



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Lehre von der Beleuchtung und Schattierung

Delabar, Gangolf

Freiburg im Breisgau [u.a.], 1893

[urn:nbn:de:hbz:466:1-78623](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78623)

~~1440~~ ~~1476~~ ~~1521~~

1440
~~1476~~
1521

Die Lehre von der Beleuchtung und Schattierung

als

Lehrmittel für Lehrer und Schüler

an Oberrealschulen, Industrie- und Gewerbeschulen und andern mittlern und höhern gewerblichen und technischen Lehranstalten; sowie zum Selbststudium,

von **G. Delabar.**

Mit einem Anhang: Das Wichtigste aus der Farbenlehre.

Mit 130 Figuren auf 34 lithographierten Tafeln und zwei Holzschnitten.

Neuer, revidierter Abdruck von Text und Tafeln.

Fünftes Heft

der

Anleitung zum Linearzeichnen,

mit besonderer Berücksichtigung des gewerblichen und technischen Zeichnens.

Freiburg im Breisgau.

Herdersche Verlagsbuchhandlung.

1893.

Zweigniederlassungen in Straßburg, München und St. Louis, Mo.

Wien I, Volksgasse 33: B. Herder, Verlag.



32
IV
02
7

Über den Zweck, der den Verfasser bei Abfassung des Werkes leitete, sowie über die Methode oder die Art und Weise, in welcher dasselbe zu verwenden sei, spricht er sich in folgenden Worten in der Vorrede zum ersten Hefte aus:

„Während einer mehr als zwanzigjährigen Praxis habe ich gefunden, daß diejenige Unterrichtsmethode am leichtesten und sichersten zum Ziele führt, bei welcher die Figuren vom Lehrer an der schwarzen Wandtafel mit Kreide in möglichst großem Maßstab vorgezeichnet und erklärt und vom Schüler zuerst nur mit Blei aus freier Hand und dann erst mittelst der verschiedenen Instrumente in Blei und Tusch mit Angabe der nötigen Hilfs- und Konstruktions-Linien und der entsprechenden Maße nachgemacht werden. Zugleich habe ich auch erfahren, daß selbst bei der deutlichsten und wiederholt angegebenen Erklärung und Vorzeichnung der betreffenden Figuren die Schüler dem Lehrer nicht immer zu folgen und nachher die darauf bezüglichen Konstruktionen selbständig zu fertigen im stande sind. Seit Jahren habe ich daher ernstlich darüber nachgedacht, wie diesem Übelstande am besten abgeholfen werden könne. Und da wurde ich denn auf die Bearbeitung dieser Anleitung geführt, welche, als Lehrmittel für die Schüler bestimmt, jenem Übelstande abhelfen soll. Zu diesem Behufe sind in derselben alle wichtigern Konstruktionen, die im Unterrichte vorkommen, auf kleinen lithographierten Tafeln möglichst scharf und genau ausgeführt und mit einem kurzen, erklärenden Text versehen, so daß der Schüler, der die eine oder andere Aufgabe nicht ganz verstanden haben sollte, nur die Anleitung zur Hand zu nehmen und die betreffende Figur nachzustudieren hat. Damit sollen zugleich die vielen mühsamen und zeitraubenden Wiederholungen vermieden werden, wodurch der Unterricht, namentlich in großen Klassen, zum Nachteil der vorgerücktern Schüler so sehr zurückgehalten wird.“

Einleitung

Die vorliegende Arbeit ist eine Zusammenfassung der Ergebnisse der Untersuchungen über die Wirkung von ...

Die Untersuchungen wurden im Jahre ... durchgeführt.

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in den folgenden Kapiteln dargestellt.

Die Untersuchungen wurden von ... durchgeführt.

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in den folgenden Kapiteln dargestellt.

Die Untersuchungen wurden im Jahre ... durchgeführt.

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in den folgenden Kapiteln dargestellt.

Die Untersuchungen wurden im Jahre ... durchgeführt.

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in den folgenden Kapiteln dargestellt.

Die Untersuchungen wurden im Jahre ... durchgeführt.

Anleitung zum Linearzeichnen,
mit besonderer Berücksichtigung des gewerblichen und technischen Zeichnens,
als Lehrmittel für Lehrer und Schüler

an den verschiedenen gewerblichen und technischen Lehranstalten, sowie zum Selbststudium,
von

Professor G. Delabar,

weiland Korrektor der Kantonschule und Vorstand der Fortbildungsschule in St. Gallen.

