt für die weiteren Rippen *s o s m* usw. angesehen werden. Das ganze Rippennetz befindet sich in einem labilen Gleichgewichtszustande, wenn es als Stabsystem mit beweglichen Gelenken aufgefasst wird. Die Kreuzpunkte liegen nicht fest, sondern lassen sich gegeneinander verschieben. Eine Ruhelage des Systems ist nur möglich bei einer ganz bestimmten dieser Lage zugehörigen Belastungsart. Ändert sich die Lastverteilung im mindesten, so werden die Stäbe ihre Ruhelage verlassen und durcheinander fallen. Jede neue Belastung erfordert zur sicheren Aufnahme eine andere Lage der Stäbe. Soll z. B. der Scheitel *s* stärker beschwert werden, so muss er zuvor höher hinaufgerückt werden; allgemein fordert eine Lastzunahme ein Heben, eine Lastabnahme ein Senken des betreffenden Kreuzpunktes, damit eine Gleichgewichtslage entsteht. Man sieht, dass bei derartigen labilen „Netzformen“ die Höhenlage der Schlusspunkte durchaus nicht freigegeben ist; wenn die Widerlagspunkte und event. noch die Pfeilhöhe gegeben sind, so wird die weitere Höhenlage der einzelnen Kreuzpunkte durch die Belastung bedingt. Dem stellt sich, wie gezeigt, die grössere Freiheit in der Gestaltung der festen „Sterngewölbe“ gegenüber, die besonders in der früheren Zeit ihrer Verwendung mannigfach ausgenutzt

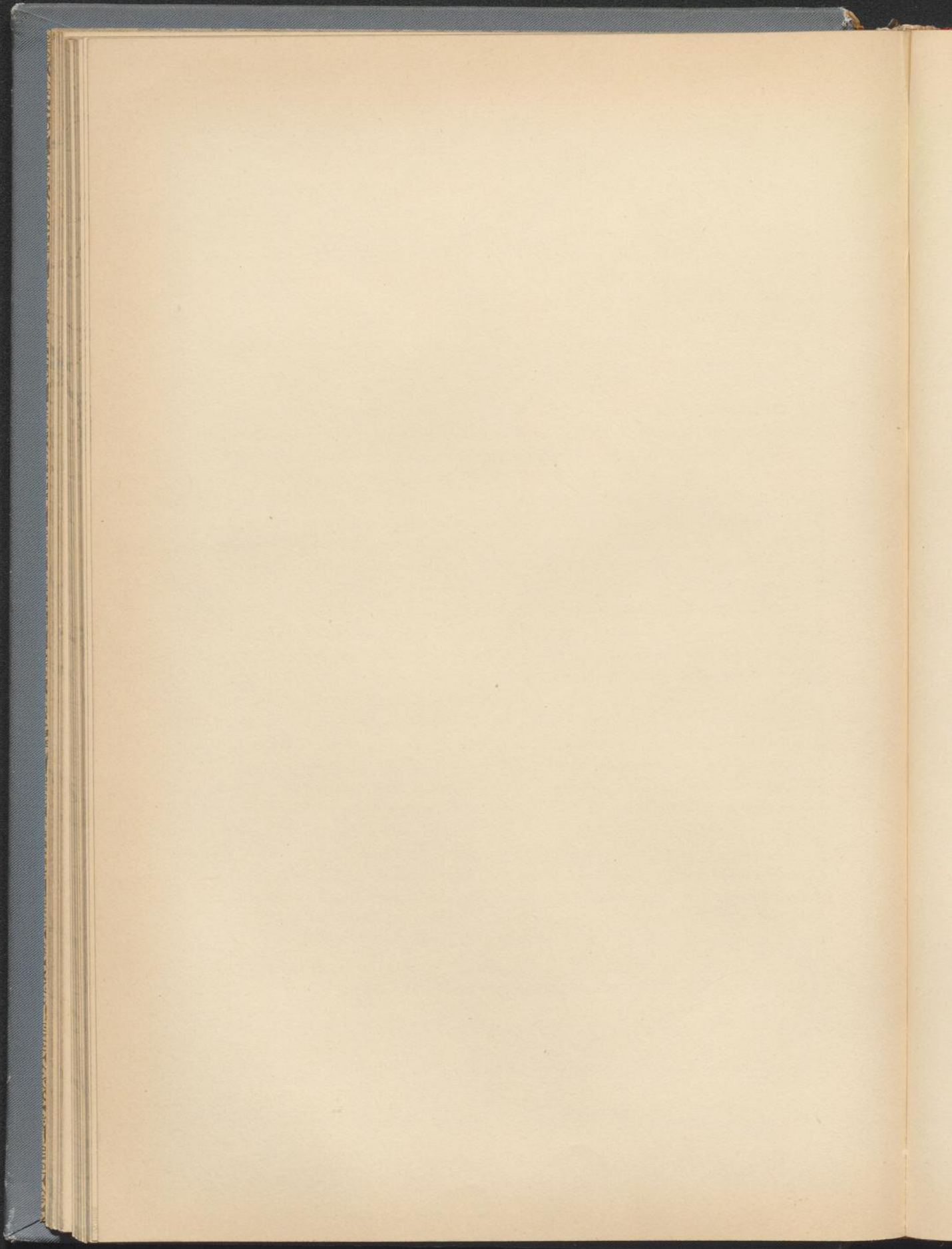
4. Unzulässigkeit von Zugkräften in den Rippen.

Lage der Kreuzpunkte bei Stern- und Netzgewölben.

Tafel XIII.

Gegenseitige Lage der Kreuzpunkte.





wurde; je mehr man aber in der späteren Gotik zu den beweglichen maschenartigen Netzformen überging, umso mehr mussten einheitlich gebogene Gesamtformen der Gewölbe gewählt werden, kugelhähnliche oder cylinderartige Flächen.

Wir glauben die Unterscheidung von Stern- und Netzgewölben am besten so fassen zu können, dass unter einer Sternform ein festverstrebt, unter Netzform dagegen ein labil verknüpftes Rippensystem zu verstehen ist. (In diesem Sinne werden beide Ausdrücke in der Folge verwandt werden.)

Unterscheidung der Stern- und Netzgewölbe.

Damit ein unverschiebliches oder steifes Stabsystem (Sterngewölbe) entsteht, sind bei m Kreuzpunkten und n Widerlagspunkten mindestens $3m + n - 3$ Stäbe erforderlich (die umschliessenden Stülpbögen sind dabei nicht als Stäbe mitgerechnet).

In Wirklichkeit sind die mit Masse behafteten Netzgewölbe natürlich längst nicht so labil, wie ein theoretisch gedachtes wesenloses Stabsystem. Die körperliche Ausdehnung der Rippen, die Steifigkeit der Knotenpunkte und die Versteifung durch die Kappen machen das Gewölbe in gewissen Grenzen unbeweglich. Bei nicht zu grossen Aenderungen in der Belastung werden die zugehörigen Stützlinien nicht sehr von einander abweichen, sodass sie alle im Innern der körperlichen Rippen einen gesicherten Platz finden. Wenn demnach das Netzgewölbe nach Form und Stärke richtig konstruiert ist, so steht es bezüglich der Haltbarkeit dem Sterngewölbe nicht gar so sehr nach, immer aber zeigt es diesem gegenüber die Fesseleiner geringeren Freiheit in der Höhenlage der einzelnen Schlusspunkte.

Wird alles noch einmal kurz zusammengefasst, so zeigt sich, dass die eingangs aufgestellten vier Bedingungen hinreichen, um für die festgestützten Sternformen eine gesicherte Lage der Kreuzpunkte zu prüfen, dass sie aber noch nicht ausreichen für die maschenartigen Netzsysteme. Für diese muss die allgemein gültige (auch jene Bedingungen einschliessende) Forderung angewandt werden, dass die Anordnung der Kreuzpunkte jedes Rippengewölbes einer aus der Belastung hervorgehende Gleichgewichtslage entsprechen muss.

Die theoretische Ermittlung der Gleichgewichtslage für die Kreuzpunkte eines solchen Gewölbes würde meist nicht sehr einfach sein. Man stellt sich ihre Gestalt am besten vor, wenn man sich unterhalb des Gewölbes ein herabhängendes Netz hergestellt denkt, dessen Knotenpunkte genau so belastet sind wie die des oberen Gewölbes. Dieses Netz wird eine Form annehmen, welche das getreue Spiegelbild eines oberen, dem Gewölbe entsprechenden Stabsystemes bildet. Der Unterschied zwischen dem Stabnetz und dem Seilnetz besteht darin, dass im ersteren sämtliche Stäbe auf Druck, im letzteren sämtliche Seile mit gleicher Kraft auf Zug beansprucht werden, ferner befindet sich das Stabnetz im labilen, das Seilnetz im pendelnden Gleichgewicht, d. h. ersteres hat das Bestreben, seine Gleichgewichtslage zu verlassen, letzteres immer wieder in dieselbe zurückzukehren. Aendert man die Belastung des Seilnetzes, so geht es selbstthätig in eine andere dieser Last entsprechende Gleichgewichtslage über. Letztere müsste auch dem Stabnetz gegeben werden, damit es bei der neuen Last stehen könnte. Wenn im Stabnetz bei einer Belastung irgendwo eine unerlaubte Zugkraft entstehen würde, so ist auch diese aus dem entsprechenden Seilnetz sofort zu erkennen, es werden sich hier die Knotenpunkte gegeneinander bewegen und das zwischen ihnen liegende Seil wird schlaff werden.

Seilpolygon und Seilnetz.

Ein solches Seilnetz ist für das Gewölbe dasselbe, was das Seilpolygon für einen Bogen ist. Wird unter einem Bogen ein Seil ausgespannt, das man genau so belastet wie den Bogen selbst, so wird es die theoretisch richtige Bogenlinie im Spiegelbild zeigen. Würde man die Lasten fortlaufend anbringen, so würde sich eine Kurve ergeben; da man aber die Lasten an einzelnen Punkten aufhängen wird, ergibt sich ein eckiger Linienzug „das Seilpolygon“. Die diesem entsprechende,

theoretisch richtige Bogenform wird als die „Stützlinie“ oder „Drucklinie“ des Bogens bezeichnet. Die graphische Statik konstruiert diese Linien in einfacher Weise durch mannigfache Anwendung des Parallelogrammes der Kräfte (vgl. MÜLLER-Breslau, Elemente der graphischen Statik und andere). Dabei findet man nicht nur die Richtung der Kräfte, sondern auch ihre Grösse. Eine Ausdehnung der graphischen Statik auf die räumlichen Netzformen ist für die meisten Fälle nicht so sehr einfach, da sie ihre Konstruktionen nur in der Ebene ausführen kann. Hat man z. B. mit drei von einem Punkte ausgehenden Kräften im Raume zu thun, so wird man zunächst zwei durch eine Resultierende ersetzen müssen, welche mit der dritten in einer Ebene liegt.

Für besondere Fälle der Praxis könnte es sich thatsächlich empfehlen, kleine Netzmodelle (vielleicht in $\frac{1}{10}$ d. nat. Gr.) aus Seilen oder Fäden anzufertigen, deren Herstellung gar nicht so übermässig schwierig ist, wie Versuche des Bearbeiters gezeigt haben. Handelt es sich nur um die Festlegung der Kreuzpunkte, so würde man auf diese die ihnen zukommenden Belastungen der Umgebung in geeigneter Weise vereinigen können. Die von Punkt zu Punkt laufenden Fäden würden dann als straffe gerade Linien erscheinen.

Wollte man auf diese Art auch die theoretisch richtigste Krümmung der Rippen (von der unten noch die Rede sein wird) ermitteln, so hätte man das jeder Rippe zugehörige Seilstück in eine angemessene Zahl einzelner Teile zu zerlegen und an jedem Teile eine ihm zukommende Kraft anzubringen, berechnet aus Gewicht der Rippe, Schub und Schwere des zugehörigen Kappenstückes sowie der etwaigen Oberlast. Auf diese Art bekäme man genau die theoretisch richtige Rippengestaltung. Wäre eine wechselnde Last anzunehmen, so würde man auch die Belastung des Modelles entsprechend ändern und die Verschiebungen beobachten. Alle dabei sich ergebenden Seilagen müssen natürlich mit genügender Sicherheit im Innern des späteren Rippenkörpers Platz finden.

Im Mittelalter hat ein gesundes konstruktives Gefühl, zeitweis geschärft durch üble Erfahrungen, immer die richtige Form selbst für die reichsten Rippengewölbe finden lassen. Wenn das Rippennetz ziemlich dicht wird und die Belastung nicht gar zu ungleichmässig verteilt ist, dann nimmt das Geripp eines Netzgewölbes eine ziemlich regelmässig gebogene Gesamtform an, die um so einheitlicher ist, je enger die Maschen werden. Bei zentralen Feldern ergeben sich meist kugelähnliche, über langgestreckten Räumen tonnenartige Bildungen. Sehr dichte Netze kann man ihrer konstruktiven Gestalt nach dreist als einfache völlflächige Gewölbe behandeln, es ist damit aber durchaus nicht gesagt, dass man bei ihnen unbedingt zu der genauen Kugel oder dem halben Kreiscylinder der Römer zurückkehren müsse. Andere Scheitelhöhen ergeben andere Gestalten, überdies erfordern jene römischen Formen eine Verschwendung an Wölbstärke, da sie mit den theoretischen Gleichgewichtsformen wenig genau übereinstimmen. Ueber letztere siehe weiter hinten (Seite 53 und folg.).

Engmaschige
Gewölbnetze.

Zwischen den ursprünglichen Gewölbrippen und den späteren Maschenreihungen ist ein merklicher Abstand zu erkennen. Jene waren stark belastete Tragbögen, welche als festes Gerüst das ganze Gewölbfeld in Einzelgewölbe zerlegen; diese ziehen sich schliesslich als Netz unter einer einheitlich gebogenen Fläche hin, die Kappen oft weniger tragend als zeitweis verstärkend, wodurch aber immer noch leichte Wölbung, leichtes Lehrgerüst und eine ästhetische Teilung erzielt ist.

b. Druckverteilung in den Kappen.

Im Vorstehenden handelte es sich um die Gesamtgestalt des Gewölbes, besonders um die gegenseitige Lage der Schlusspunkte. Die Rippen sind nur nebenher und die zwischen ihnen ausgespannten Kappenflächen noch gar nicht zur Besprechung

gelangt. Bei einem grossen Teil der Wölbsysteme — den gewöhnlichen Kreuz- und Sternformen — konnte man in den durch die aufgestellten Bedingungen gebotenen Grenzen über die Lage der Schlusspunkte frei verfügen. Je mehr man aber diese Freiheit ausnutzt, um so schärfer muss man sein Augenmerk auf eine richtige Gestaltung der Rippen und Kappen lenken.

Auf streng wissenschaftlichem Wege die Kräfte zu ermitteln, die in dem tausendfältig gestalteten Kappen auftreten können, würde zu äusserst schwierigen, und doch nur bedingungsweis löslichen Aufgaben der Statik führen. Damit ist dem praktischen Baukünstler wenig gedient, für ihn ist es wichtig, dass er sich ein Gesamtbild von den Kraftwirkungen verschafft und dass er auf vereinfachtem, aber doch möglichst zutreffendem Wege sich Rechenschaft über seine Werke geben kann. Dazu gehört vor allem eine klare Vorstellung von den einschläglichen Verhältnissen; wird diese erworben, so kann man selbst ein nach dem ersten Anschein so unweg-sames Gebiet, wie das der reichen gotischen Wölbbildungen, leicht entwirren und durchwandeln, wie es im folgenden versucht werden mag.

Sehr verbreitet ist die Täuschung, dass die Richtung des Wölbdruckes immer von der Lage der gemauerten Kappenschicht abhängt. Dies ist im allgemeinen nicht der Fall, für den Widerlagsdruck eines Tonnengewölbes ist es z. B. bei sonst gleicher Form ohne viel Belang, ob die Schichten liegend oder „auf den Schwalbenschwanz“ gemauert sind. Die Schichtenlage hat ihre grosse Bedeutung für die Ausführung der Gewölbe, später tritt sie ziemlich zurück (wenngleich sie immer noch bei etwaigen Verdrückungen eine gewisse Rolle spielen kann, wenigstens dann, wenn der Winkel zwischen der Druck- und Schichtrichtung ein zu spitzer ist. Näheres siehe hinten unter Kappengemäuer). In altchristlicher, romanischer und auch gotischer Zeit ist demgemäss ein mannigfaltiger Wechsel in der Schichtenlage zu beobachten. (Ueber die Schichtenlage bei den Byzantinern siehe vorn Fig. 12—13 und über diejenige der gotischen Gewölbe hinten Fig. 298—319).

Einfluss der Schichtenlage.

Der wesentliche Faktor für die Druckverteilung ist nicht die Schichtenlage, sondern die Gestalt des Gewölbes, aber auch diese ist nicht ganz allein entscheidend, es können verschiedene Nebenumstände, selbst Zufälligkeiten einen ganz erheblichen Einfluss üben.

Unregelmässige Druckverteilung.

Wenige Konstruktionen sind so sehr wie gerade die Wölbungen abhängig von Zufälligkeiten. Einige mögen hier aufgezählt werden. Auf die Spannungen im Gewölbe haben Einfluss: 1. Unrichtig verteilte Widerlagsstärken, die ein gewisses Fortweichen der schwachen und ein Feststehen der starken Teile ergeben. 2. Verschieden starkes Einspannen der Widerlager durch äussere Kräfte z. B. die Schubkräfte benachbarter Gewölbe, welche sich auf das in Frage kommende Gewölbe übertragen. 3. Verschiedenes Setzen der Widerlager. 4. Ungleich zusammengesetzter oder ungleich steifer Mörtel, der an ein und demselben Gewölbe verwandt wird. 5. Unterbrechungen und verschieden schnelles Vorgehen beim Aufmauern. 6. Festes Einspannen einzelner Schichten, während andere beweglich im vollen Mörtel stehen. 7. Mehr oder weniger grosse Beweglichkeit des Lehrgerüsts und Art oder Zeitpunkt der Ausrüstung. All derartige Umstände können kleine Verschiebungen oder Bewegungen bewirken, die bei der geringen Elastizität der verwandten Baustoffe sofort eine merkliche Druckänderung nach sich ziehen. Findet bei starken Verdrückungen eine Zertrennung einzelner Wölbteile durch auftretende Risse statt, so wird dabei die Kraftübertragung um so mehr beeinflusst.

