Anfangsgründe der niederen Geodäsie

Loewe, Hans

Liebenwerda, 1892

A. Nach der Fläche. (1. Theilung von gegebenem Punkte aus. 2. Paralleltheilung. 3. Normaltheilung. 4. Proportionaltheilung.)

urn:nbn:de:hbz:466:1-79893

Theils in Rechnung zu stellen. Hierdurch werden die durch etwaigen Karteneinsprung entstehenden Fehler vollkommen ausgeglichen.

§ 55.

Theilung der Grundstücke.

A. nach der Fläche.

a) Theilung von gegebenem Punkte aus. 1) Von einem Dreiecke a b c, Fig. 88, mit dem Flächeninhalte Q, soll eine Fläche F so abgeschnitten werden, dass die Theilungslinie d e durch den gegebenen Punkt d geht.

Es ist $$F : Q = ae \,.\, h : ab \,.\, h_c$$

$$ae = \frac{F}{Q} \,.\, ab \,.\, \frac{h_c}{h}$$

oder da $h_c : h = ac : ad$

$$ae = \frac{F \,.\, ab \,.\, ac}{Q \,.\, ad}. \qquad (203)$$

2) Im Viereck a b c d, Fig. 89, soll die die Fläche F abschneidende Theilungslinie m f durch den gegebenen Punkt m gehen.

Es ist $$2F = ae \times ed + (ef + fg)(ed + gm) - fg \,.\, gm$$

woraus folgt: $$ef = ae + \frac{2F - de \,.\, ag}{gm}. \qquad (204)$$

3) Im Falle der Fig. 90, in welcher P P′ die durch den gegebenen Punkt P gehende Theilungslinie bezeichnet, hat man:

$$2F = mn + (n + y)(s - m - x) + yx.$$
$$2F = ns - nx + ys - my.$$

Hierin ist

$$y = u \sin \beta$$
$$x = u \cos \beta$$
$$m = v \cos \alpha$$
$$n = v \sin \alpha$$

also $$2F - vs \sin \alpha = \left(s - v \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cos \beta - v \cos \alpha\right) u \sin \beta$$

$$\frac{2F - vs \sin \alpha}{s \sin \beta - v \sin(\alpha + \beta)} = u. \qquad (205)$$

Sind **mehrere** Flächen, F_1, $F_2 \ldots F_n$, derart abzuschneiden, dass die Theilungslinien sämmtlich durch gegebene Punkte P_1 P_2, $P_3 \ldots P_n$ gehen, so setzt man in die Formel (205) für F der Reihe nach die Werthe F_1, $F_2 \ldots F_n$, um die Längen u_1, $u_2 \ldots u_n$ zu erhalten.

b) Paralleltheilung. 4) Die Theilungslinie d e, Fig. 91, soll parallel zu b c sein.

Es ist $$F : Q = ad^2 : ac^2$$

$$\left.\begin{aligned} ad^2 = \frac{F}{Q}\, ac^2, \text{ also } ad &= ac \sqrt{\frac{F}{Q}} \\ \text{und analog} \quad ae &= ab \sqrt{\frac{F}{Q}} \end{aligned}\right\} \qquad (206)$$

5) Die Theilungslinie e f, Fig. 92, soll || a b sein.

$$1)\ 2\,F = (s + x)\,y$$

$$2)\ y\,(\cot\alpha + \cot\beta) = s - x.$$

Hieraus folgt:

$$2\,F = \frac{s^2 - x^2}{\cot\alpha + \cot\beta}$$

$$\left.\begin{aligned} x &= \sqrt{s^2 - 2\,F\,(\cot\alpha + \cot\beta)} \\ y &= \frac{2\,F}{s + x} \end{aligned}\right\} \qquad (207)$$

Sind mehrere Flächen nach einander abzuschneiden, so ist folgende Formel sehr geeignet:

Man messe, Fig. 93, die Parallele s_1 im Abstande m von der Basis, so ist $s - s' = a + b, = m\,(\cot\alpha + \cot\beta)$, also $\cot\alpha + \cot\beta = \frac{s - s_1}{m}$, folglich nach (207)

$$x = \sqrt{s^2 - 2\,F\,\frac{s - s_1}{m}}. \qquad (208)$$

6) Soll vom Polygon, Fig. 94, die Fläche F so abgeschnitten werden, dass die Theilungslinie parallel zu A B C D wird, so ist, wenn man die Polygonseiten mit a, a_1, a_2, den Abstand der Theilungslinie von den Seiten mit y bezeichnet, im Uebrigen die Bezeichnungen der Figur gelten lässt:

$$a = x + y\cot A + y\cot\frac{B}{2}$$

$$a_1 = x_1 + y\cot\frac{B}{2} + y\cot\frac{C}{2}$$

$$a_2 = x_2 + y\cot\frac{C}{2} + y\cot D$$

$$1)\ \Sigma a = \Sigma x + y\,.\,\Sigma\,\text{cotang}.$$

Weiter ist

$$2)\ 2\,F = (\Sigma a + \Sigma x)\,y.$$

Multiplicirt man 1) mit 2), so erhält man:

$$(\Sigma a)^2 - (\Sigma x)^2 = 2\,F\,.\,\Sigma\,\text{cotang}$$

$$\Sigma x = \sqrt{(\Sigma a)^2 - 2\,F\,.\,\Sigma\,\text{cotang}}$$

also nach 1)

$$y = \frac{2\,F}{\Sigma a + \Sigma x}. \qquad (209)$$

Die Cotangenten der Winkel A, B, C, D ergeben sich ohne Weiteres aus den Coordinaten.

c) Normaltheilungen. 7) Die Theilungslinie d e, Fig. 95, soll $\perp$ a b sein. Man schneidet nach b), 4) die Fläche F derart von $\triangle$ a c f ab, dass d e || c f.