Fünftes Heft:

Die Lehre von der Beleuchtung und Schattierung, mit einem Anhang: Das Wichtigste aus der Farbenlehre.

Freiburg im Breisgau.

Herdersche Verlagsbuchhandlung.
Zweigniederlassungen in Straßburg, München und St. Louis, Mo.
Wien I, Wollzeile 33: B. Gerder, Verlag.

Die Lehre von der Beleuchtung und Schattierung

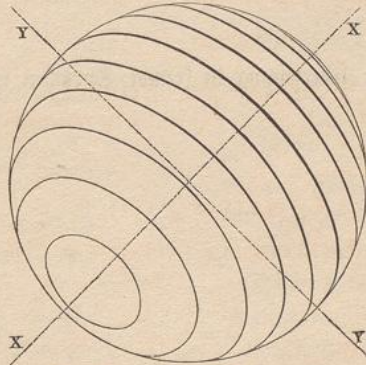
als

Lehrmittel für Lehrer und Schüler

an Oberrealschulen, Industrie- und Gewerbeschulen und andern mittlern und höhern gewerblichen und technischen Lehranstalten, sowie zum Selbststudium,

von **G. Delabar.**

Mit einem Anhang: Das Wichtigste aus der Farbenlehre.



Mit 130 Figuren auf 34 lithographierten Tafeln
und zwei Holzschnitten.

Neuer, revidirter Abdruck von Text und
Tafeln.

03

K

1897

Freiburg im Breisgau.

Herdersche Verlagshandlung.
1893.

Zweigniederlassungen in Straßburg, München und St. Louis, Mo.
Wien I, Wollzeile 33: W. Herder, Verlag.



Zur Zeit der Verfertigung des Originals

Erhalten für die Zeit und Jahre

an der Universität Paderborn, die dem Verfasser die Rechte vorbehalten sind

Druck und Verlag

Druck

Das Recht der Uebersetzung in fremde Sprachen wird vorbehalten.



Druckerei der Herder'schen Verlagsbuchhandlung in Freiburg.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite		Seite
Einleitung	1	b) Beleuchtung der Kegelflächen	29
Theoretischer Teil.		c) Beleuchtung der Kugelflächen	35
I. Grundbegriffe und Grundsätze der Beleuchtung und Schattierung:		d) Beleuchtung der Cylinder- und Kegelflächen zc. in parallel- und polarperspektivischer Darstellung	40
a) Von der Lichtquelle oder dem leuchtenden Körper und der Fortpflanzung des Lichtes	2	III. Von der zusammengesetzten geometrischen oder scheinbaren Beleuchtung	47
b) Von der Lage und Beschaffenheit des beleuchteten Körpers, von der Beleuchtungsintensität desselben und vom Reflexlicht	6	a) Scheinbare Beleuchtung der senkrechten Kreiscylinderfläche	51
c) Vom Standpunkt und der Entfernung des Beobachters in Bezug auf den beleuchteten Körper und vom Kontraste	14	b) Scheinbare Beleuchtung der senkrechten Kreiskegelfläche	52
II. Von der einfachen geometrischen oder wahren Beleuchtung	18	c) Scheinbare Beleuchtung der Kugelfläche	54
a) Beleuchtung der Cylinderflächen	21	IV. Übungsbeispiele:	
		a) Beleuchtung ebener Flächen	58
		b) Beleuchtung verschiedener krummer Flächen	62

Praktischer Teil.		Seite		Seite
I.	Über das Anlegen und Verwaschen	79	b)	Elementaraufgaben verschiedener Beleuchtungs- und Schattenskonstruktionen in parallel- und polarperspektivischer Darstellung 96
	a) Über das Anlegen der Flächenfiguren	80	c)	Schattenskonstruktionen verschiedener praktischer Anwendungen 101
	b) Über das Verwaschen der Flächenfiguren	87		
II.	Übungsbeispiele und praktische Anwendungen über das Tuschen:			Anhang.
	a) Elementaraufgaben verschiedener Beleuchtungs- und Schattenskonstruktionen in rechtwinkliger Darstellung	90		Das Wichtigste aus der Farblehre:
			a)	Über die physikalischen und physiologischen Farben 107
			b)	Über die technischen Farben 120

Einleitung.