Bei all diesen Nebenumständen spielt der Mörtel eine gewisse Rolle, er kann

Einfluss des
Mörtels auf
die Druck-
verteilung.

ausgleichend oder auch verstärkend auf sie einwirken, es ist dabei besonders von Einfluss, ob der Mörtel noch weich oder bereits erhärtet ist. Im allgemeinen trägt der weiche Mörtel dazu bei, eine gleichmässige, der Form des Gewölbes folgende Druckverteilung zu begünstigen, während nach Erhärtung des Mörtels sich der Druck vorwiegend dorthin fortpflanzt, wo er den grössten Widerstand findet.

Es hängen diese Erscheinungen mit den plastischen und elastischen Eigenschaften der in Frage kommenden Stoffe zusammen. Um sie zu verstehen, denke man sich eine zähflüssige, dem Erhärten nahe Masse (Mörtel, Asphalt) einen Abhang herabgleiten und sodann durch einen ausgezackten Körper aufgehalten (Fig. 110). Die Hauptlast wird auf die vortretenden Zacken *a* ausgeübt, durch Verdrückungen und Verschiebungen in der Masse wird eine geringere Belastung auch noch den Vertiefungen *b* mitgeteilt, die Lücken *c* dagegen gehen ganz leer aus. Es wird die Masse nach der stattgehabten Formänderung zur Ruhe kommen und erhärten. Je starrer der Körper war, um so mehr wird er seinen ganzen Druck nur auf wenige vortretende Zacken bringen, je dünnflüssiger oder schmiegsamer er war, um so mehr wird er seine Last auch den Vertiefungen mitteilen.

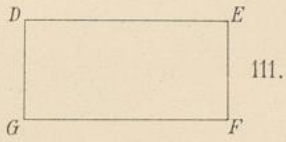
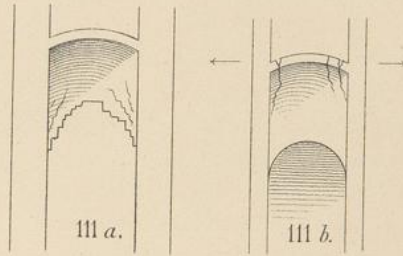
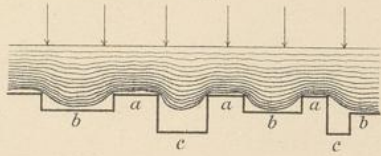
Aehnliche Vorgänge spielen sich in einem Gewölbe ab. Denkt man sich ein Rechteck durch eine bauchige Tonne oder böhmische Kappe überspannt, so wird diese sowohl den Längs- als den Querseiten Druck übermitteln. Wie sich dieser Druck aber auf beide Richtungen verteilt, ist nach Erhärtung des Mörtels nicht immer bestimmt zu sagen, es hängt das zum Teil von Zufälligkeiten ab. Werden die Mauern der kurzen Seiten *DG* und *EF* (vgl. Fig. 111) beseitigt (vielleicht auch nur durch ein Setzen der Grundmauern gesenkt —), so wird sich der darüber befindliche Gewölbteil herabschieben, das untere Stück fällt vielleicht ganz herab, darüber bilden sich schräge Risse, allmählig kommt das Gewölbe zur Ruhe und wird lediglich durch die Längswände getragen (Fig. 111 a). Sind umgekehrt bei dem gleichen Gewölbe die kurzen Wände äusserst fest (Fig. 111 b), während die langen, zwar vorhanden aber zu schwach sind, (da völliges Fehlen im skizzierten Fall wohl nicht mehr thunlich), so werden die dünnen Längswände unter dem Wölbdruck sich setzen oder ausweichen. In Folge dessen wird das Gewölbe nachrücken, bis es seiner Hauptmasse nach sich auf die festen kurzen Seiten gestützt hat. Diesmal tragen also gerade die kurzen Seiten, die vorhin leer ausgingen. Auf die Längswände kommt nur ein geringer Teil des Druckes und zwar so viel, wie diese aufnehmen können. Würde ihnen mehr zugemutet, als sie tragen können, so würde sich die Bewegung noch bis zur weiteren Entlastung fortsetzen. So wird das Verdrücken und Verschieben bis zu einer neuen Ruhelage mit anderer Lastverteilung stattfinden. Natürlich dürfen die Widerlager nicht gar zu unvollkommen sein, da sich sonst keine Ruhelage bilden kann, sondern die Verschiebungen sich bis zum Einsturz fortsetzen.

Je mehr der Mörtel erhärtet ist und je besser er angebunden hat um so mehr lässt er zu, dass ein stärkeres Widerlager für ein schwaches eintritt; je weicher er aber ist, um so weniger ist dieses möglich. Die Umlagerung des Druckes in Folge von Widerlagsverschiebungen bei erhärteten Gewölben ist in alten Bauten oft ganz erstaunlich, man kann an den Rissen verfolgen, dass sich die Wölblast auf gänzlich

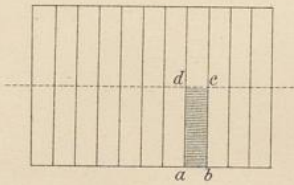
Tafel XIV.

Druckverteilung in den Gewölben.

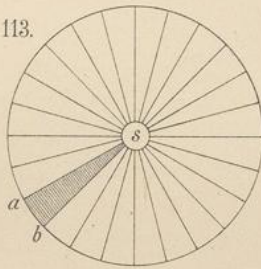
110.



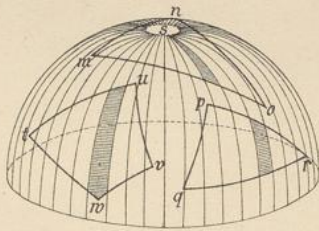
112.



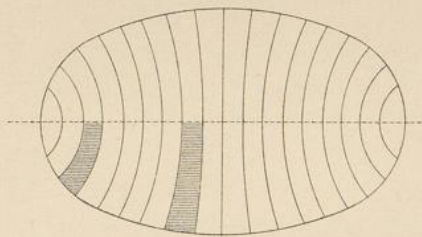
113.



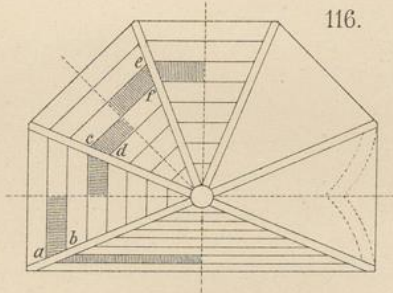
114.



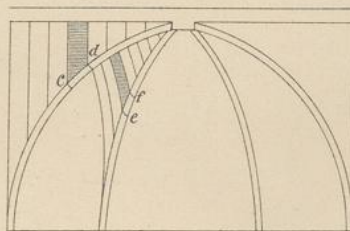
115.

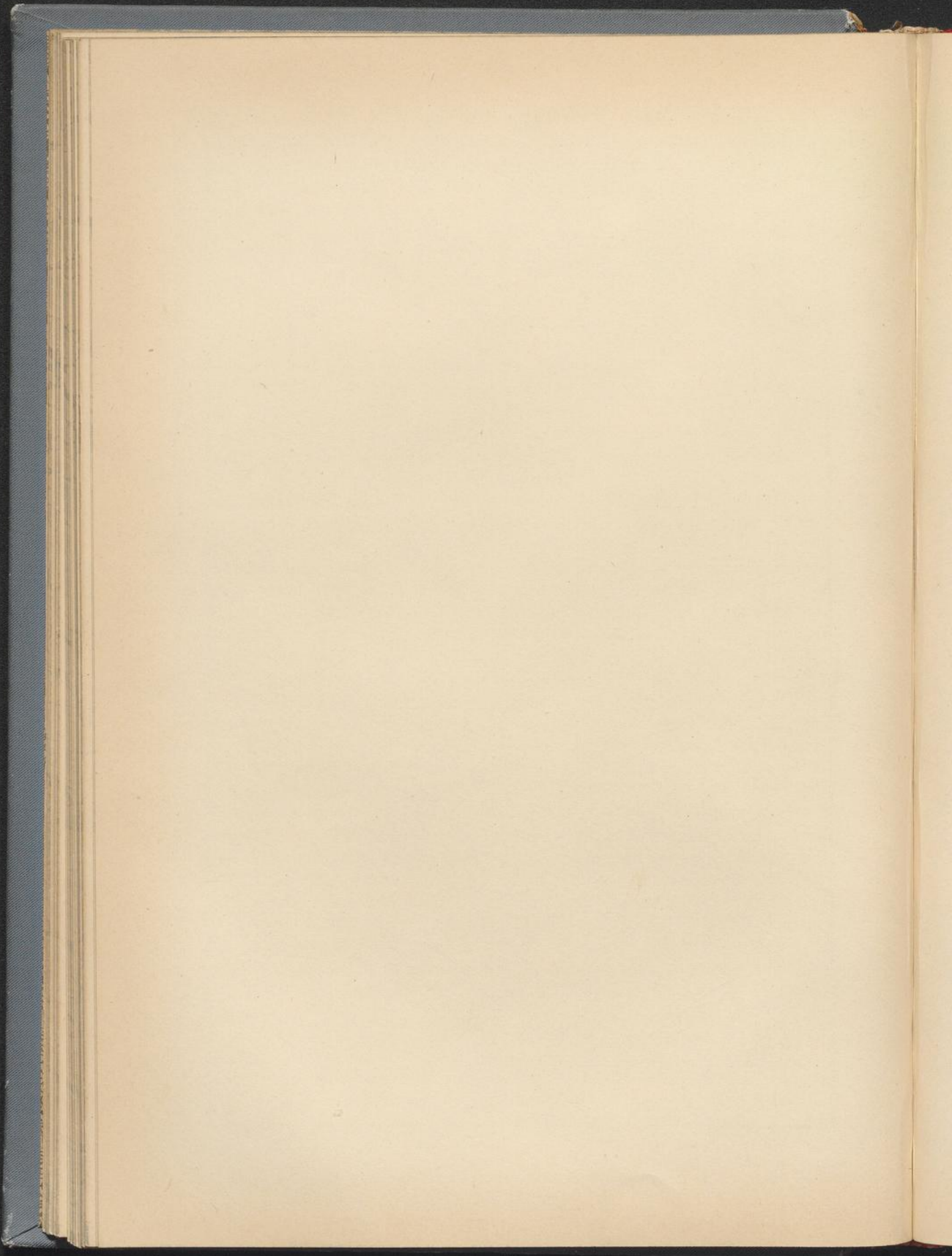


116.



116 a.





andere Punkte übertragen hat. Unter Umständen kann eine solche Umlagerung von Nutzen sein, im Allgemeinen ist es aber dem Bauwerk dienlich, dass es dauernd in derjenigen Weise seine Beanspruchung empfängt, die man ihm von vornherein zugemutet hat.

Dass aber von vornherein eine günstige allseitige Druckverteilung stattfindet, ist gerade durch den „weichen Mörtel“ zu erreichen. Wenn ein Widerlagsteil etwas weicht, so wird er bei weichem Mörtel nicht entlastet, es rückt vielmehr ein Teil des Gewölbes unter gewissen Verdrückungen nach, bis eine Ruhelage eintritt. Ist ein wichtiger Widerlagsteil so schwach konstruiert, dass er überhaupt nicht mehr zur Ruhe kommt, so rückt ein weiches Gewölbe bis zum Einsturz nach. Das ist eine Eigenschaft des weichen Mörtels, die schlechten Konstruktionen zwar verhängnisvoll werden kann, die aber für richtige Anlagen willkommen ist, für diese will man gerade erreichen, dass einem jeden Widerlagsteil der Druck zugeführt wird, der ihm nach der Wölbform gebührt.

Welcher Grad der Weichheit für den Mörtel günstig ist, kann nur von Fall zu Fall entschieden werden, einen gar zu beweglichen Mörtel wird man besser meiden, da er unerwünscht starke Verdrückungen erzeugen kann. Gewöhnlich reicht es hin, wenn nur noch ein ganz geringer Grad von Dehnbarkeit beim Ausrüsten vorhanden ist. Beim freihändigen Mauern genügt der dazu übliche steife Mörtel noch, um die Kappen bei der fortwährend wechselnden Last immer in einer entsprechenden Bewegung zu erhalten, so dass, wenn nicht ein gewaltsames Einkeilen einzelner Schichten stattfindet, schliesslich die Druckverteilung der Form des Gewölbes folgt.

Es geht aus diesen Betrachtungen hervor, dass ein Baumeister mit reinem Gewissen sein Gewölbe nicht zu spät ausrüstet, um die günstige Thätigkeit des Mörtels auszunützen. Einer unsicheren Konstruktion kann dagegen „unter Umständen“ durch längeres Erhärten gedient sein, da dann „vielleicht“ die Arbeit der weichenden faulen Konstruktionsteile durch andere reichlich kräftig konstruierte mit geleistet wird. Im Nachfolgenden wird vorausgesetzt, dass eine der Wölbform zukommende regelrechte Druckverteilung, begünstigt durch die plastischen Eigenschaften des Mörtels, stattfindet. Man kann dann allgemein die Hypothese aufstellen, dass in einer gewölbten Kappenfläche jedes Kappenteilchen vorwiegend in derjenigen Richtung seinen Druck nach dem Widerlager fortpflanzt, welche eine rollende Kugel verfolgen würde, oder mit anderen Worten, dass der Druck sich immer in der steilsten Richtung zu übertragen sucht.

Abhängigkeit
des Druckes
von der
Wölbform.

Die Kappengestalten, welche das Mittelalter verwandt hat, sind ungezählte, für die meisten giebt es keinen mathematischen Namen. Teile liegender, steigender und bauchiger cylinderartiger Flächen, Kegelausschnitte und alle möglichen kugelähnlichen oder busigen Formen kommen vor, sie lassen sich bei aller Verschiedenheit vorwiegend in zwei Abteilungen zerlegen, in die nach einer Richtung gekrümmten, tonnenartigen Flächen und die nach allen Richtungen gebogenen, busigen Flächen.

Nimmt man gemäss der vorstehenden Hypothese die Fortpflanzung des Gewölbedruckes an, so wird sich für Tonnenflächen eine parallele Streifenteilung (Fig. 112) und für eine Kuppel eine radiale Flächenzerlegung (Fig. 113 und 114) ergeben.

Zerlegung der
Kappen in
Streifen.

Für busige Flächen, welche sich von der Umdrehungskuppel nicht weit entfernen, kann man ohne grossen Fehler die gleiche radiale Zerlegung vom höchsten Punkte (Gipfelpunkt) aus vornehmen. Für beliebige Teilstücke einer solchen Fläche wie die gebogenen Dreiecke *mno* und *pqr* sowie das Viereck *tuvw* in Fig. 114 bleibt natürlich die Streifenteilung die gleiche. Nötigenfalls sind solche Flächenstücke erst bis zu ihrem Gipfelpunkt zu ergänzen, damit man von diesem aus die Teilung vornehmen kann. Liegen Flächen vor, welche sich sowohl von der Tonne als von der Kuppel weit entfernen, z. B. die zwischen beiden stehende Form Fig. 115, so ergibt sich nach Massgabe der Bahnen herabrollender Kugeln eine abweichende Streifenteilung, wie sie für den vorliegenden Fall in die Figur eingetragen ist. Meist wird man aber hinlangende Genauigkeit erzielen, wenn man nach den Vorbildern 112 und 113 parallel oder radial teilt oder auch beides vereint.

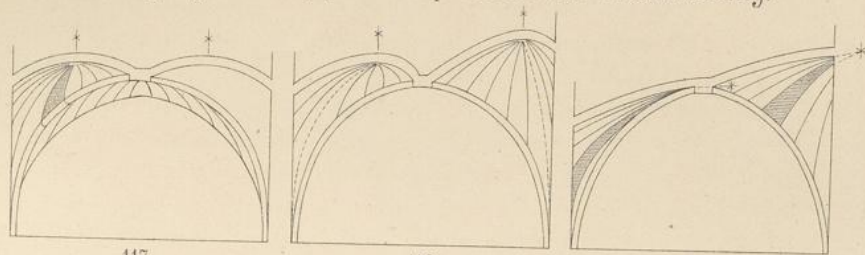
Nach diesen Angaben ist es spielend leicht, bei einem Kreuzgewölbe irgend welcher Art die Kappenflächen in geeigneter Weise in Streifen zu zerlegen und dadurch die Art der Druckverteilung nach den einzelnen Richtungen zu bestimmen. Es sei dies an mehreren Abbildungen gezeigt, die sich fast ohne jede Erläuterung verstehen lassen.

1. Kreuzgewölbe mit geradem Scheitel. Die Kappenflächen haben eine tonnenartige Form und werden daher senkrecht zum Scheitel in parallele Streifen zerlegt. Als Beispiel (Fig. 116, 116a) ist ein halbpolygonales Chorgewölbe gewählt, es ist gleichgültig ob die Schildbögen bez. Kappenflächen nach dem Halbkreis, dem Spitzbogen oder einer anderen Linie gebogen sind. Jeder Kappenstreif trägt seinen Anteil an Gewölbblast und Schub auf das zugehörige Rippenstück, so dass der Rippenteil *ab* die beiden hier zusammenstossenden schraffierten Streifen aufnimmt. In gleicher Weise ist die Belastung der Rippenstücke *cd* und *ef* durch Schraffur angedeutet. Damit die Rippe nicht seitwärts ausbaucht, muss der Schub, den die beiderseitigen Streifen ausüben, sich in der Richtung senkrecht zur Rippe aufheben, es wird davon noch die Rede sein. Bei Gewölben mit steigendem Scheitel werden die Streifen die an der rechten Seite von Fig. 116 durch gestrichelte Linien angedeutete Richtung nehmen.

2. Kreuzgewölbe mit busigen Kappen (Fig. 117, 118, 119). Man sucht für jedes Kappenfeld den höchsten Punkt *s* auf und zieht von diesem aus im Grundriss Strahlen, welche die Fläche in dreieckige Teilstreifen zerlegen. Auf ein Stück *vw* einer Rippe (Fig. 117) kommt Gewicht und Schub der schraffierten Dreiecke. In Fig. 117 liegen die Gipfelpunkte etwa in der Mitte der Kappenflächen, es verteilt sich der Druck daher etwa zu gleichen Teilen auf die Rippen und die Schildbögen. Rückt der Kappengipfel dicht an den Schlussstein (Fig. 118 links), so bekommt der Schildbogen den grössten Druck, umgekehrt erhalten die Rippen den Hauptanteil, wenn der Gipfelpunkt in die Nähe des Schildbogens rückt (118 rechts). Es kann sogar die Kappe sich so sehr nach einer Seite heben, dass der Gipfel gar nicht mehr im Kappendreieck liegt, sondern ausserhalb desselben ergänzt werden muss. In dem linksliegenden Dreieck der Fig. 119 erhält nur der Schildbogen eine senkrechte Last von den Teilstreifen, die Rippen werden nicht belastet, ausser dem nie fehlenden Horizontalschub erhalten sie vielmehr eine nach oben gerichtete Kraft,

Tafel XV.