Im Falle der Fig. 96 berechne man das rechtwinklige Dreieck a c d $= \triangle$, und schneide zu diesem dann noch die Differenz F $- \triangle$ nach 5).

d) **Proportionaltheilung.** 8) In Fig. 97 soll die Theilungslinie so gelegt werden, dass $v_1 : v = u_1 : u$.

Es ist

$$a\,x + (x + z)\,(s - a - b) + b\,z = 2\,F.$$

Setzt man $v_1 : v = u_1 : u = m$, so folgt:

$$m^2 v^2 (\sin\alpha + \cos\alpha) + m\,(v\sin\alpha + u\sin\beta)\,(s - m\,v\cos\alpha - m\,u\cos\beta) - m^2 u^2 \sin\beta\cos\beta = 2\,F.$$

$$m = \frac{v\,s\sin\alpha + u\,s\sin\beta}{2\,u\,v\sin(\alpha + \beta} \pm \sqrt{-\left(\frac{v\,s\sin\alpha + u\,s\sin\beta}{2\,u\,v\sin(\alpha + \beta)}\right)^2 - \frac{2\,F}{u\,v\sin(\alpha + \beta)}}.$$

Der Wurzelausdruck ist positiv oder negativ, je nach dem $(\alpha + \beta) >$ oder $< 180^0$. Setzt man

$$A = u\, v \sin(\alpha + \beta),\; B = -v \sin\alpha - u \sin\beta,\; \frac{B}{2A} = M,\; \frac{2F}{A} = N,$$

so lautet der Ausdruck für m:

$$m = M \pm \sqrt{M^2 - N}. \tag{210a}$$

Setzt man Viereck ABCD = V, so hat man die Rechenprobe:

$$A + B = -2V. \tag{210b}$$

Sind mehrere Flächen, F_1, F_2 . . . abzuschneiden, so setze man für die weiteren Rechnungen

$$\frac{2(F + F_1)}{A} = N,\; \frac{2(F + F_1 + F_2)}{A} = N \ldots \text{ etc.}$$

Hat man m, so ist

$$v_1 = m\, v,\; u_1 = m\, u.$$

9) Soll im Polygon Fig. 98 $r_1 : r = u_1 : u = v_1 : v, = w_1 : w = m$ sein, so setze man in (210a)

$$A = r\, u \sin(\alpha + \beta) + u\, v \sin(\alpha_1 + \beta_1) + v\, w \sin(\alpha_2 + \beta_2)$$
$$B = -r\, s \sin\alpha - u\, s \sin\beta - u\, s_1 \sin\alpha_1 - v\, s_1 \sin\beta_1 - v\, s_2 \sin\alpha_2 - w\, s_2 \sin\beta_2.$$

10) Complicirtere Figuren theilt man am schnellsten durch **Probiren** auf der Karte und überträgt die ermittelte Theilungslinie von der Karte auf das Feld.

B. nach dem Werthe.

Der Werth W einer Fläche F ist gleich dem Produkt aus dem Werthe der Flächeneinheit und der Fläche. Haben die Bodenklassen I, II, III, Fig. 99, pr. Quadratmeter den Werth w_1, w_2, w_3, und soll von dem in der Figur dargestellten Grundstücke eine Fläche von dem Werthe W abgeschnitten werden, so zieht man nach Schätzung, oder auf Grund einer überschläglichen Berechnung, die Versuchslinie ab, ermittelt die Flächen f_1, f_2, f_3 der Bonitätsabschnitte I, II, III, multiplicirt sie mit den Werthen der Flächeneinheit w_1, w_2, w_3, so stellt die Summe Σ dieser Produkte den Werth der durch die Versuchslinie abgeschnittenen Fläche dar. Ist $W - \Sigma = w$, so ist der abgeschnittene Werth Σ noch um den Betrag w zu verbessern. Multiplicirt man die nach der Karte zu ermittelnden Längen l_1, l_2, l_3, d. h. die in den Bodenklassen I, II, III liegenden Theile der Versuchslinie a b, bezüglich mit w_1, w_2, w_3, so ist die Summe dieser Produkte gleich dem Werthe eines längs a b sich hinziehenden Streifens von 1 m Breite. Ist derselbe = v, so ist, wenn x die Breite des noch abzuschneidenden Streifens mit dem Werthe w bezeichnet, $w = x\, v$, also $x = \frac{w}{v}$. Man hat nun noch in dem Abstande x zu a b die Parallele a′ b′ zu ziehen, wodurch man a′ b′ als die gesuchte Theilungslinie erhält. Die ursprünglich abgeschnittenen Flächen f_1, f_2, f_3 ändern sich dadurch um die Beträge $l_1 x$, $l_2 x$, $l_3 x$, welche mit w_1, w_2, w_3 multiplicirt, zusammen die Correktion w ergeben müssen.

Dies Verfahren setzt voraus, dass die Grenzen des Grundstücks, wie auch die Bonitirungsgrenzen, annähernd **rechtwinklig** durch die Theilungslinie geschnitten werden. Ist dies nicht der Fall, so ermittelt man nun die Längen l_1, l_2, l_3 nochmals, indem man dieselben jedoch nicht auf der Versuchslinie a b, sondern in der Mitte zwischen a b und a′ b′ abgreift, sonst aber wieder wie oben verfährt, wodurch man einen genaueren Werth für x erhält, welcher wieder von a b aus, nicht etwa von