1. In den vier ersten Hefen unserer „Anleitung“ haben wir die Zeichnungen der Gegenstände, die wir zur Darstellung brachten, als reine Linearzeichnungen ausgeführt, und nur in einzelnen wenigen Fällen der Parallel- und Polarperspektive wurde zugleich auch auf die Beleuchtung und Schattierung der dargestellten Gegenstände Rücksicht genommen. In dem vorliegenden fünften Hefte soll nun vor allem das Wichtigste aus der Schattenlehre, soweit sie beim gewerblichen und technischen Zeichnen zur Anwendung kommt, theoretisch und praktisch behandelt werden. Sodann (im praktischen Teile) soll überdies eine kurze Anleitung folgen, wie das Kolorit oder die Färbung der verschiedenen Materialien, woraus die dargestellten Gegenstände bestehen, durch die sogenannten Wasserfarben einzeln für sich oder durch Mischung erhalten und beim technischen und insbesondere auch beim Planzeichnen in Anwendung gebracht wird.

2. Was die eigentliche Schattenlehre oder die Lehre von der Beleuchtung und Schattierung betrifft, so werden wir zuerst in einem theoretischen Teile die Grundbegriffe und Grundsätze feststellen, unter welchen die Licht- und Schattenverteilung auf den verschiedenen Oberflächen der Körper wirklich stattfindet oder scheinbar wahrgenommen wird, und alsdann die Methoden kennen lernen, wie die Isophoten, d. h. die Linien gleicher Helligkeit, resp. gleicher Dunkelheit, und insbesondere die Trennungslinien von Licht und Schatten, sowie die Begrenzungslinien der Schlagschatten auf den Projektionsebenen oder sonstigen hinterliegenden Flächen projektiv oder konstruktiv erhalten werden, und erst hierauf werden wir dann in einem praktischen Teile das Tuschen (Anlegen und Verwaschen) behandeln und eine zweckmäßig ausgewählte Sammlung von Übungsbeispielen und praktischen Anwendungen über Beleuchtungs- und Schattierungskonstruktionen folgen lassen.

Theoretischer Teil.

I.

Grundbegriffe und Grundsätze der Beleuchtung und Schattierung.

(Fig. 1—23, Blatt 1—2.)

3. Bei der Beleuchtung und Schattierung der Körper hat man im allgemeinen auf dreierlei Dinge Rücksicht zu nehmen:

- a) auf die Lichtquelle oder den leuchtenden Körper;
- b) auf die Form, Lage und Beschaffenheit des beleuchteten Körpers; und
- c) auf den Standpunkt des Beobachters.

a. Von der Lichtquelle oder dem leuchtenden Körper und der Fortpflanzung des Lichtes.

4. Als Lichtquelle dient entweder ein irdisches Licht oder das Sonnenlicht. Beim technischen Zeichnen wird jedoch fast ausschließlich das Sonnenlicht zu Grunde gelegt. Es ist hier nicht der Ort, in eine theoretische Auseinandersetzung des Lichts näher einzutreten. Für unsern Zweck genügt es, zu wissen, daß sich das Licht von der Lichtquelle aus wie die Radien einer Kugel nach allen Richtungen ausbreitet und daß diese Ausbreitung oder Fortpflanzung — unter der Voraussetzung,

daß sie in einem homogenen oder gleichartigen Mittel stattfindet — nach geraden Linien angenommen werden kann.

5. Jede gerade Linie, nach welcher sich das Licht von der Lichtquelle aus fortpflanzt, nennt man einen Lichtstrahl. Eine größere Anzahl von Lichtstrahlen, die von demselben leuchtenden Punkte ausgehen, wird hingegen ein Strahlenbündel oder Strahlenbüschel genannt. Zur Beleuchtung eines Körpers ist natürlich immer ein ganzer Strahlenbündel nötig.