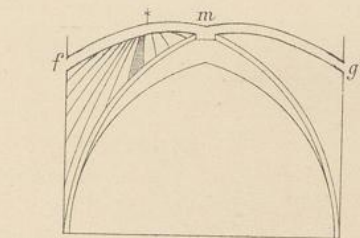
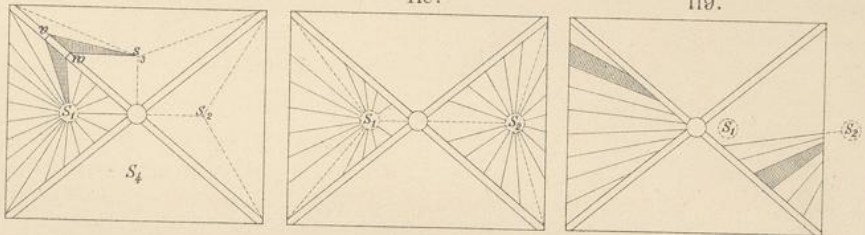
Zerlegung der Kappen entsprechend der Druckrichtung.



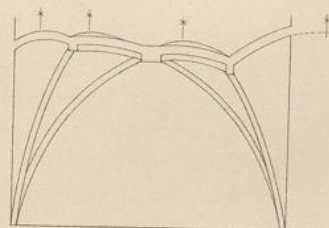
117.

118.

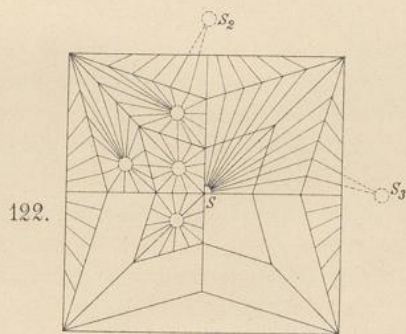
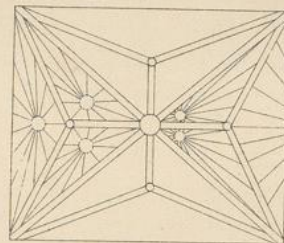
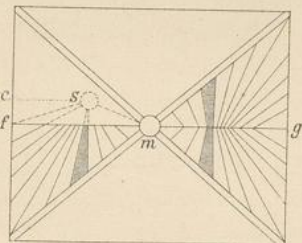
119.



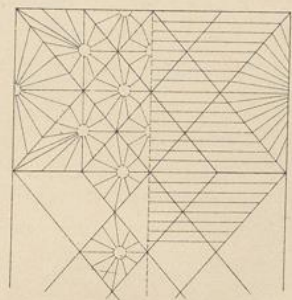
120.



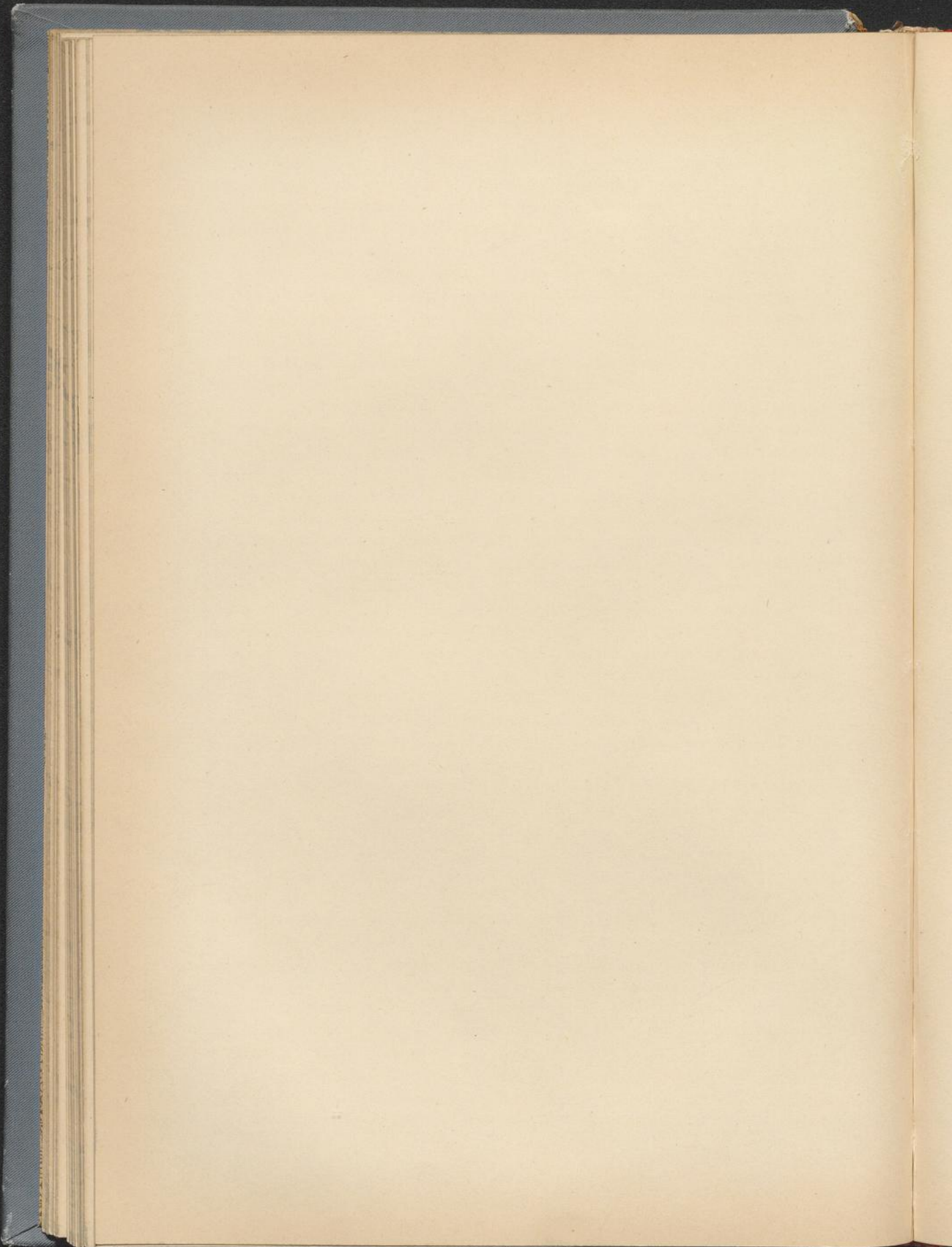
121.



122.



123.



sie werden getragen. Umgekehrt werden in dem rechts liegenden Kappendreieck die Rippen stark belastet, während der Schildbogen einen Druck nach oben bekommt.

Man hat es in dieser Weise ganz in der Hand, je nach Wahl der Kappenform den Wölbdruck nach dem einen oder anderen Bogen zu lenken, was für die Ausführung solcher Gewölbe grosse Bedeutung hat. Wichtig ist es, immer darauf zu sehen, dass die Rippen möglichst von beiden Seiten gleich geschoben werden, was sich am vollkommensten erzielen lässt, wenn man die benachbarten Kappenwipfel symmetrisch zur Rippe legen kann. Der Punkt s wird in der Grundrissprojektion etwa seitwärts von dem Mittelpunkt c des Scheitelbogens zu suchen sein.

3. Kreuzgewölbe mit zugeschärften busigen Kappenfirsten (Fig. 120). Das Gewölbe entsteht, wenn von spitzen Schildbogen aus gekrümmte Firstkanten fm und gm zur Mitte geführt werden, gegen welche sich dachartig die Kappenflächen zusammenschneiden. Jede der Kappenhälften ist anzusehen als ein aus einer kuppelähnlichen Fläche geschnittenes Dreieck (vgl. pqr in Fig. 114). Den mutmasslichen Gipfelpunkt s muss man ergänzen und von hier aus die Teilstrahlen ziehen, wie solches in der Abbildung geschehen.

4. Sterngewölbe. Es ergeben sich hier ganz entsprechende Abwandlungen wie bisher, einige derselben sind in der Fig. 121 dargestellt. Je nach der Lage der Gipfelpunkte kann man auch hier mehr die eine oder andere Rippe oder schliesslich auch den Schildbogen belasten. Gleicher Schub von beiden Seiten der Rippen ist natürlich auch hier zu erstreben.

5. Netzgewölbe. Es kann wie bei vorigen Gewölbarten jedes einzelne Kappenstück für sich in mannigfacher Weise gebauht sein (siehe linke Seite von Fig. 122 und Fig. 123); oder es kann, wie schon an anderer Stelle besprochen, für das ganze Gewölbe eine gemeinsame gebogene Kappenfläche angenommen werden. Es pflanzt sich im letzteren Falle der Druck von Kappenfeld zu Kappenfeld direkt fort, ohne dass den Rippen eine besondere Bedeutung dabei zufällt. Die Flächen- teilung würde bei langgestreckten Netzgewölben auf eine Parallelstreifung wie bei der Tonne hinauslaufen (Fig. 123 rechts); bei zentralen Netzwölbungen würde dagegen eine strahlenförmige Teilung (Fig. 122 rechts) von dem Mittelpunkt s ausgehen, die sich über alle Felder zieht mit alleiniger Ausnahme der äusseren Dreiecke, welche gewöhnlich nach den Schildbögen hin anzusteigen pflegen (Wipfelpunkt s_2 und s_3).

c. Die richtige Form der Kappen.

Die Zerlegung der Kappen in einzelne Streifen, die sich sonach nicht nach der Richtung der Steinschichten sondern nach der Gestalt der Kappen richtet, war sehr einfach durchzuführen, nunmehr handelt es sich darum, die zweckmässige Krümmung eines solchen Kappenstreifen festzustellen und den Widerlagsdruck, den er auf die ihn tragende Rippe ausübt. Die Wölbdicke der Kappen sucht man so gering wie irgend möglich zu machen, sie beträgt meist 10—15 cm, kann selbst noch weiter eingeschränkt sein. Soll nach der üblichen Annahme die Mittellinie des Druckes überall in dem mittleren Drittel der Wölbdicke liegen, so bleibt kein grosser Spielraum, d. h. mit anderen Worten, will man dünne Kappen wölben, so hat man sich genau an die theoretisch ermittelte Drucklinie mit der

Ermittlung
der Stütz-
linie.

Wölbbiegung anzuschliessen; ganz besonders gilt das für tonnenartig gestaltete Kappen.

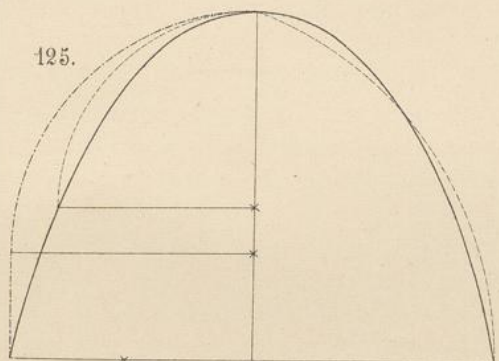
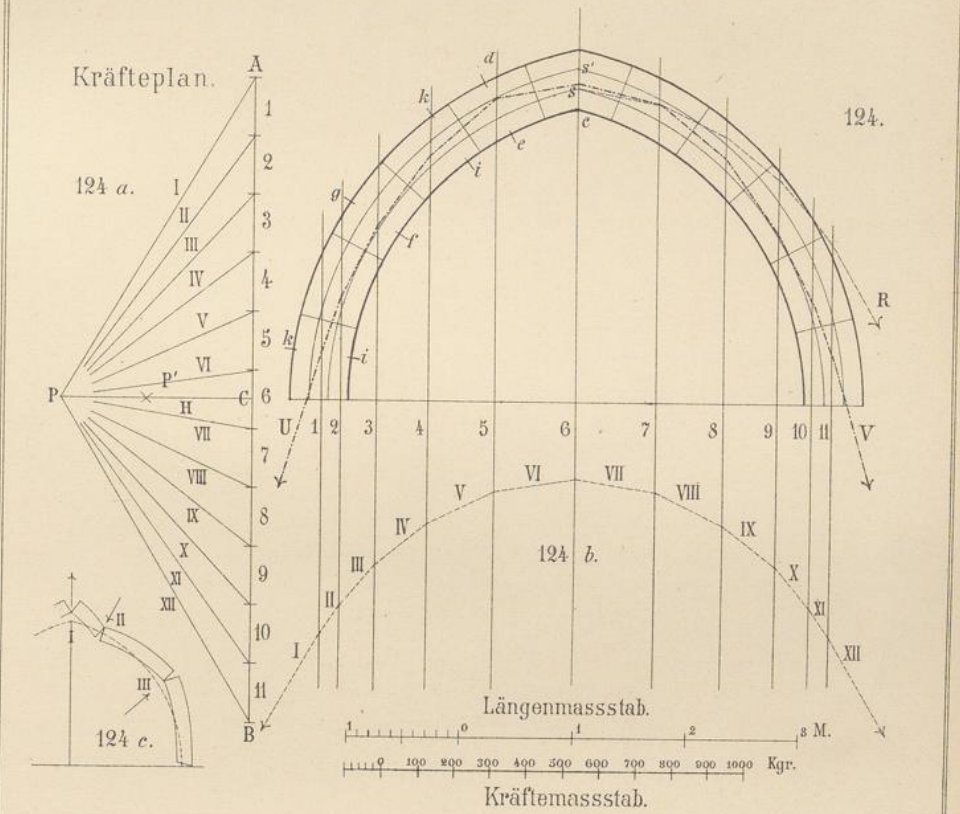
Ein aus der Tonnenkappe senkrecht zu deren Scheitel geschnittener Parallelstreif ist genau so zu behandeln wie ein ganz gewöhnlicher gemauerter Bogen, die Stützzlinie findet man für ihn gerade so wie für diesen.

Man zerlegt den Bogen oder den Kappenstreif in eine beliebige Anzahl — z. B. 11 — gleicher Teile, für jeden Teil berechnet man sein Gewicht, welches im Schwerpunkt angreift und senkrecht nach unten gerichtet ist nach Massgabe der Linien 1—11 in Fig. 124. In einer besonderen Nebenfigur, dem Kräfteplan, trägt man die berechneten 11 Gewichte senkrecht unter einander nach einem angenommenen Massstab, hier z. B. 20 kgr gleich 1 Millimeter. Es entsteht dadurch die Linie AB , welche das Gesamtgewicht des Bogens darstellt. Ist wie im vorliegenden Falle der Bogen symmetrisch gebildet und symmetrisch belastet, so legt man durch den Mittelpunkt C der Linie AB eine Horizontale, auf welcher die im Bogen auftretende Horizontalkraft H aufzutragen ist. Da H von vornherein nicht genau zu ermitteln ist, giebt man ihm zunächst probeweis eine Länge CP . Vom Endpunkt P , dem Pol, führt man nach den Teilpunkten der Vertikalen AB verbindende Strahlen, welche mit den römischen Ziffern I bis XII bezeichnet sind. Angenommen H sei richtig gewählt, so stellen diese Linien die im Bogen von einem Teil zum andern sich fortpflanzenden Druckkräfte nach Grösse und Richtung dar, aus ihnen lässt sich sehr leicht die Drucklinie konstruieren, was unterhalb des Bogens in Fig. 124 b geschehen ist. Es wird hier zu jedem der Strahlen I bis XII eine Parallele gezogen in der Art, dass ein polygonaler Linienzug entsteht, dessen Ecken je auf einer der Vertikalen 1 bis 11 liegen. Eine Kraft IV, welche im Kräfteplan sich zwischen die Vertikalkräfte 3 und 4 setzt, liegt auch in der Drucklinie zwischen den Vertikallinien 3 und 4 usf.

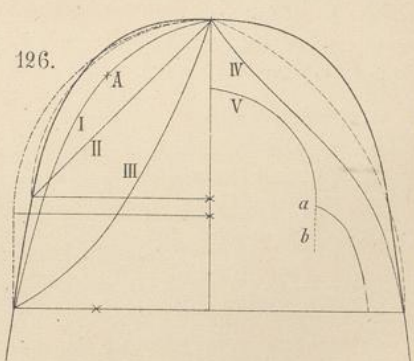
Die so für das vorläufig angenommene H ermittelte Drucklinie kann man oben in den Bogen eintragen (siehe SR), es zeigt sich in diesem Falle, dass die Linie viel zu flach ist; wenn sie im Bogen bleiben soll, muss sie steiler bez. mehr gekrümmt sein. Es wird das dadurch erzielt, dass man einen geringeren Horizontalschub H annimmt, denn es entspricht einem hohen Bogen ein kleiner, einem flachen Bogen ein grösserer Schub. Man nimmt daher im Kräfteplan ein kleineres H an durch Verlegung des Poles P nach P' . Für diesen Pol führt man dieselbe Konstruktion der Stützzlinie durch und fährt nötigenfalls mit den Versuchen noch weiter fort, bis man die günstigste Drucklinie ermittelt hat, d. h. diejenige Drucklinie, welche sich möglichst wenig von der Mittellinie des Bogens entfernt (vgl. $US'V$ in der Abbildung). Man nimmt an, dass bei einem „in gutem Zustand befindlichen“ Gewölbe der Druck bestrebt ist, sich nach der günstigsten Drucklinie fortzupflanzen, überhaupt hält man einen Bogen oder ein Gewölbe noch für haltbar, so lange noch eine befriedigende Drucklinie in ihm möglich ist. Näheres über die Konstruktion der Drucklinien siehe in den betreffenden Lehrbüchern, unter anderen in MÜLLER-BRESLAU, Elemente der graphischen Statik.

Die eingezeichnete Drucklinie $US'V$ fällt im vorliegenden Fall nicht mit der Mittellinie des Bogens zusammen, sie liegt aber überall im mittleren Drittel, im Scheitel nähert sie sich bei c mehr der unteren Grenze dieses Drittels, am Widerlager dagegen berührt sie die äussere, ausserdem nähert sie sich den Grenzen noch in den Querschnitten de und fg und zwar beim ersteren nach aussen, beim zweiten nach innen. Diese Stellen sind zu beachten, denn je mehr die Drucklinie sich aus der Mitte entfernt, um so ungleichmässiger verbreitet sich der Druck über den betreffenden Querschnitt. Nur wo die Drucklinie gerade durch die Mitte geht, wie bei ik , da bekommt der Bogen auf seinem ganzen Querschnitt gleichen Druck. (Wäre z. B. der Gesamtdruck nach Ermittlung durch den Kräfteplan an einer solchen Stelle 1000 kgr, die Querschnittsfläche aber 800 qem, so würde überall auf 1 qem ein Druck von 1,25 kgr zu rechnen sein). Anders ist es beim Querschnitt ed , je mehr die Drucklinie sich der Aussenkante d nähert, um so stärker wächst der Druck an dieser Kante, während er bis zur inneren Kante e beständig abnimmt. Geht die Drucklinie gerade durch $\frac{1}{3}$ der Breite, so wird an der Aussenkante d ein Druck herrschen, der doppelt so gross ist als der Durchschnitt (also 2,5 kgr. statt 1,25 bei Annahme von 1000 kgr Gesamtdruck und 800 qem Fläche), an der Innenkante wird der Druck gerade gleich Null sein. Schiebt sich die Drucklinie noch mehr nach aussen, so wird sich an der Aussenkante der Druck rasch steigern, während an der Innenkante Zugkräfte auftreten. Können letztere vom Mörtel nicht geleistet werden, so tritt ein Öffnen der Fuge ein (ein Vorgang den man an zahlreichen Gewölben oder Bögen beobachten kann).

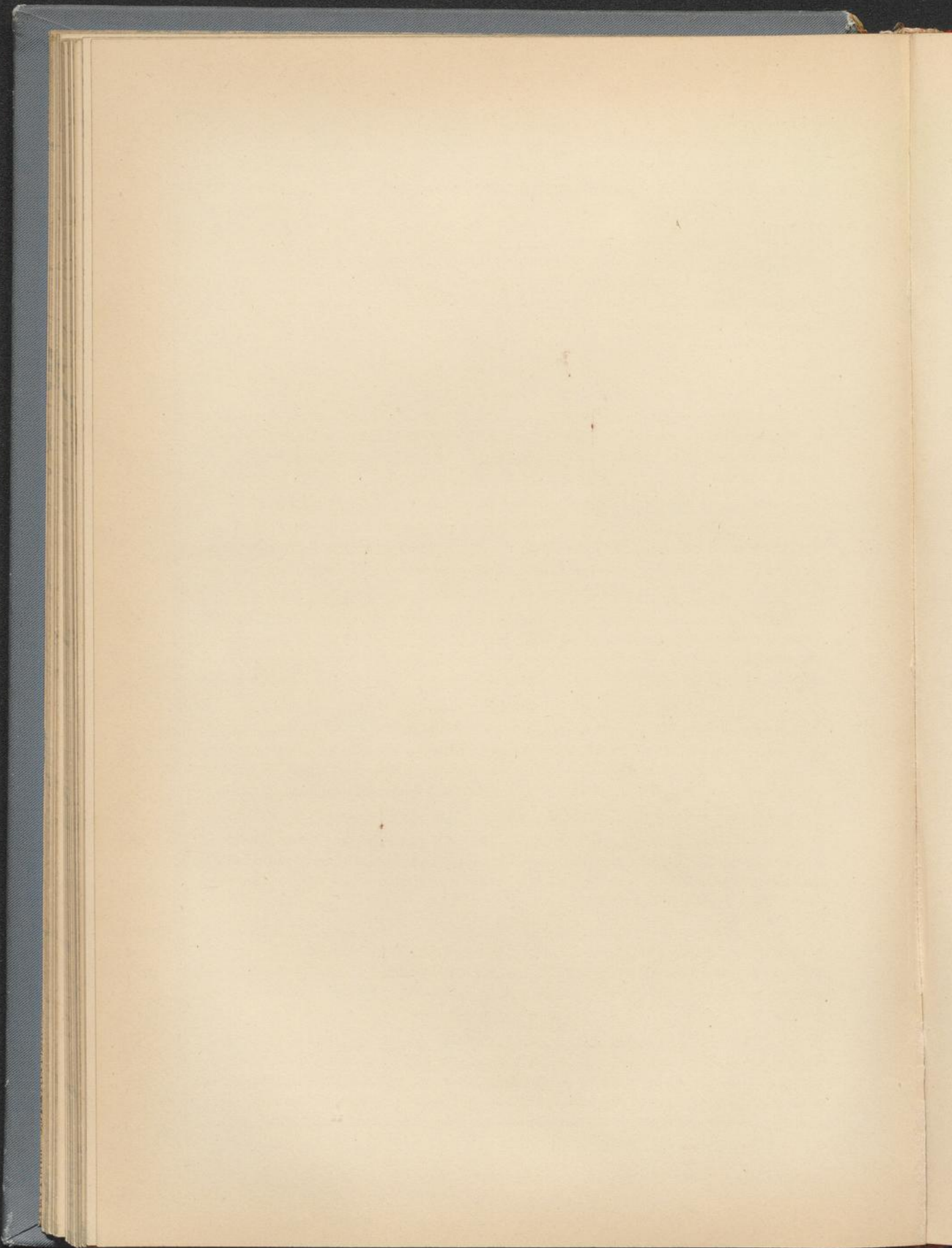
Konstruktion der Drucklinie.



125. Drucklinie eines Tonnengewölbes bei gleicher Wandstärke.



126. Drucklinie eines Kuppelgewölbes bei gleicher Wandstärke.



Würde gar die Drucklinie ganz aus dem Bogen hinaustreten, so würde, falls nicht der Mörtel Zug aushält, sicher ein Einsturz erfolgen. Die hierbei eintretende Bewegung ist in der Skizze 124c veranschaulicht, man sieht wie sich an den gefährdeten Stellen die Fugen, die sog. „Bruchfugen“ abwechselnd nach aussen und innen öffnen. Die Bruchfuge öffnet sich stets an der von der Drucklinie abgewandten Seite. Man erkennt ferner, wie wichtig es für „dünne“ Kappen ist, dieselben möglichst genau der Drucklinie anzupassen, da schon geringe Abweichungen bedenklich werden können.

Ist die Beachtung der Drucklinie so wichtig, so fragt es sich, welches ist die Stützlinie für Tonnen- gewölbe gleicher Wandstärke. eigentliche Gestalt derselben. Die in Frage kommenden Gewölbkappen werden fast immer in einer gleichmässigen Stärke, z. B. gleich einem halben Ziegelstein, ausgeführt. Es ergibt sich aber für tonnenartige Bögen bez. Gewölbe von gleicher Stärke immer dieselbe ganz bestimmte Stützlinie, die sich auf dem soeben beschriebenen Wege graphisch ermitteln lässt, die aber auch analytisch bestimmt werden kann (siehe HAGEN, Form und Stärke gewölbter Bogen und Kuppeln). In Fig. 125 ist die Gestalt der Stützlinie dargestellt, sie ähnelt etwas einer Parabel, die unteren Schenkel würden bei „unendlicher“ Verlängerung schliesslich in die vertikale Richtung übergehen. Ein „endliches“ Stück dieser wie jeder anderen Stützlinie kann aber unten am Widerlager nie ganz vertikal sein, sondern wird stets eine gewisse Neigung nach aussen zeigen. Ist ein flacher Bogen auszuführen, so wird man nur den oberen Teil der Stützlinie zu verwenden haben, für hohe Bögen wird man ein Stück aus der Stützlinie herauszuschneiden haben, das soweit herabreicht, bis das erforderliche Verhältnis von Pfeilhöhe zu Spannweite erreicht ist. (Natürlich kann man die Form der Stützlinie als ähnliche Figur beliebig vergrössern oder verkleinern, jenachdem es die absolute Grösse des Gewölbes oder der etwaige Massstab der von dem Gewölbe zu fertigenden Zeichnung verlangt).

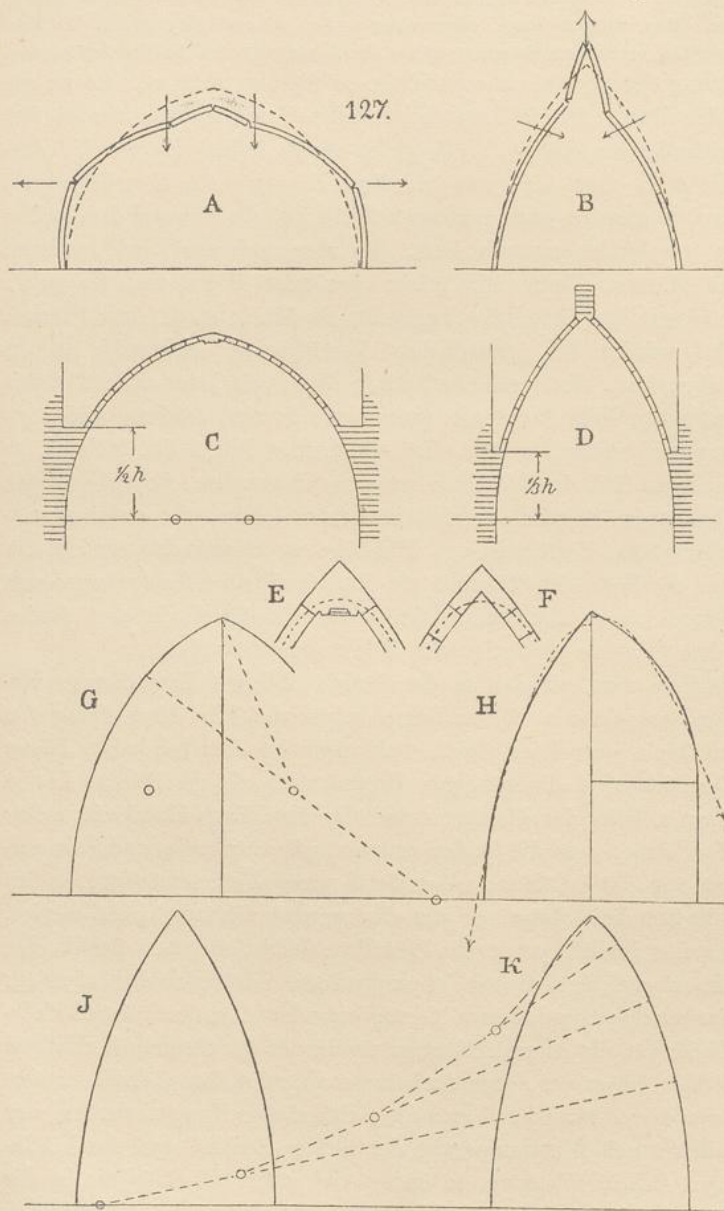
Wird die Stützlinie nun mit den in der Praxis üblichen Bogenformen verglichen, so zeigt sich, dass ein sehr flacher Bogen keine erhebliche Abweichung von dem entsprechenden Stück jener Linie zeigt, wohl aber ist dies bei hohen Bögen der Fall. Zum Vergleich sind die gängigen Bogenformen als gestrichelte Linien in die Figur eingetragen, links der Halbkreis und der überhöhetete Halbkreis, rechts der Spitzbogen. Man sieht, dass die beiden ersteren sehr ungünstig sind, sie entfernen sich sehr weit von der Stützlinie, selbst durch grosse Materialhäufung an den Widerlagern kann die Stützlinie ihnen nur um ein geringes näher gebracht werden. Soll die Drucklinie sicher ihren Platz in den Gewölben finden, so geben diese beiden Bogenformen stets ein schwerfälliges dickes Kappengemäuer. Unvergleichlich günstiger ist ein nicht zu schlanker Spitzbogen, dessen Vorzug besonders dem überhöheteten Halbkreis gegenüber auffallend in die Augen springt, er weicht von der theoretisch richtigen Kurve unten ein wenig nach aussen, oben nach innen ab, zeigt aber überall nur eine geringe Entfernung von derselben. Sobald man die gleichmässige Kappenbelastung nur um ein geringes ändert durch Hintermauerung der tiefsten Zwickel und durch Hinzufügen einer gewissen Scheitelbelastung, so ändert sich sofort die Stützlinie in der Weise, dass sie fast genau mit dem Spitzbogen zusammentfällt. Es steht eben keine einfache mit dem Zirkel geschlagene Bogenlinie der Stützkurve so nahe wie der Spitzbogen.

Hier finden wir die Erklärung, weshalb man im XII. und XIII. Jahrhundert beim Einschränken der Wölbdicke so bereitwillig den Spitzbogen für die Kappen und somit auch für die Schildbögen und Gurten aufnahm. Selbst die frühzeitig von

Stützlinie für
Tonnen-
gewölbe
gleicher
Wandstärke.

Spitzbogige
Tonnen-
gewölbe und
Kappen.

den Normannen eingeführte belastende First- oder Scheitelrippe findet somit neben ihrer praktischen auch eine konstruktive Begründung. Was wir theoretisch ermitteln können, hat das Mittelalter im zielbewussten Streben empirisch errungen.



Das Verhalten der Spitzbögen ist sehr verschieden nach ihrer Pfeilhöhe, besonders sehr hohe schlanke Bögen bedürfen sehr hohe schlanke Bögen Beachtung. Von den Bruchfugen I, II und III in Fig. 124c wird für den niedrigen Spitzbogen mehr die untere III in Frage kommen, für den hohen mehr die obere I oder II. Beim Einsturz würde sich ein niederes Gewölbe nach der Skizze 127 A; ein hohes nach der Skizze B bewegen. Das niedrige ist statisch günstig, wenn die Scheitellast gering ist oder auch ganz fehlt, es ist bei ihm aber eine gute Hintermauerung (siehe Fig. 127 C) bis mindestens zu $\frac{1}{3}$ der Höhe, besser bis etwa zur Hälfte der Höhe erforderlich. (Beim Halbkreis am besten noch über die Hälfte). Je schlanker der Bogen wird, um so wichtiger ist die Scheitellast, bei einem gleich-

seitigen oder 60 gradigen Spitzbogen (dem gleichseitigen Dreieck umschrieben) wird sie zweckmässig schon zu $\frac{1}{7}$ bis $\frac{1}{4}$ des Bogengewichtes angenommen werden, es würde sich also schon ein schwerer Schlussstein oder bei Tonnengewölbe eine verstärkte Scheitellinie empfehlen.

Wird der Spitzbogen noch weit schlanker (Fig. 127 D), so wird er sich mit gleichmässiger „geringer“ Wölbstärke überhaupt nur ausführen lassen, wenn der Schlussstein oder Scheitel stark

belastet wird, nötigenfalls durch eine Uebermauerung, die selbst bis zum Eigengewicht des übrigen Bogenteiles und darüber anwachsen würde. Die angemessene Grösse der Scheitellast ist sehr leicht durch versuchsweise Konstruktion der Stützlinie zu ermitteln. Wird sie in gebührender Grösse ausgeführt, so ist gleichzeitig eine feste Zwickelhintermauerung bis $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{3}$ der Höhe am Platze, ist die Scheitellast aber zu knapp, so darf die untere Hintermauerung keinenfalls zu schwer werden, da sie sonst ein Hochdrängen der Bogenspitze befördern würde; bis zu ein Drittel der Höhe darf sie allerdings auch in diesem Falle meist unbedenklich hochgeführt werden, vorausgesetzt, dass sie gut einbindet.

Will man die Scheitellast umgehen, so giebt es für Bögen von übermässiger Pfeilhöhe nur die folgenden Auswege. a. Die Wölbdicke wird derart vergrössert, dass die Drucklinie sicher in ihr Platz findet, ein Mittel, das wohl am niedrigsten steht. — b. Der scharfe einspringende Winkel unter dem Scheitel wird ausgefüllt (vergl. Fig. 127 E.) Gerade an dieser Stelle wird bei fehlender Scheitellast die Stützlinie am leichtesten unten aus dem Bogen treten, füllt man diese Stelle durch einen entsprechenden Schlussstein (E) (bez. eine nicht zu schmale Scheitelrippe), so ist schon viel gewonnen. Auch das Einfügen eines Werkstückes mit langen Schenkeln wird schon helfen können (F), vorausgesetzt, dass es genügend fest ist, um bei der exzentrischen Lage der Drucklinie nicht zu zerbrechen. — c. Es wird eine günstigere Bogenlinie gewählt, als solche kann z. B. ein Spitzbogen in Frage kommen, dessen Schenkel unten mit einem grossen, oben mit einem kleineren Halbmesser geschlagen sind (Fig. 127 G und K, auch Fig. 49). — d. Der Spitzbogen wird aufgestellt (Fig. 127 H, rechts). Es wird dadurch oben eine Krümmung erzielt, die besser mit der Drucklinie übereinstimmt, allerdings wird der Widerlagsschub grösser und höher angreifen. Der aufgestellte Bogen ist in alter und neuer Zeit ein gutes und viel verwandtes Aushilfsmittel gewesen. Besser führt allerdings noch der soeben erwähnte zusammengesetzte Bogen zum Ziel, besonders wenn er mit noch mehr als zwei Halbmessern geschlagen wird; es entsteht dadurch eine bei grosser Pfeilhöhe auch dem Auge weit wohlthuerendere Form als die des gewöhnlichen an der Spitze stets hart wirkenden hohen Lanzettbogens. (Vergl. Fig. 127 J und K.)

In jedem Falle wird das leicht ausführbare Einzeichnen der Drucklinie nach Fig. 124 darüber Aufschluss geben, welches Mittel am besten ist.

Erfordern tonnenartige Kappen ein peinliches Anlehnen an eine bestimmte Stützform, so ist dies weit weniger bei busigen Kappen der Fall, wie sich nachstehend ergeben wird. Bei der Tonne kann die zwischen je zwei Parallelstreifen auftretende Seitenkraft als Null angesehen werden, bei allseits gebogenen Kuppelflächen darf dagegen die zwischen zwei benachbarten Meridianstreifen auftretende gegenseitige Kraftäusserung nicht ausser Acht gelassen werden, sie pflanzt sich in der Richtung eines horizontalen Ringes von Streifen zu Streifen fort und kann entweder eine Druck- oder eine Zugkraft sein. Ob Ringdruck oder Ringzug in der Kuppelfläche herrscht, hängt ganz von der Gestalt derselben ab, es wird natürlich eine bestimmte Kuppelform möglich sein, bei der weder Druck noch Zug in der Ringrichtung auftritt, diese Form zu ermitteln ist von grossem Interesse. Wenn man aus einer solchen Kuppel einen schmalen Meridianteil oder Spalt heraus-schneidet, so wird an dessen seitlichen Schnittflächen keinerlei Kraftäusserung auftreten können, d. h. solch ein gebogenes Dreieck wird selbständig stehen, sobald es nur oben am Scheitel und am Widerlagspunkt gehalten wird. Die Gestalt, welche diesem Spalt (und somit der Kuppel) zu geben ist, lässt sich auf graphischem Wege sehr leicht ermitteln, indem man ihn als einen ganz gewöhnlichen Mauerbogen betrachtet und für seine Belastung in der üblichen Weise die Stützlinie sucht. Es kümmert uns hier der Fall, in welchem wieder eine gleichmässige Wölbdicke für die Kuppel bez. busige Kappe vorliegt. Die sodann entstehende Stützform ist in Fig. 126 gezeichnet,

Richtige
Form der
Kuppeln und
busigen
Kappen.

sie ist gleichfalls durch HAGEN am angegebenen Orte analytisch bestimmt. Kuppeln oder Busenkappen, welche diesen Querschnitt haben, zeigen weder Ringdruck noch Ringzug.