Wie man in der Mechanik mittelst des Kräfteparallelogramms zwei oder mehrere Seitenkräfte in eine Mittelkraft zusammensetzen, oder eine solche in zwei oder mehrere Seitenkräfte zerlegen kann, ebenso kann man auch hier mittelst des Strahlenparallelogramms einen mittlern Lichtstrahl oder Lichtbündel aus zwei oder mehrern Lichtstrahlen oder Lichtbündeln zusammensetzen oder in zwei oder mehrere Seitenlichtstrahlen zerlegen und damit die Richtung und Intensität der Beleuchtung bestimmen.

6. Wird die Lichtquelle als ein Lichtpunkt angenommen, so bilden die von ihm ausgehenden Lichtstrahlen, welche den beleuchteten Körper ringsherum berühren, eine umhüllende Strahlenpyramide oder einen umhüllenden Strahlenkegel (siehe Fig. 1 und 2, Blatt 1), je nachdem derselbe eine eckige oder runde Form hat.

Der dem leuchtenden Punkt zugewendete Teil des beleuchteten Körpers ist dann im Licht und der dem Licht abgewendete Teil desselben im Schatten. Die Linie, welche den beleuchteten Teil vom unbeleuchteten Teil des Körpers trennt, nennt man die Trennungslinie von Schatten und Licht. Dieselbe ist stets eine geschlossene Linie, und zwar im ersten Fall, wenn der beleuchtete Körper von eckigen Flächen eingeschlossen, eine zusammenhängende geradlinig gebrochene Linie, im andern Fall, wenn derselbe, wie z. B. die Kugel, von einer krummen Fläche begrenzt ist, eine geschlossene krumme Linie.

7. Wird die umhüllende Strahlenfläche auch hinter dem beleuchteten Körper noch weiter fortgesetzt, so befindet sich auch der ganze von ihr eingeschlossene Raum im Schatten, und die Figur, in welcher dieser Schattenraum von den Projektionsebenen oder andern hinterliegenden Flächen geschnitten wird, nennt man den Schlag Schatten. So ist in Fig. 1 und 2, Blatt 1, der Schlag Schatten auf der hinterliegenden Ebene MN durch die Figur ABCHEF, resp. ABCD angegeben.

8. Sowohl die Trennungslinien von Licht und Schatten als die Schlag Schatten umrisse erscheinen unter dieser Voraussetzung als polare oder zentrale Projektionen, die, wie im dritten Abschnitt des vierten Heftes unserer „Anleitung“ gezeigt worden ist, bestimmt werden.

9. Wenn dagegen der leuchtende Körper eine größere Ausdehnung hat, so wird der Schatten, der sich hinter dem leuchtenden Körper einstellt, in den Kern- oder Ganz Schatten und in den Halbschatten unterschieden.

Ist z. B. in Fig. 3 S (die Sonne) der leuchtende und E (die Erde) der beleuchtete Körper, beide als runde Körper vorausgesetzt, und zieht man die gemeinschaftlichen äußern und innern Tangenten an dieselben, so wird der kegelförmige Raum $aeba$ gar kein Licht empfangen, der ihn umgebende Raum $gdaebef$, welcher die Form eines kegelförmig eingeschnittenen Kegels hat, wird dagegen nur von mehr oder weniger Lichtstrahlen getroffen während die andern Lichtstrahlen vom Körper E gehindert werden, in diesen Raum einzudringen. Dieser letztere Raum ist daher jedenfalls weniger hell als der ganz beleuchtete Raum, hingegen heller als der Raum $aeba$. Man nennt deshalb, wie gesagt, den Raum $gdaebef$ den Halbschatten und den Raum $aeba$ den Ganz- oder Kern Schatten.

10. Wird der Schattenraum durch eine Ebene MN (Fig. 3) geschnitten, so bildet der Schnitt des Kern Schattens einen kleinen, dunkeln Kreis, der Halbschatten-

schnitt dagegen einen größeren, blässern Kreisring (siehe Fig. 4). Dieser letztere ist am äußern Umfang nicht scharf begrenzt, sondern etwas geschwächt, und sieht selbst wie verwaschen oder verwischt aus. Dies ist um so mehr der Fall, je weiter der Schnitt MN von dem Körper E entfernt ist. Die Schlagschatten (im Halbschatten) werden deshalb um so schwächer und unbestimmter, je weiter sie vom beleuchteten Körper abstehen.

11. Die in den beiden letzten Nummern gegebenen Erklärungen treffen wirklich zu, wenn wir die Sonne als Lichtquelle annehmen. Denn bezeichnen wir die Radien der Sonne und Erde mit R und r, und die Entfernung der Sonne von der Erde mit e, so ist annähernd: $R = 110,2 \cdot r$ und $e = 23344 \cdot r$, oder, da der mittlere Erdradius $r = 6367$ km beträgt,
 $R = 701643$ km = 94561 geogr. Meilen und
 $e = 148631250$ km = 20029980 geogr. Meilen.

12. Da die Sonne 20 Millionen geogr. Meilen von der Erde entfernt ist, so kann man die Lichtstrahlen, welche von ihr gleichzeitig auf die Erde gelangen, in Bezug auf die kurze Strecke derselben, wie sie bei technischen Zeichnungen (irdischer Gegenstände) überhaupt nur in Betracht kommt, als parallele Geraden ansehen und ihre Intensität auf diese verhältnismäßig kleine Ausdehnung als gleich stark betrachten. Aus demselben Grund kann auch die Größe der Sonnenscheibe, deren

Gesichtswinkel nach obigen Daten nicht mehr denn etwa 32 Minuten*) beträgt, unberücksichtigt bleiben, d. h. die Sonnenstrahlen können so angesehen werden, wie wenn sie von einem Punkt ausgingen. Endlich wird aus demselben Grunde der Centriwinkel boc (Fig. 5), welcher dem Bogen bc des Halbschattens auf der Erdkugel oder auf irgend einem andern sphärischen Körper auf derselben entspricht, und welcher dem Gesichtswinkel $B \varepsilon C$, unter welchem die leuchtende Sonnenkugel einem auf der Erdoberfläche in ε befindlichen Beobachter erscheint, gleich ist, ebenfalls nicht mehr denn 32 Minuten betragen, und damit findet man:

$$\text{arc } bc = \frac{1}{108} \cdot r^{**}),$$

d. h. auf der Erdoberfläche oder auf einem andern sphärischen Körper, der auf letzterer sich befindet und von der Sonne beleuchtet wird, beträgt die Breite der vom Halbschatten eingenommenen Zone nicht mehr als den 108ten Teil des Halbmessers des sphärischen

*) Bezeichnet man den Winkel $B \varepsilon C = \varepsilon \varepsilon f = boc = \alpha$, so ist:

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{R}{e} = \frac{94561}{20029980}, \text{ woraus: } \frac{\alpha}{2} = 16' 10'', \text{ also } \alpha = 32' 20''.$$

**) Es verhält sich nämlich $\text{arc } bc : 32' = 2r\pi : 360 \cdot 60$, woraus: $\text{arc } bc = \frac{2r\pi \cdot 32}{360 \cdot 60} = \frac{1}{108} \cdot r$.

Körpers. Dasselbe Resultat kann auch auf jeden andern Körper ausgedehnt werden. Bei der Kleinheit dieses Resultates ist es daher gestattet, den vom Sonnenlicht erzeugten Halbschatten ganz zu vernachlässigen, und damit vereinfacht sich alsdann die Aufgabe der Beleuchtung und Schattierung wesentlich.

13. Unter dieser Voraussetzung, die wir auch wirklich unsern Beleuchtungs- und Schattenkonstruktionen zu Grunde legen werden, bilden alsdann die den beleuchteten Körper umhüllenden Sonnenstrahlen, je nachdem dieser ein eckiger oder runder Körper ist, ein Strahlenprisma oder einen Strahlencylinder, dessen Erzeugende der gegebenen Richtung der Lichtstrahlen parallel sind, und die Trennungslinien von Licht und Schatten erscheinen wieder als Berührungslinien der erwähnten Strahlenfläche mit dem beleuchteten Körper und die Begrenzungslinien des Schlagschattens als Durchschnittsfigur derselben mit den Projektionsebenen oder mit den sonstigen hinterliegenden Flächen.

14. Die Trennungslinien des eigenen Schattens wie die Begrenzungslinien des Schlagschattens können demnach als orthogonale Parallelprojektionen aufgefaßt und gefunden werden, wie dies in den vier ersten Abschnitten des dritten Heftes ausführlich gezeigt worden ist. Die Umrisse der Schlagschatten können übrigens auch, wenn man will, als schiefe Parallelprojektionen

der entsprechenden Trennungslinien von Schatten und Licht betrachtet und demzufolge wie in dem zweiten Abschnitt des vierten Heftes unserer „Anleitung“ bestimmt werden.