Zu bemerken ist, dass für die Nachbarschaft des Scheitels die Kurve nicht ganz richtig ist, hier muss stets Ringdruck auftreten, da die Meridianstreifen, die nach der Mitte zu scharf auslaufen, mit ihrer Spitze keinen Horizontalschub übertragen können.

HAGEN empfiehlt in seiner Schrift (Ueber Form und Stärke gewölbter Bogen und Kuppeln, Berlin 1874, S. 59) den Querschnitt der Kuppel direkt nach der von ihm aufgestellten, in Fig. 126 dargestellten Linie zu bilden — wir möchten dem nicht zustimmen. Der Vorzug busiger Flächen beruht gerade in der Möglichkeit einer „allseitigen“ Verspannung; auf den Ringdruck verzichten hiesse einen grossen Vorteil aus der Hand geben.

Wir möchten im Gegenteil als günstig gerade solche Kuppelflächen oder busige Kappen ansehen, die in jeder Höhe einen gewissen Ringdruck aufweisen. Bei derartigen Flächen können selbst bei bedeutenden Lastschwankungen nie Zugkräfte auftreten, für die Spannungen, welche in meridionaler Richtung nicht aufgenommen werden können, tritt der Ringdruck ein. Dadurch wird es möglich eine busige Kappe auch bei Lastschwankungen sehr dünn zu halten, während ein Tonnengewölbe in solchen Fällen zur sicheren Aufnahme der Drucklinien eine Verstärkung fordert.

Unter diesen Gesichtspunkten sind unzählige Kuppelformen statisch als zulässig zu bezeichnen, so lange an keiner Stelle der Meridian oder Ringdruck die durch die Festigkeit des Baustoffes gebotenen Grenzen überschreitet, so lange ist die Kuppel haltbar. Zur Veranschaulichung sind die Querschnittsformen I bis V in die Figur 126 eingetragen.

I. Der als besonders günstig zu bezeichnende Querschnitt I ergibt sich, wenn der Ringdruck von oben bis unten überall gleich gross ist, er ist in diesem Beispiel so gross wie der von oben nach unten wachsende Meridiandruck etwa an einer Stelle A.

II. Ein Kegel mit einem Winkel von 90° an der Spitze stellt sich als eine Kuppel dar, welche bei gleichmässiger Wanddicke in jeder beliebigen Höhe gleich grossen Ring- und Meridiandruck hat. Ein solcher Kegel übt zwar unten einen grösseren Schub aus als der vorige Querschnitt, ist aber sonst eine gute Kuppelform. Im gleichen sind schlanke Kegel oder Pyramiden (Turmhelme) als statisch günstige Kuppeln anzusehen.

III. Eine eingebogene Kurve giebt in gewissen Grenzen eine statisch mögliche Kuppel. Unten wird aber der Ringdruck und der Widerlagsdruck sehr gross und zwar um so mehr, je flacher hier die Kurve wird.

IV. Eine geschwungene Linie (orientalische Kuppel) kann sehr wohl ohne Zugringe oder Anker ausführbar sein, falls sie sich an keiner Stelle zu sehr nach aussen rundet und an keiner Stelle sich zu sehr der senkrechten oder horizontalen nähert. Dagegen sind zwiebelartig nach unten eingezogene Kuppeln ohne besondere Sicherung gegen Zug nicht möglich und daher als Wölbung widersinnig.

V. Am auffallendsten tritt die Wirkung des Ringdruckes in dem Diagonalschnitt der Zwickelkuppel (Kurve V) zu Tage. Trotz des nach innen gekehrten Knickes ist die Kuppel ausführbar und zahllos oft ausgeführt. Von Vorteil ist es, dass die Richtungen *a b* an der Knickstelle von der Vertikalen etwas fern bleiben, was die Byzantiner geschickt durch kleine Verdrückungen in der Form erreichten.

Aehnliche Wirkungen ergeben sich, wenn die Kuppel oben lastende Laternen trägt, es tritt hier ein gewaltiger Ringdruck auf, der aber um so geringer wird, je steiler die Kuppellinie gegen die Laterne anfällt.

Zum Vergleich sind auch die gängigen Wöblinien, rechts der Spitzbogen, links der einfache und überhöhte Halbkreis in die Abbildung eingetragen. Man kann etwa annehmen, dass sie dort Druck bekommen, wo sie innerhalb der HAGEN'schen Linie liegen, dass dagegen in den darüber hinausschneidenden Teilen Ringzug auftritt. Sehr ungünstig ist demnach der überhöhte Halbkreis, gleichfalls recht unvorteilhaft der einfache Halbkreis, bez. die Halbkugel, welche bis reichlich $\frac{3}{5}$ der

Höhe Zug bekommt, der sich nur durch eine entsprechend hohe Hintermauerung oder eine entsprechende Verstärkung des unteren Kuppelteiles beseitigen lässt, wenn nicht zu eisernen Ringen gegriffen werden soll. Ein schlanker Spitzbogen ist viel vorteilhafter, er erfordert nur im unteren Stück eine Hintermauerung.

Im allgemeinen sind unten in die Senkrechte übergehende Linien nicht günstig, wählt man sie, so muss aussen eine zur Aufnahme des Druckes nötige Verstärkung vorausgesetzt werden, das innere untere Mauerwerk ist dann eine einfach füllende Masse.

Vorstehendes wird hinlänglich erläutert haben, welche grosse Ungebundenheit die allseits gekrümmte Fläche gegenüber der Tonne zeigt; in der Bevorzugung busiger Kappen zeigt daher das Mittelalter wieder in wunderbarer Weise sein feines, gleichzeitig praktisches und statisches Gefühl. In praktischem Sinne begünstigt die busige Kappe das freihändige Wölben, in statischer Hinsicht erlaubt sie die Einwölbung äusserst dünner Kappen in ziemlich willkürlichen Formen, die selbst bei starken Lastverschiebungen oder Verdrückungen immer noch stabil bleiben.

d. Die Gestalt der Rippen.

Die letzten Betrachtungen galten der Form der Gewölbekappen, fast noch wichtiger als diese aber ist der Widerlagsdruck, den jeder Streif der Kappe an seinen Enden auf die ihn stützenden Rippen oder Stirnbögen ausübt. Hat man für den Kappenstreif die Drucklinie ermittelt, so sind damit zugleich seine Endkräfte gefunden, man kann zu letzteren aber auch annähernd genau gelangen, wenn die etwas weitschweifige Konstruktion der Drucklinie nicht geboten erscheint.

Betrachtet man einen Kappenstreif als ein geschlossenes Ganzes, so kommen gewöhnlich nur drei Kräfte in Frage, das Gewicht und die beiden Widerlagskräfte. Das Gewicht (G in Fig. 128), das natürlich senkrecht durch den Schwerpunkt zu legen ist, kann man sich berechnen, es setzt sich zusammen aus dem Eigengewicht des Bogens und der etwa darauf ruhenden Oberlast. Die Richtung der Widerlagskräfte W_1 und W_2 muss ziemlich genau mit der Richtung der Bogenenden (oder deren Tangenten) zusammenfallen, da die meist sehr dünnen Kappen den in ihnen liegenden Druckkräften keinen grossen Spielraum gestatten, ausserdem müssen die Widerlagsdrücke durch einen gemeinsamen auf der Linie G liegenden Schnittpunkt O gehen. Danach kann man annähernd genau die mutmassliche Lage der Kräfte in die Zeichnung eintragen. Sollte eine solche Lage nicht gut zu erreichen sein, so ist darin der Beweis zu erblicken, dass die Kappen eine statisch ungünstige Form haben, also geändert werden müssen (vergl. Fig. 128a). Hat man die Richtung der Widerlagskräfte angenommen, so findet man ihre Grösse, dadurch, dass man die Kraft G einfach nach dem Parallelogramm der Kräfte zerlegt.

Grösse und Richtung der Widerlagsdrücke steht in direkter Abhängigkeit zu der Richtung der Kappe, wie Fig. 129 veranschaulicht. Es ist hier von der Rippe A zur Rippe B ein Kappenstreif hinüber zu spannen, welchem man die Lagen I , II und III geben kann, die diesen Lagen zugehörigen Endkräfte sind durch Pfeile mit den entsprechenden Ziffern kenntlich gemacht. Man sieht, ihre Richtungen gehen weit auseinander, um gleichzeitig ihre Grössenunterschiede klarzulegen, sind in den

Druck der
Kappen auf
die Rippen.

Fig. 129 a bis 129 c Kraftzerlegungen für die drei Fälle vorgenommen. Zunächst ist das für alle drei Fälle gleich vorausgesetzte Gewicht G in die Widerlagsdrücke W_1 und W_2 zerlegt, und diese sind an den Auflagerpunkten wieder je in eine horizontale Seitenkraft (H_1 bez. H_2) und eine vertikale Kraft (V_1 bez. V_2) zerteilt. Erstere ist der Seitenschub, welchen die Rippe bekommt, letztere die senkrechte Belastung der Rippe. In horizontaler Richtung treten nur die Kräfte H_1 und H_2 auf, dieselben müssen sich daher das Gleichgewicht halten, also gleich gross sein. In vertikaler Richtung muss die algebraische Summe der Auflagerdrücke V_1 und V_2 gleich der Kappenlast G sein. Die grosse Verschiedenheit der Schübe und Auflagerdrücke tritt aus den Figuren schlagend hervor.

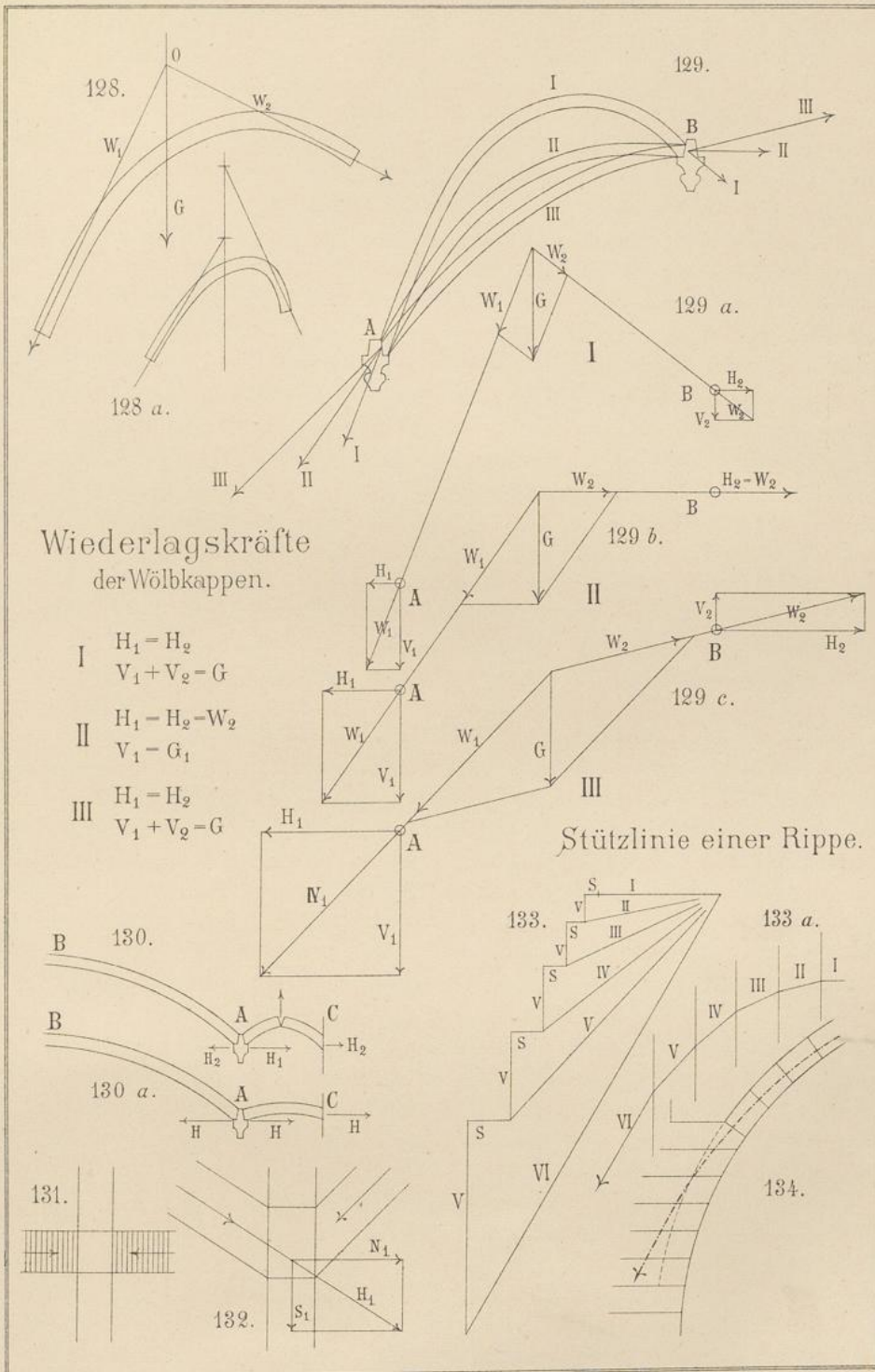
Im ersten Falle also bei sehr stark gekrümmter Kappe ist der Schub gering, die senkrechte Last verteilt sich auf die beiden Rippen A und B .

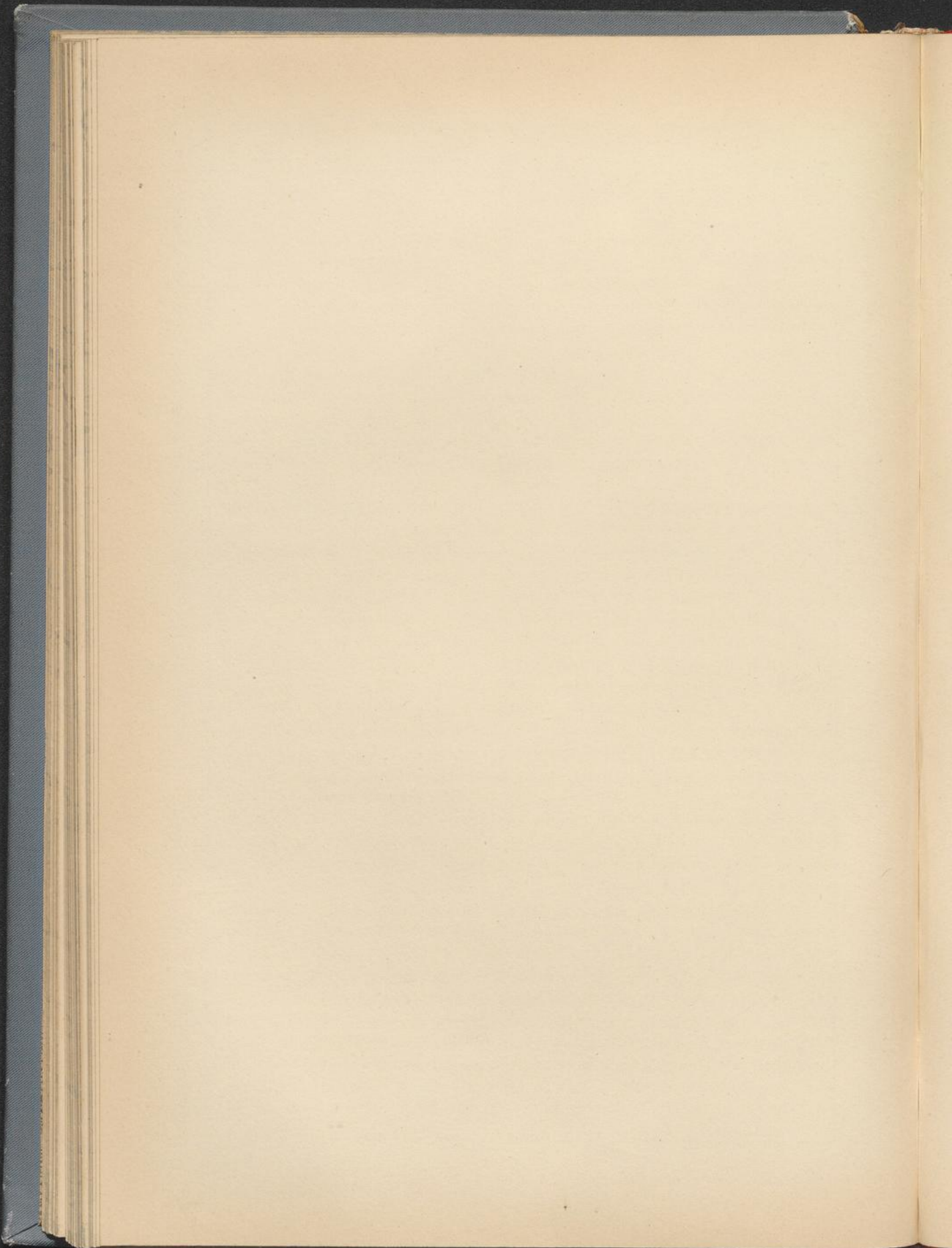
Im zweiten Fall, d. h. bei mässig gekrümmter Kappe, ist der Schub schon grösser, die senkrechte Kraft fällt hier nur dem Auflager A zu (also $V_1 = G$ und $V_2 = 0$) da das obere Ende der Kappe wagerecht gegen die Rippe B trifft.

Im dritten Fall bei ganz flacher Kappe, wird der Horizontalschub sehr gross. Bezüglich der Auflagerdrücke tritt hier eine wohl zu beachtende Eigentümlichkeit auf, der Druck V_2 ist nämlich nach oben gerichtet, während der Druck V_1 auf die untere Rippe um V_2 stärker ist, als die Kappenlast G (denn $V_1 - V_2 = G$). Dieser Fall wird stets eintreten müssen, wenn das eine Ende eines Bogens oder Gewölbes schräg nach oben weist, es kann dieses Ende nie einen nach unten gerichteten Druck auf das Widerlager bringen, es sucht vielmehr das Widerlager nach oben zu treiben. Im vorliegenden Falle wird die Rippe B nicht von der Kappe belastet, sondern sie wird von ihr getragen oder auch nach oben hinausgedrängt, wenn sie nicht schwer genug ist, die aufstrebende Kraft durch ihr Gewicht auszugleichen.

Die Horizontalkraft tritt natürlich ganz unbeirrt auch an dem nach oben gerichteten Bogenende auf, wie überhaupt der Schub weniger von der Richtung der Bogenenden als von der Stärke der Krümmung oder dem Pfeilverhältnis des Bogens abhängt. Je flacher und schwerer der Bogen, um so grösser wird sein Schub, das gilt allgemein, mögen die Widerlagspunkte zu einander liegen wie sie wollen.

Man hat es nach Fig. 129 in weiten Grenzen in der Hand, durch entsprechende Wahl der Kappenkrümmung die Grösse des Schubes nach Bedürfnis zu regeln, ein Umstand, der die höchste Bedeutung für die Wölbrippen hat. Letztere sind so schmal, dass sie bei einem starken, einseitigen Schube sofort seitlich ausbauchen würden, es muss sich daher der Schub der beiden Kappen in der Richtung quer zu der Rippe aufheben. Wenn z. B. eine Rippe A (Fig. 130) von der linken Seite durch eine grosse, schwere Kappe sehr stark seitwärts gehoben wird, so würde es sehr fehlerhaft sein, rechts eine leichte, stark gekrümmte Kappe anzuschliessen, sie würde durch das Uebermass an Wölbschub von der anderen Kappe nach oben hinausgedrängt. Es muss vielmehr die rechtsseitige Kappe sehr flach und nötigenfalls künstlich belastet sein, damit sie einen gleich grossen Schub liefert, der natürlich auch an dem anderen Widerlager C auftritt (Fig. 130a). Derartige Rücksichten können z. B. nötig werden für die seitliche Stichkappe eines Netz- oder Sternengewölbes.





Wenn die kleinere Kappe rechts in der Schubrichtung zu hoch, dagegen in irgend einer „schrägen Richtung“ flach genug ist, so wird sich der überwiegende Schub nach dort lenken und dadurch abgefangen werden können.

Es ist bisher zuerst die Form der Gewölbkappen behandelt, sodann ist eine Ermittlung der Kräfte vorgenommen, welche die Kappenteile auf die Rippen ausüben, es erübrigt jetzt nur noch, aus diesen Kräften die richtige Form der Rippen abzuleiten. Am einfachsten würde dies möglich sein, wenn die Rippe von Kappenstreifen belastet würde, die im Grundriss gesehen (Fig. 131) beiderseits senkrecht auf die Rippe stossen. Jeder Streif überträgt nach Fig. 129a usw. auf die Rippe einen Horizontalschub H und einen Vertikaldruck V . Die Horizontalschübe heben sich bei richtiger Konstruktion von beiden Seiten auf, es bleiben also nur die Vertikalkräfte der beiden Streifen übrig, die sich addieren und verbunden mit dem Eigengewicht des betreffenden Rippenstückes dessen Gesamtlast ausmachen. Alle Rippenstücke bekommen in dieser Weise ihre zugehörigen Vertikallasten, aus denen man auf einfache Art genau so, wie es in Fig. 124 gezeigt ist, die Stützlinie für die Rippe konstruiert und zugleich die richtige Rippenkrümmung ermittelt, der man die Rippenform anpasst, so weit es möglich ist.

Biegung der
Rippen.

Dass die belastenden Kappenstreifen gerade senkrecht gegen die Rippe treffen, ist, wie die Figuren 116 bis 121 ausweisen, selten anzunehmen, meist werden die Streifen schräg einmünden Fig. 132. Jedes der beiden Streifenenden übt wieder einen senkrechten Auflagerdruck und einen Schub aus, die beiden senkrechten Kräfte geben wieder zusammen mit dem Eigengewicht des Rippenstückes dessen Vertikalbelastung V .

Der Horizontalschub eines Rippenendes H_1 in Fig. 132 trifft aber schräg gegen die Rippe, er ist noch zu zerlegen in eine Kraft N_1 senkrecht zur Rippenebene und in eine Schubkraft S_1 , welche wagerecht in der Rippenebene liegt. Die Kraft N_1 muss sich mit der entsprechenden Seitenkraft vom anderen Streifenende aufheben, die Kraft S_1 dagegen vereinigt sich mit der entsprechenden Kraft des anderen Kappenstreifen zu einem gemeinsamen Schub S , der das Rippenstück fortzubewegen sucht. Auf jedes Rippenstück wirken jetzt also zwei Kräfte, die Vertikallast V und der Schub S . Trägt man den Kräfteplan für einen Rippenast auf, so bekommt derselbe ein treppenartiges Aussehen, im Uebrigen zeigt die Konstruktion der Drucklinie keine Abweichung (vergl. Fig. 133).

Dieser Stützlinie muss sich die Form der Rippe möglichst anpassen, was allerdings schwerlich ganz zu erreichen ist, da wie die Skizze 134 zeigt, die Drucklinie unten sich nicht der Senkrechten nähert, sondern ziemlich flach bleibt. Die Ellipse des römischen Gewölbes ist für den Grat recht ungünstig, der Halbkreis und der Spitzbogen sind schon wegen ihrer grösseren Pfeilhöhe vorteilhafter, noch besser würde ein Knickbogen oder bei niederen Gewölben ein Flachbogen sein, der wie die Stützlinie schräg ans Widerlager schneidet. Jedenfalls ist es wichtig, den Rippenanfänger unten sehr fest mit dem Widerlager zu verbinden, damit die Drucklinie ganz unbeschadet schon höher über dem Widerlagspunkt das Rippenprofil verlassen und von der Hintermauerung sicher aufgenommen werden kann. Bei Werkstein sind grosse durchbindende Anfängersteine am Platze, bei Ziegelstein müssen

Sicherung des
Rippen-
anfanges —
Hinter-
mauerung.

die Zwickel gleich in möglichst festem Verband mit hochgenommen und event. mit Zementzusatz gemauert werden. Ein leichtfertiges, nachheriges Ausfüllen der tiefsten Zwickel ist sehr bedenklich.

Die so wichtige Frage, wie weit man mit der Hintermauerung der Zwickel hinaufzugehen habe, lässt sich schwer allgemein beantworten, für wichtige Fälle empfiehlt es sich, die Drucklinie unter Berücksichtigung des Zwickelgewichtes aufzutragen. Als ungefähren Anhalt kann man annehmen, dass man bei den elliptischen Graten des römischen Gewölbes unbeschadet bis zwei Drittel der Höhe ausmauern kann, während man sich bei Rund- und Spitzbögen mit $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{2}$ begnügt. Bei schlanken Spitzbögen darf man die Ausmauerung nicht zu hoch treiben, da sonst der Scheitel des Bogens in die Höhe gedrängt wird. (Vergl. auch Fig. 127 nebst dem zugehörigen Text.)

Druck auf
den
Querschnitt.

Soll das Gurt- oder Rippenprofil zum tatsächlichen Träger des zusammenfließenden Druckes werden, so muss die Stützlinie in ihm ein gesichertes Unterkommen finden, überdies darf in keinem Querschnitt der Rippe die Druckpressung zu gross werden. Als zulässigen Druck auf einen Quadratcentimeter Fläche kann man annehmen bei guten (nicht porösen) Ziegeln in Kalkmörtel 7 Kilogramm, bei sehr festen Ziegeln in Zement etwa 11 Kilogramm, bei Werkstein in gutem Mörtel oder Blei versetzt bis 20 Kilogramm und darüber. Da der Mörtel aber beim Zuvölben erst wenig erhärtet ist, nimmt man besser kleinere Beanspruchungen. Eine gleichmässige Druckverteilung über die ganze Querschnittsfläche darf, wie gesagt, nur vorausgesetzt werden, wenn die Drucklinie gerade durch den Mittelpunkt des Querschnittes geht, rückt sie unten an die Grenze des mittleren Drittels (richtiger an die Grenze des Querschnittkernes), so ist der Druck an der unteren Kante doppelt so gross als der Durchschnittsdruck, wird aber der Druck noch mehr exzentrisch, so steigert sich die Kantenpressung noch weit mehr. (Ueber die Verteilung des Druckes über den Querschnitt siehe hinten Widerlager, Fig. 375—386.) Es darf natürlich auch an der am meisten gedrückten Kante der Druck auf einen Quadratcentimeter die angegebenen Ziffern nicht überschreiten. Wenn die Drucklinie sich der oberen Grenze des Profils nähert oder gar darüber hinausfällt, so ist das weniger bedenklich, da dann die benachbarten Kappenteile mit zur Druckübertragung herangezogen werden. Bei sehr kleinen oder ganz fehlenden Rippen haben die der Gratkante benachbarten Kappenteile die Druckübermittlung ganz auf sich zu nehmen; bei grösseren Gewölben ist in solchen Fällen eine verstärkende Uebermauerung auf dem Rücken des Grates geboten (vgl. hinten Fig. 324).

Zum Schluss dieser Betrachtungen sei als Beispiel kurz der Weg skizziert, der bei der Kräfteausmittlung für ein rechteckiges Kreuzgewölbe mit geraden Scheiteln einzuschlagen wäre. Die Kappen eines solchen Gewölbes haben eine tonnenartige Gestalt, sind daher senkrecht zu ihrer Richtung in Parallelstreifen zu zerlegen (siehe Fig. 135). Ein Rippenstück mn würde von den beiden Streifenhälften $mncd$ und $mnba$ belastet werden. Will man die Aufrissform dieser Streifen prüfen, so kann man für sie die Drucklinie konstruieren, sonst kann man sich damit begnügen, ihre Auflagerdrücke auf vereinfachte Weise nach Massgabe der Figuren 128 und 129 zu ermitteln. Die Grundflächen der beiden Streifen sind

Beispiel:
Druck in
einem recht-
eckigen
Kreuz-
gewölbe.

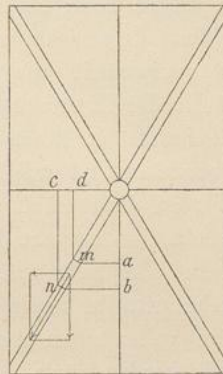
bei rechteckigen Gewölben gleich gross, infolge dessen wird bei gleicher Kappenstärke auch ihr Gewicht ziemlich gleich sein, sie liefern mithin für das Rippenstück etwa gleich grosse Vertikaldrücke. Die Horizontalkräfte sind dagegen verschieden und zwar überwiegt diejenige des längeren Streifen. Bei gleicher Scheitelhöhe, gleicher Stärke und einer der Stütze nicht zu unähnlichen Ausbildung beider Kappen wird sich aber die Grösse der Schübe verhalten wie die Grösse der vorliegenden Rechteckseiten, was zur Folge hat, dass die Mittelkraft aus beiden Schüben in die Richtung der Rippe fällt. Somit wird ein seitliches Ausbauchen der Rippe bei derartigen rechteckigen, natürlich auch quadratischen Feldern nicht zu fürchten sein. (Würde der Schub gegen die Rippe von einer Seite überwiegen, so würde das für gewöhnliche Kreuzgewölbe übrigens nicht gar zu ängstlich sein, da fast immer eine flachere Richtung in der Kappe aufzufinden ist, die das Geschäft der Absteifung übernehmen könnte). Aus den Vertikallasten und Schüben der einzelnen Rippenstücke konstruiert man nach Fig. 133 die Drucklinie für die Rippe und ermittelt damit auch den Schub des ganzen Gewölbes auf die stützenden Mauerkörper.

Wenn im Vorstehenden den statischen Anforderungen an die Gewölbekonstruktion ein gewisser Platz eingeräumt ist, so soll damit weniger bezweckt sein, den Baumeister zu einer genauen Kräfteausmittlung für „jedes“ auszuführende Gewölbe anzuspornen; vielmehr soll er zunächst in den Stand gesetzt werden, sich von den jeweiligen Kräften, die er in seinem Gewölbe zu gewärtigen hat, eine richtige Vorstellung zu machen, die ihn vor Fehlschritten bewahrt.

Die Gesamtgestalt reicher Rippengewölbe und das Austragen der Rippenbögen.

Die Aufrissgestaltung der Rippen eines gewöhnlichen Kreuzgewölbes hat bereits in einem besonderen Kapitel Erledigung gefunden, hier handelt es sich um die reicheren Stern- und Netzbildungen. In welcher Weise den statischen Forderungen Rechnung zu tragen ist, wurde soeben entwickelt, es trat dabei besonders der Unterschied zwischen den festgeknüpften, freiere Aufrissbildung gewährenden Sternformen und den beweglichen an eine einheitliche Gesamtform gebundenen Maschensystemen hervor. Die frühere Gotik nutzte die grössere Unabhängigkeit ihrer Sternformen aus, sie legte die seitlichen Schlusspunkte bald höher, bald tiefer als den mittleren und liess die Kappen bald nach der Mitte, bald nach aussen steigen, ganz nach dem jeweiligen Bedürfnis, soweit es die Ansprüche des Gleichgewichts gestatteten. Die späteren Netzformen mussten sich aus statischen Gründen mehr einheitlich gebogenen Gesamtformen anbequemen, an die man sich um so mehr anklammerte, je mehr man sich ausser Stand sah, die immer kompliziertere Kräfteführung klar zu überblicken. Die Sterngewölbe wurden, wenn auch unnötig, mit in diesen Entwicklungsgang

135.

Allgemeine
Formen.

gezogen, sodass die meisten späteren Wölbungen eine ausgesprochene Gesamtgestalt zeigen. Für dieselbe finden sich besonders die folgenden Typen vorherrschend.

1. Tonnenartig geformte Rippengewölbe, die sich über langen Räumen fortstrecken. Fig. 136.
2. Aus Zusammenschnitten von Flächen gebildete Gewölbe, z. B. die Gestalt der gewöhnlichen Kreuztonne. Fig. 137.
3. Kuppelartig gebogene Rippengewölbe. Fig. 138.
4. Fächergewölbe. Fig. 139.

Fächer-
gewölbe.

Die grössere Beachtung verdienen die beiden letzteren, von denen das Fächergewölbe vorangestellt werden soll. Bei ihm liegen alle Rippen auf einer Umdrehungsfläche um die senkrechte Pfeilerachse. Dieser ganz besonders von der englischen Gotik bevorzugten, aber auch sonst weit und breit anzutreffenden Gewölbebildung liegt nichts weiter zu Grunde als das berechtigte Streben, den Gewölbanfang so gesetzmässig wie möglich zu gestalten. Es wird dadurch erzielt, dass zunächst der Unterschied zwischen Gurtbögen und Rippen fortfällt, sodann alle Rippen mindestens in ihrem unteren Teile kongruent gebogen sind und schliesslich die Grundrisswinkel zwischen je zwei benachbarten Rippen möglichst einander gleich sind. Werden diese schon aus Gründen der leichten Herstellung gebotenen Vorschriften beachtet, so entsteht das Fächergewölbe ganz von selbst, gleichviel ob ihm das Kreuz-Stern- oder Netzgewölbe zu Grunde liegt. Je mehr Rippen zusammentreten, um so mehr tritt ihr regelmässiges fächer- oder palmenartiges Auseinanderwachsen hervor, zum vollendetsten Ausdruck gelangt die ganze Rippenentfaltung immer über einer freistehenden Säule.

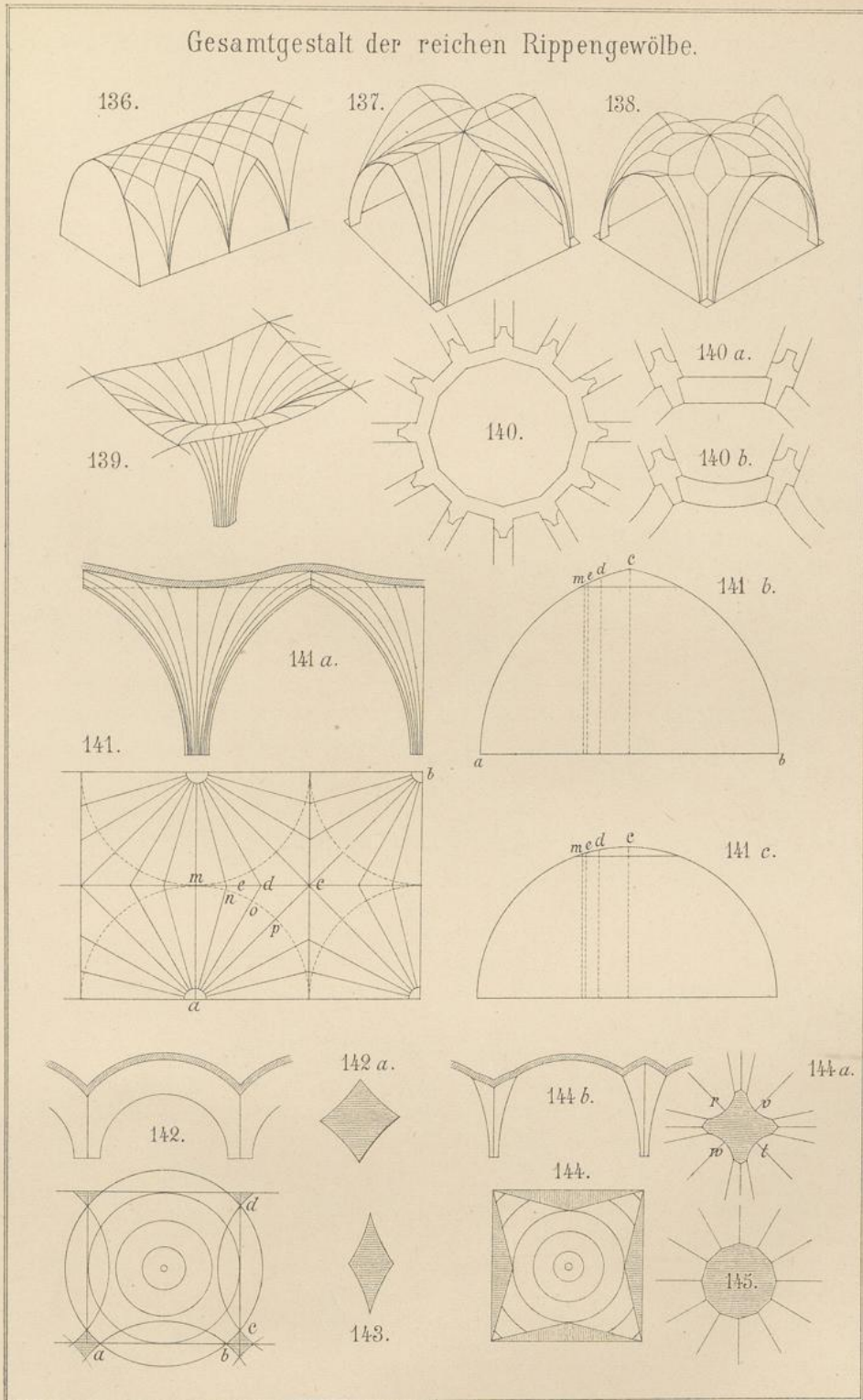
Jeder Horizontalschnitt liefert einen Kreisring, auf dem die Rippen liegen (Fig. 140). Die Kappen zwischen je zwei Rippen werden der Regel nach aus liegenden Schichten (mit gleich hoch liegenden Endpunkten) gewölbt. Eine Schicht kann ebensowohl gebogen als geradlinig sein. (Fig. 140a und 140b.)