15. Ist der beleuchtete Körper z. B. eine Kugel, so ist die umhüllende Strahlenfläche eine schiefe Kreiscylinderfläche, die Trennungslinie von Schatten und Licht eine Kreislinie, und zwar ein größter Kreis der Kugel, und die Begrenzungslinie des Schlagschattens auf der Projektionsebene ist eine Ellipse (siehe Fig. 6).

16. Ist der Körper dagegen ein senkrechter Kreiscylinder, der auf der Grundebene aufsteht, so ist die umhüllende Strahlenfläche zusammengesetzt aus einem schiefen cylindrischen Flächenstück und zwei zur Grundebene senkrechten ebenen Flächen; die Trennungslinie von Schatten und Licht besteht aus zwei geraden Erzeugungslinien und einem sie verbindenden Halbkreisbogen und die Begrenzungslinie des Schlagschattens aus ihren schiefen Projektionen auf die Grundebene, also aus zwei schiefen Geraden und einer halben Ellipse (siehe Fig. 7).

17. Ist ebenso der beleuchtete Körper ein senkrechtes, z. B. fünfseitiges Prisma, so ist die umhüllende Strahlenfläche aus zwei senkrechten und zwei (unter Umständen drei) schiefen ebenen Flächen zusammengesetzt, die Trennungslinie zwischen Schatten und Licht entsprechend aus zwei senkrechten Kanten und zwei (oder

drei sie verbindenden liegenden Kanten der obern Basis und die Begrenzung des Schlagschattens aus ihren schiefen Projektionen, also aus ebenso vielen Geraden wie die Trennungslinie des eigenen Schattens (siehe Fig. 8).

18. Ist der beleuchtete Körper ein senkrechter Kreiskegel oder eine senkrechte Pyramide, so besteht die umhüllende Strahlenfläche aus zwei Ebenen, die sich in dem durch den Scheitel gehenden Lichtstrahl durchschneiden, und die Trennungslinie von Schatten und Licht aus zwei Erzeugenden resp. Kanten, und die Schlagschattenbegrenzung aus zwei Geraden, den Rissen beider Berührungsebenen, die sich in einem Punkt, dem Durchschnittpunkt des durch den Scheitel gehenden Lichtstrahles mit der Grundebene, durchschneiden (siehe Fig. 9 und 10).

19. Zur Ausführung dieser verschiedenen Schattenkonstruktionen muß man, da die Richtung des einfallenden Sonnenlichtes nach der verschiedenen Jahres- und Tageszeit sich ändert, eine bestimmte Richtung der einfallenden Sonnenstrahlen als unveränderlich annehmen. Gewöhnlich werden dieselben so angenommen, daß sie von links nach rechts, von vorn nach hinten und von oben nach unten einfallen, und zugleich mit der Diagonale AE eines Würfels, der so gestellt ist, daß je zwei Flächen mit der H.E. wie mit der V.E. parallel sind, gleiche Richtung haben (siehe Fig. 12 a und 12 b, Blatt 2).

Unter dieser Annahme machen alsdann beide Projektionen des Lichtstrahles mit der Projektionsachse XX Winkel von 45° , und der Lichtstrahl selbst mit der H.E. und V.E. macht einen Neigungswinkel α von $35^\circ 16'$ (siehe Fig. 12 a)*).

Dieser Neigungswinkel kann übrigens auch aus den rechtwinkligen Projektionen des Würfels und des Lichtstrahles durch eine einfache Umdrehung der letztern in eine zur V.E. parallele Lage unmittelbar in wahrer Größe gefunden werden, wie in Fig. 12 b zu ersehen ist.

b. Von der Lage und Beschaffenheit des beleuchteten Körpers, von der Beleuchtungsintensität desselben und vom Reflektlicht

20. Bekanntlich sind die Körper, die nicht selbst leuchtend sind, für uns nur sichtbar dadurch, daß sie das Licht, welches von einem leuchtenden Körper auf sie einfällt, mehr oder weniger vollkommen reflektieren oder zurückwerfen, und zwar geschieht diese Zurückwerfung nach dem physikalischen Satze, daß der Ausfallswinkel gleich ist dem Einfallswinkel, d. h. daß der Winkel ECN, welchen der zurück-

*) Bezeichnet man die Würfelseite $AB = BC = 1$, so ist die Flächen diagonale $AC = \sqrt{2}$ und die Körperdiagonale $AE = \sqrt{3}$, also $\sin CAE = \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$, woraus $\alpha = 35^\circ 15' 52''$, wofür man näherungsweise $35^\circ 16'$ setzen kann.

geworfene Strahl CE mit dem zugehörigen Perpendikel CN bildet, gleich ist dem Winkel DCN, welchen dieses mit dem Einfallstrahl CD macht (siehe Fig. 13).