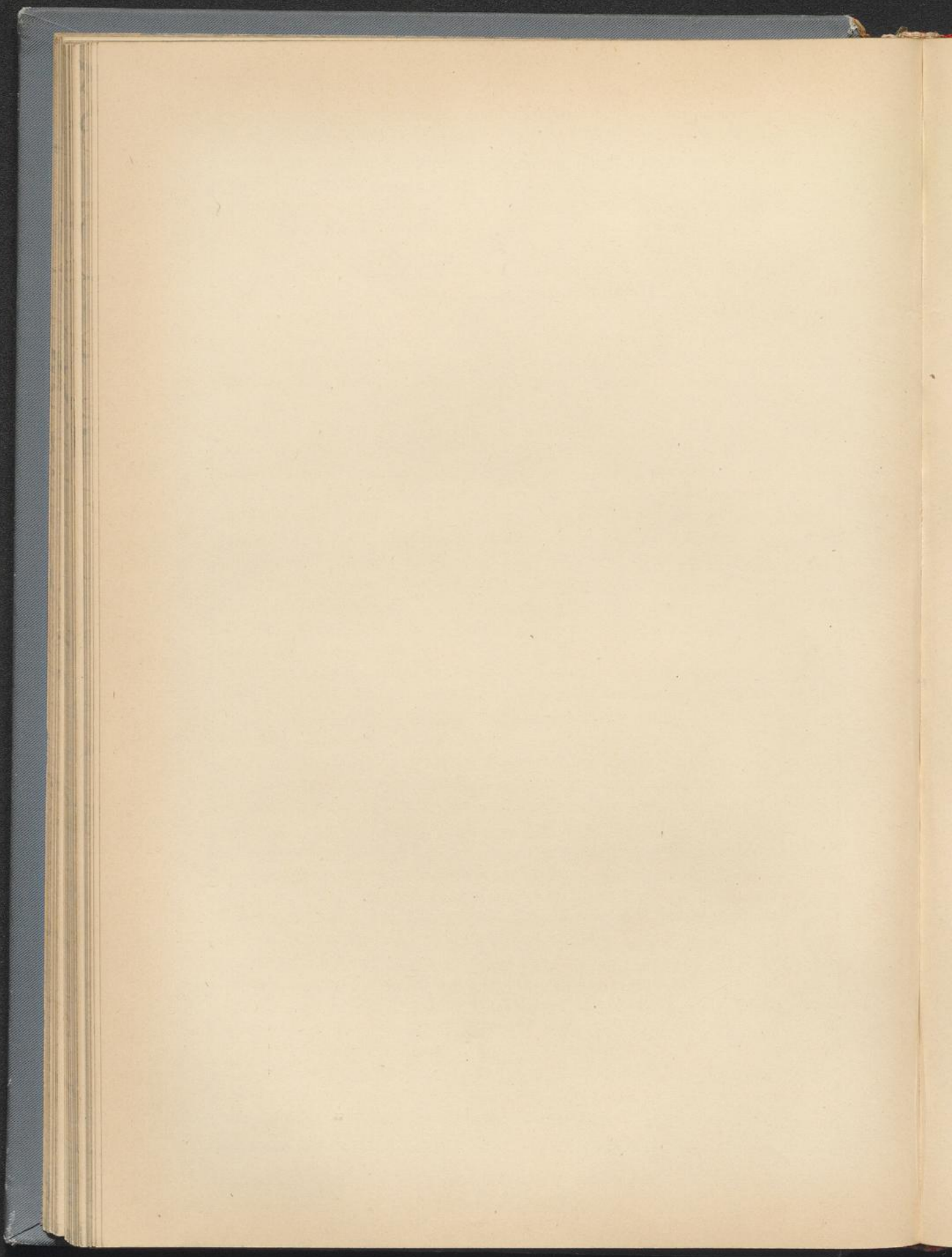
Wird in dem Fächergewölbe Fig. 141 mit am ein Kreis geschlagen, so müssen die Punkte nop usw. auf einer Höhe liegen, die Rippen steigen aber noch weiter über diese Punkte hinaus bis edc . Der Punkt e wird naturgemäss am höchsten zu liegen kommen, die Scheitellinie mc steigt daher in geschweiftem Bogen von m nach c wie der Schnitt 141a zeigt. Ist der Diagonalbogen acb spitz (Fig. 141b), so bilden die Rippenäste am , ae usw. Stücke dieses Spitzbogens und sind danach sehr einfach in ihrer richtigen Gestalt ausgetragen, ist statt dessen die längste Rippe ein Halbkreis (Fig. 141c), so werden die Höhenunterschiede der Punkte $medc$ sehr gering, es wird infolgedessen der Scheitel nur eine unbedeutende Wellung erhalten. Es kann ein Grund vorliegen, die Wellung des Scheitels ganz zu meiden, denselben völlig horizontal zu machen. Die englische Gotik hilft sich in solchen Fällen, wie schon bei Fig. 48 gezeigt, durch Bögen, die je aus zwei Radien geschlagen sind, es sind dann die Rippen nur in ihrem unteren Stück kongruent.

Eine besondere, der spätesten Zeit angehörende Bildung ist noch zu erwähnen, bei welcher die gleich gebildeten Rippen oben in einander berührenden Horizontalkreisen abschliessen. Die zwischen den Kreisen bleibenden viereckigen Zwickelfelder sind entweder mit einer Steinplatte oder auf eine andere gekünstelte Art geschlossen.

Tafel XVIII.

Gesamtgestalt der reichen Rippengewölbe.





Beim Fächergewölbe liegt der Schwerpunkt auf der Schönheit des Gewölbeanfängers, die Bildung des Scheitels tritt dagegen zurück. Man kann umgekehrt eine günstige Ausbildung der Wölbmitte in die erste Linie stellen und dieser die Widerlagsbildung unterordnen, man wird dann vorwiegend auf die drei Formen 136, 137, 138 angewiesen sein.

Das tonnenartige Netzgewölbe fand gewöhnlich über langgestreckten Räumen Verwendung. Dichte Rippennetze unterliegen ihrer Gesamtgestalt nach ähnlichen statischen Anforderungen, wie einfache glattflächige Gewölbe, demnach würde der günstigste Querschnitt eines solchen Netzgewölbes etwa zusammenfallen mit der Drucklinie für ein gewöhnliches Tonnengewölbe gleicher Kappenstärke, in Fig. 125 ist diese Kurve dargestellt. Die Form des Gewölbes pflegte man in der Weise zu bestimmen, dass man die schräg laufenden Rippen nach einer gängigen Bogenlinie austrug, nach einem Spitzbogen, Halbkreis oder irgend einem gedrückten Bogen. Der Querschnitt der Tonne wurde daher die schmälere Projektion eines solchen Bogens, aus dem Halbkreis entstand die aufrechtstehende Ellipse, aus dem Spitzbogen ein spitzer Schnitt zweier Ellipsenäste. Diese Projektionen nähern sich der richtigen Stützlinie weit mehr als ihre erzeugenden Linien selbst, somit haben die gestreckten Netzgewölbe der Spätgotik eine statisch viel günstigere Gestalt als die Tonnengewölbe der römischen und romanischen Zeit, ein Umstand, der allerdings nach den Ausführungen von Seite 53 durchaus erforderlich war, wenn man überhaupt daran denken wollte, tonnenähnliche Gewölbe mit geringem Materialverbrauch aufzuführen.

Die in ein Rippennetz aufgelöste Kreuzkappe (Fig. 137) hat ähnlichen Gleichgewichtsforderungen zu genügen wie die Tonne, besondere Beachtung erheischen die Diagonalrippen, welchen weit grössere Beanspruchung zufällt, als allen übrigen, sie können daher ihrer konstruktiven und architektonischen Bedeutung gemäss durch ein kräftiger gebildetes Rippenprofil ausgezeichnet sein.

Busige oder kuppelartige Netzgewölbe haben in statischer Hinsicht ähnliche günstige Eigenschaften wie busige Kappen oder schlichte Kuppelgewölbe. Wenn eine ringförmige Verspannung möglich ist, sei es durch Querrippen oder steife Kappenflächen, so kann sich die Gleichgewichtslage in viel weiteren Grenzen bewegen als bei tonnenartigen Wölbformen. Alle Querschnittskurven, deren Krümmung an keiner Stelle die entsprechende Krümmung der unter Fig. 126 dargestellten HAGEN'schen Linie überschreitet, sind für solche Gewölbe anwendbar, so lange der Ringdruck genügend sicher aufgenommen werden kann. Solcher Querschnitte gibt es aber sehr viele. Der Spitzbogen ist in einem kleinen, der Rundbogen in einem grösseren unteren Stück nicht günstig, beide können aber als Querschnitt ruhig verwandt werden, wenn sie bis zu der betreffenden Höhe eine sichere Hintermauerung erhalten.

Will man Netzgewölbe über einem viereckigen Felde nach einer genauen Umdrehungsfläche bilden, deren senkrechte Achse durch den Schlussstein führt, so wird sich die Gestalt einer Stutzkuppel ergeben (Fig. 142). Der Gewölbanfänger über einem freistehenden Pfeiler wird im Grundriss die Umrisslinie eines Vierecks mit eingebogenen Seiten annehmen (Fig. 142a). Bei rechteckigen Gewölbejochen wird dieses Viereck in eine langgezogene Form übergehen (Fig. 143). Die das Feld einschliessenden Rand- oder Stirnbögen *ab*, *dc* usw. sind bei halbkugelförmiger Kuppel Halbkreise, bei

Tonnenartige
Netzgewölbe.

Kuppelartige
Netzgewölbe.

spitzbogiger Kuppel hervorgezogene, der Ellipse ähnelnde Kurven. Sie sind besonders stark belastet und werden deshalb bis in die späteste Zeit bisweilen als stärkere Gurtbögen ausgebildet. Meist allerdings suchte man auch diesen Bögen die gleichen Rippenprofile zu geben, dann ist aber eine Entlastung derselben erwünscht, die am leichtesten erreicht wird, indem man ihnen die Form eines höheren auch aus anderen Gründen günstigeren Spitzbogens mit anschliessenden Stichkappen giebt. In Fig. 144 sind die Stichkappen schraffiert, der mittlere hellgelassene Teil hat noch die Kugelform beibehalten, der Schnitt durch den Scheitel ist in Fig. 144b gezeichnet, während Fig. 144a den nun schon etwas mehr zentral gebildeten Gewölbanfänger im Grundriss zeigt. Soll der Anfänger noch mehr abgerundet werden, so müssen die auf den eingebogenen Seiten bei *rvtw* sitzenden Rippen vorgezogen werden, damit wäre aber die regelmässige Umdrehungsfläche aufgegeben. Bringt man schliesslich die Rippenanfänge in einen regelmässigen Kreisgrundriss Fig. 145, so ist die Ueberleitung zum Fächergewölbe geschaffen. Es lässt sich somit ein stufenförmiger Uebergang verfolgen, von der Drehfläche um die Mittelachse des Gewölbfeldes bis zur Drehfläche um die Mitte des Pfeilers. An ausgeführten Werken kann man die Abstufungen in mannigfacher Weise beobachten.

Ausmittlung
der Gewölbe-
bögen.

In der Regel wird es geboten sein, weder eine genaue Umdrehungsfläche um die Wölbmitte noch eine solche um die Pfeilerachse zu wählen, sondern auf geeignete Art zwischen beiden zu vermitteln.

Der Gang der Gewölbausmittlung wird etwa der folgende sein. Nachdem den obwaltenden Verhältnissen entsprechend die Gesamtgestaltung entworfen, besonders die Rippenfigur im Grundriss festgelegt ist, wird man dazu schreiten, den Querschnitt des Gewölbes in der Richtung der Diagonalen, der Gurte und der Wölbmitte annähernd anzunehmen, immer in Hinblick darauf, dass eine günstige Gesamtform entsteht, denn letztere wird auf diese Weise schon vorgezeichnet. In diese Hauptform sind nun die Kreuzpunkte ihrer Höhenlage nach einzuordnen, wobei zu beachten, dass keiner nach unten eingesenkt erscheint und jeder genügend von seinen Rippen versteift wird (siehe darüber Seite 43). Kommen dabei die Schlusspunkte auf eine „allseits“ gekrümmte Fläche zu liegen, so braucht man sich bei den entwickelten statischen Vorzügen der letzteren, selbst bei den Netzformen nicht gar zu sehr um die gesicherte gegenseitige Gleichgewichtslage der Rippenkreuzungen zu sorgen. Es ist nun den Rippenbögen ihre Form anzuweisen, wobei besonders ein günstiges Auseinanderwachsen aus dem Gewölbanfänger ins Auge zu fassen ist, lässt sich dieses nicht erzielen, so ist nötigenfalls an der Lage der Kreuzpunkte etwas zu ändern. Kann man unbeschadet anderer Rücksichten die Rippenbögen meist mit gleichem Halbmesser schlagen, so möge man dieses bei Quaderrippen thun, bei Ausführung in Ziegelstein ist aber kein grosser praktischer Nutzen darin zu sehen. Ein gutes Rippennetz muss so beschaffen sein, dass es seine Kräfte sicher übertragen kann ohne der Verspannung durch die Kappen zu bedürfen. Letztere ist zur weiteren Sicherung natürlich erwünscht. Bei Einfügung der Kappen ist hauptsächlich darauf Rücksicht zu nehmen, dass für keine Rippe die Gefahr des seitlichen Ausbauchens eintritt.

Auf solche Art wird es für kleinere Gewölbe leicht sein, bei nur einiger Umsicht eine die in Frage kommenden Bedingungen erfüllende Gestalt zu gewinnen. Für besondere Fälle werden die weiter oben dargelegten Ausführungen ein Mittel an die Hand geben, eine Prüfung des Gewölbes auf seine statischen Eigenschaften vorzunehmen.

Dem Polier ist auf dem Bau neben den genauen Grundrissen des Gewölbes und des Anfängers ganz besonders die Ordinatenhöhe jedes Schlusspunktes anzugeben, bei busigen Kappen auch Grundrisslage und Höhe des Kappenscheitels. Nie sollte es unterlassen werden, bei reichen Rippen- gewölben das aufgestellte Gerüst der Lehrbögen näher in Augenschein zu nehmen, da an diesem ein Mangel weit besser zu erkennen ist als auf der besten Zeichnung.

Das beste Gewölbe wird immer dasjenige sein, welches für den jeweilig vorliegenden Fall aus den massgebenden Bedingungen heraus entwickelt ist. Es haben sich zur Bequemlichkeit einige allgemeine schematische Konstruktionsregeln eingebürgert, die zum Teil dem Mittelalter zugeschrieben werden, es ist schwer zu sagen, ob mit Recht oder Unrecht. Diese das Austragen der Rippen bezweckenden Regeln sind nunmehr zum Abschluss dieses Kapitels noch aufzuführen und soweit es nötig scheint, kritisch zu beleuchten.

Uebliche
Regeln für
das
Austragen.

a. Austragen eines Rippengewölbes, dessen Rippen sämtlich auf einer Kugelfläche liegen. Wengleich man aus bereits aufgeführten Gründen selten Gewölbe nach einer genauen Kugelfläche bilden wird, sei doch vorab dieser Fall als der einfachste behandelt. (Fig. 146.)

a. Rippen in
einer
Kugelfläche.

Es liegen alle Rippen in ihrem ganzen Verlauf auf einer Halbkugel, deren Grundkreis in die Abbildung eingetragen ist. Will man irgend ein Rippenstück mn nach seiner Lage, Länge und Gestalt austragen, so verlängert man den Grundriss desselben bis zum Schnitt mit dem Grundkreis, es entsteht dadurch die Sehne rs . Eine senkrecht über rs errichtete Ebene schneidet die Halbkugel in einem Halbkreis, denn jeder senkrechte Schnitt durch eine Halbkugel liefert einen solchen. Auf diesem senkrecht über rs zu denkenden Halbkreis muss aber die Rippe mn liegen, man kann sie also mit ihm zusammen in die Grundrissebene niederklappen, was einfach dadurch geschieht, dass man seitwärts über rs als Grundlinie einen Halbkreis schlägt und auf der Grundlinie in m und n Lote errichtet, welche den Halbkreis in den Punkten M und N schneiden. Der Bogen MN ist der thatsächliche Rippenbogen nach Länge und Krümmung, und in den Linien Mm und Nn ist die Höhe der beiden Schlusspunkte über der Grundebene gefunden. Das ist aber alles, was man durch das Austragen ermitteln will. Man verfährt genau in derselben Weise mit jedem anderen Rippenstück, in der Abbildung sind als weitere Beispiele die Bögen EO und aB ausgetragen. Alle Rippen, welche durch die Wölbmitte o führen, liegen auf sogenannten grössten Kugeln, während die übrigen, als ab und mn auf kleineren Kugeln liegen. Letztere haben daher kleinere Halbmesser, oder was dasselbe sagt, eine stärkere Krümmung.

b. Austragen eines Gewölbes nach einem über der Diagonale geschlagenen Prinzipalbogen. (Fig. 147 und 147a.) Es werden bei diesem Verfahren alle Bögen mit demselben Halbmesser geschlagen, was soeben nicht der Fall war. Es wird die Kreuzrippe zunächst als Spitz-, Flach- oder Rundbogen angenommen, aus der einen Hälfte derselben dem „Prinzipalbogen“ werden alle anderen Bögen abgeleitet.

b. Prinzipal-
bogen über
der
Diagonale.

Zum bessern Vergleich mit der vorigen Konstruktion ist der Diagonalbogen als Halbkreis angenommen, der Prinzipalbogen ist also ein Viertelkreis. Die Rippe über ao ist demnach als Viertelkreis direkt gegeben, in der Nebenfigur 147a ist dieser als der Bogen a_1O hingetragen, es handelt sich nun darum, die Rippen über be und eo zu bestimmen. Zu diesem Zweck trägt man letztere beiden Strecken in die Nebenfigur vom Punkte o_1 aus auf die Grundlinie als o_1e_1 und e_1b_1 . Ueber e_1 wird eine Senkrechte bis zum Viertelkreis errichtet, deren Länge e_1E die Höhenlage des über e befindlichen Schlusspunktes angiebt, während das Bogenstück EO die Rippe über eo nach Lage und Grösse darstellt. Die Rippe be im Grundriss muss über b_1e_1 liegen, der obere Schlusspunkt E ist bereits ermittelt, es ist also nur b_1 mit E durch einen Bogen zu verbinden, welcher mit dem gegebenen Radius r des Prinzipalbogens aus dem Mittelpunkt x geschlagen wird. Der Mittelpunkt x liegt unterhalb der Grundlinie, weshalb die Rippe als Knickbogen aus dem Widerlager herauswächst. Die Randbögen cd und hg können, um das Prinzip der gleichen Halbmesser konsequent durchzuführen, als Spitzbögen mit dem Halbmesser r ausgebildet werden, ihre Scheitel m und n liegen dann höher als die benachbarten Schlusspunkte e und f .

Das so ausgetragene Gewölbe stimmt ziemlich genau mit dem nach der Kugel gebildeten überein, nur ein Teil der Rippen tritt in seiner Biegung innen aus der

Kugelfläche heraus, alle Kreuzpunkte aber ebenso die zu der Wölbmitte führenden Rippen liegen auch bei diesem Verfahren in der Kugelfläche.

Die Rippe be tritt — wie alle entsprechenden — schräg aus dem Widerlager, statisch ist das meist nicht ungünstig. Der Gewölbanfänger kann aber durch das wechselweise senkrechte und schräge Aufsetzen der Rippenfüsse eine so unregelmässige Gestalt bekommen, dass unter Umständen eine in Fig. 148 zur Darstellung gebrachte Abart von dieser Konstruktion vorzuziehen ist.

Es unterscheidet sich diese Konstruktion von der vorigen nur dadurch, dass der gebrochene Rippenzug beo (Fig. 147) auf der Grundlinie der Nebenfigur 148 nicht vom Punkte o_1 ab nach links, sondern von a_1 ab nach rechts aufgetragen wird. Die Rippe be wird als a_1E gefunden, sie fällt mit dem unteren Stück des Prinzipalbogens zusammen, die Scheitelrippe eo muss ihren einen Endpunkt in E , den anderen in einem Punkte O_1 haben, welcher gleiche Höhe mit O hat. Es wird die Bogenlinie wieder mit dem gegebenen Halbmesser aus dem Mittelpunkte x geschlagen. Die Randbögen können wie vorhin Spitzbögen mit denselben Halbmessern sein, ihre Scheitel werden jetzt aber von den Kreuzpunkten e und f überragt.

Es entsteht auf diese Weise ein Gewölbe mit regelmässigen Gewölbanfängen, die seitlichen Kreuzpunkte e, f usw. in Fig. 147 liegen nicht mehr auf der Kugelfläche, sie sind höher hinaufgerückt, so dass sie nahezu die Höhe der Wölbmitte erreichen. Will man einen grösseren Unterschied in der Höhe der seitlichen und des mittleren Schlusspunktes erzielen, so wählt man als Prinzipal- bez. Diagonalbogen besser den auch aus statischen Gründen vorteilhafteren Spitzbogen (vergl. Fig. 149).

c. Prinzipal-
bogen über
einem
gebrochenen
Rippenzuge.

c. Austragen nach dem Prinzipalbogen über einem im Grundriss gebrochenem Rippenzuge Fig. 150. Es möge im Grundriss wieder das gleiche einfache Sterngewölbe Fig. 147 vorliegen. Der Prinzipalbogen wird jetzt nicht über der halben Diagonale geschlagen, sondern über einer Grundlinie die durch Addieren der Längen be und eo gewonnen wird, er sei wieder ein Viertelkreis.

In der Fig. 150 sind die Grundrisslängen der in Frage kommenden Rippen als Linie $b_1e_1o_1$ aneinander getragen, und darüber ist der Prinzipalbogen b_1O geschlagen. Die beiden Teile b_1E und EO desselben geben direkt die ausgetragene Gestalt dieser Rippen. Um auch die Kreuzrippe zu ermitteln, trägt man ihre Grundrisslänge als a_1o_1 hin und hat dann die Punkte a_1 und O durch einen Bogen zu verbinden. Soll für diesen Bogen der Halbmesser des Prinzipalkreises verwandt werden, so rückt der Mittelpunkt nach x , er liegt etwas über der Grundlinie, was zu einem hufeisenförmigen Bogen führen würde. Besser wird man aber von der Gleichheit der Halbmesser absehen und die Kreuzrippe nach einem Spitzbogen bilden.

Da dieser letztere Prinzipalbogen eine längere Grundlinie hat, führt er zu grösseren Scheitelhöhen. Fehlt es an Konstruktionshöhe, so wird man statt des Viertelkreises eine flachere Linie zu Grunde legen müssen, die man aber nicht nach der statisch gar zu ungünstigen liegenden Ellipse bilden sollte.

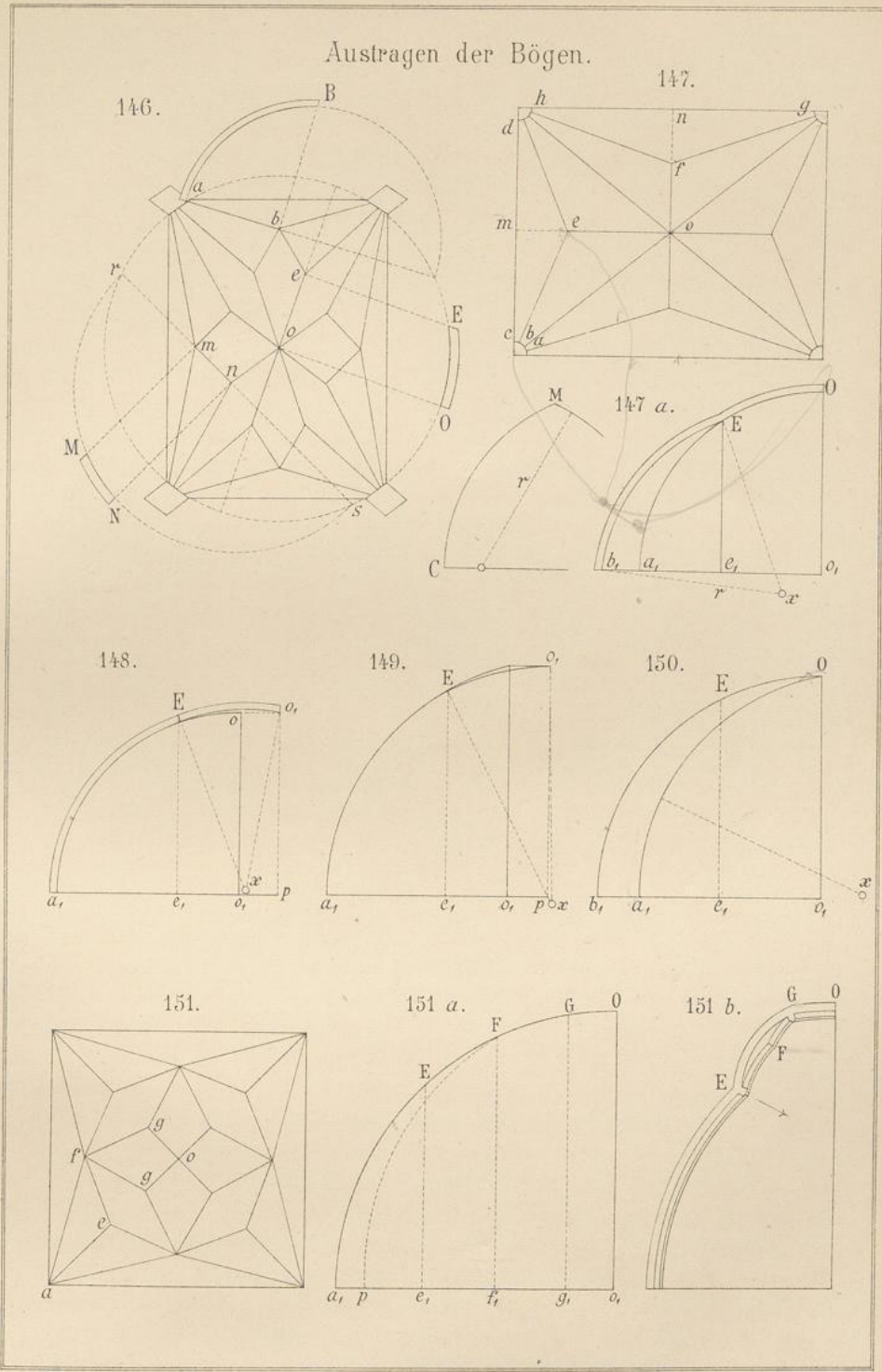
Bedenken
gegen die
letzte
Regel.

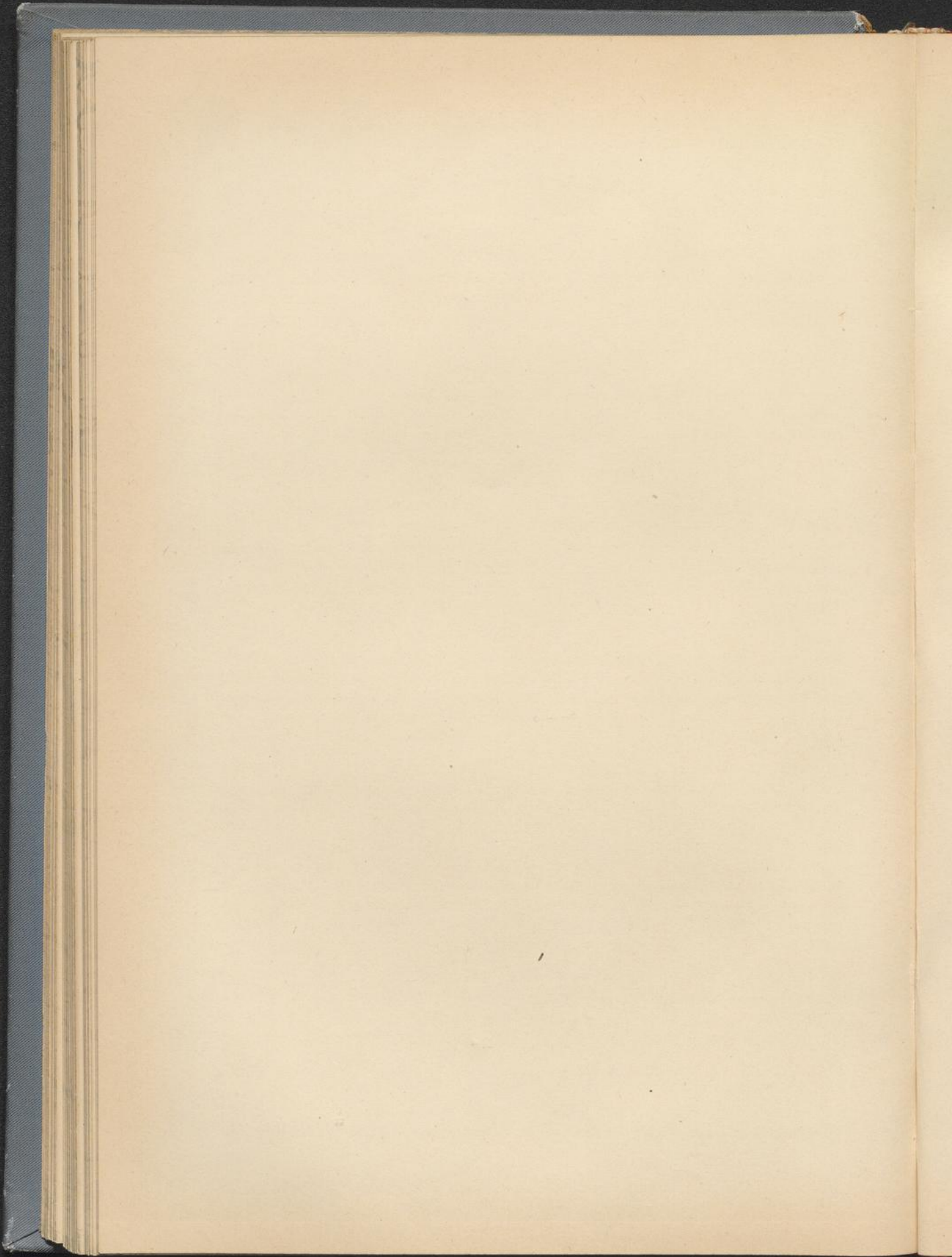
Der Prinzipalbogen über einem gebrochenen Rippenzuge scheint besonders am Platze zu sein für Netzgewölbe, denen die durchgehende Kreuzrippe fehlt, seine Anwendung wird auch vorwiegend für diese empfohlen und doch darf er gerade hier nur mit der grössten Vorsicht aufgenommen werden, wie an dem Grundriss 151 erläutert werden soll.

Als Grundlinie des Prinzipalbogens, der auch hier wieder ein Halbkreis sein möge, würde man naturgemäss den Rippenzug $ae fgo$ wählen, in der Nebenfigur 151a ist die Konstruktion, die nichts Neues bietet, durchgeführt, die meisten Rippen

Tafel XIX.

Austragen der Bögen.





ermitteln sich als Teile des Prinzipalbogens direkt; der nicht in dem Rippenzuge enthaltene Bogen über af ist besonders als pF auszutragen. Sind solcher Art die Lage der Schlusspunkte und die Form der Rippen festgelegt, so lässt sich leicht der Diagonalschnitt des Gewölbes zeichnen — Fig. 151b. Dieser setzt sich aber in Widerspruch mit den einfachsten Bedingungen der Haltbarkeit (siehe Seite 43 und folgende) der Kreuzpunkt E ist in so auffallender Weise nach innen eingesenkt, dass der Einsturz des Gewölbes zu fürchten wäre — mit der Anwendung dieses Verfahrens würde man also sehr übel beraten sein.

Man fragt mit Recht, woher diese zweifelhafte Konstruktion stammt. Verbreitet ist sie hauptsächlich durch HOFFSTADT (gotisches ABC), und dieser stützt sich im Wesentlichen auf eine dem Jahre 1695 angehörige Schrift des Danziger Maurermeisters BARTHEL RANISCH, den wir wohl kaum als Gewährsmann anerkennen dürfen. Wissen wir auch, dass Reste gotischer Konstruktionsregeln sich fort und fort vererbt haben bis fast auf unsere Tage, so ist doch schwerlich vor auszusetzen, dass jene Meister, welche die Formen der Antike und Renaissance schliesslich in die gequältesten Schnörkeleien überführt hatten, gerade die Ueberkommnisse des Mittelalters in lauterer Form bewahrt haben sollten.

Dass die Ausgangszeit des Mittelalters bei ihren Wölbungen wie überall gewisse handwerksmässige Regeln gepflegt hat, ist sehr wohl denkbar, einen Aufschluss über dieselben würden vielleicht zahlreiche genaue Messungen liefern können, die sich besonders an den Decken der Kreuzgänge leicht ausführen liessen. Oft hat es den Anschein, als könne man derartige Beziehungen verfolgen, seien es Anordnungen der Kreuzpunkte auf einer Kugelfläche, oder seien es auf einen Prinzipalbogen hinweisende Rippenzüge; gewöhnlich trifft man aber dicht daneben Gewölbe, die sich keinem System anpassen wollen. Es ist nicht gerade unwahrscheinlich, dass man die Verwendung gleicher Halbmesser, die in den Prinzipalbögen zum Ausdruck gelangt, in vernunftmässigen Grenzen erstrebt hat. Für die Bildung der Anfänger und die Ausführung in Werkstein hatte sie einen gewissen Wert, daneben mag die Art des Einrüstens auf sie hingeleitet haben. Man stellte jedenfalls die Lehrbögen unter den Gurt- und Diagonallinien auf, letztere wohl selbst dann, wenn die Rippen stellenweise unterbrochen waren, den Schlusspunkt unterstützte man durch einen senkrechten Holzstiel. Dann fügte man auch für die übrigen Rippen die entsprechenden Lehrbögen ein, wie man sie der Reihe nach am besten befestigen konnte, erst die grösseren, dann die kleineren, indem man die Kreuzpunkte soweit es nötig war stützte. Dabei war es jedenfalls eine Bequemlichkeit, bei reichen Wölbungen die Lehrbögen vorher mit ein und demselben Halbmesser aufzureissen und sie dann einzupassen und abzuschneiden soweit man ihrer gerade bedurfte. So können mehrfache Gründe zusammengewirkt haben, das Streben nach der konsequenten Durchführung gleicher Radien zu erzeugen. Wo letztere aber zu nachteiligen Folgen führten, da wird ein denkender Baumeister auch in jenen Tagen nicht einem zu weit getriebenen Prinzip zu Liebe die Schönheit oder gar die Sicherheit seines Werkes geopfert haben.

6. Die Gestaltung der Rippenprofile.

Vorspringende Gewölberippen traten allgemein auf, als seit dem XII. Jahrhundert nicht mehr die Wölbflächen, sondern die Wöblinien das bestimmende Ausgangsglied für die Gewölbbildung waren (vgl. S. 11). Damals vollzog sich rasch jener bedeutende Umschwung, der neue Bogenformen einführte, der die Gestalt und die Herstellungsweise der Kappenflächen änderte und der seine Krönung erhielt, als der tragende Rippenbogen sich von der getragenen Wölbfläche schied.

Den wirksamsten Anstoss zur Einführung der Rippen gaben die Schwierigkeiten