21. Fallen die Lichtstrahlen senkrecht auf eine Fläche ein, so wird diese am hellsten beleuchtet. Die Beleuchtung derselben nimmt dagegen um so mehr ab, je schief die Lichtstrahlen gegen sie einfallen. Denn wird z. B. die ebene Fläche (AB, a'b'b'a', Fig. 14), auf welche die Lichtstrahlen nach der Richtung von $L \perp AB$ einfallen, um den Winkel $\alpha = \angle BAC$ gedreht, so daß der Winkel, den die eingefallenen Lichtstrahlen mit der gedrehten ebenen Fläche (AC, a'c'c'a') bilden, $\beta = \angle Afd = \angle ACc = (90^\circ - \alpha)$ ist, so fallen von den Lichtstrahlen, die auf AB fallen, nur noch diejenigen auf die gleich große ebene Fläche AC auf, welche zwischen A und c zu liegen kommen. Die Beleuchtung der Fläche in der geneigten Lage (AC, a'c'c'a') wird daher im Verhältnis von $Ac : AB$ schwächer sein als in der Lage (AB, a'b'b'a'), in welcher die Lichtstrahlen senkrecht zu ihr sind.

22. Bezeichnen wir die Helligkeit oder Beleuchtungsintensität des Rechtecks in der Lage (AB, a'b'b'a'), in welcher die Lichtstrahlen senkrecht auf dasselbe einfallen, mit H und in der Lage (AC, a'c'c'a'), in welcher sie den Winkel $\beta = (90^\circ - \alpha)$ mit ihm bilden, mit H', so verhält sich nach dem Vorhergehenden:

$$H : H' = \overline{AB} : \overline{Ac} = \overline{AB} : \overline{AC} \cos \alpha = AB : AB \cos \alpha = 1 : \cos \alpha = 1 : \sin \beta,$$

woraus: 1) $H' = H \cos \alpha = H \sin \beta$.

Ebenso folgt, wenn der Winkel BAD = α' und der Winkel ADd = β' gesetzt wird, die Helligkeit H'' des Rechtecks in dieser neuen Lage:

$$2) H'' = H \cos \alpha' = H \sin \beta'.$$

Und aus 1) und 2) ergibt sich nun weiter:

$$H' : H'' = H \cos \alpha : H \cos \alpha' = H \sin \beta : H \sin \beta'$$

$$\text{oder: } H' : H'' = \cos \alpha : \cos \alpha' = \sin \beta : \sin \beta',$$

d. h. die Helligkeiten oder Beleuchtungsintensitäten zweier Rechtecke oder zweier gleich großen ebenen Flächen überhaupt, welche gegen die Lichtstrahlen verschiedene Lage haben, verhalten sich wie die Kosinusse ihrer Neigungswinkel oder Einfallswinkel, oder wie die Sinusse der Winkel, welche der einfallende Lichtstrahl mit den geneigten Ebenen selbst bildet.

23. Mittelfst dieses Satzes sind wir nun auch im Stande, die Lagen von Ebenen zu bestimmen, deren Helligkeiten oder Beleuchtungsintensitäten stetig abnehmen, deren Helledifferenzen also gleich sind.

Ist AB (Fig. 15) diejenige Lage einer Ebene, in welcher sie von den Lichtstrahlen senkrecht getroffen wird, und AM diejenige, in welcher die Lichtstrahlen mit ihr parallel sind, und sollen wir alle Zwischenlagen der Ebenen bestimmen, so daß der Unterschied ihrer Hellig-

heit durchgehends $\frac{1}{10}$ beträgt, so beschreiben wir mit AB aus A den Kreisbogen BM, teilen AB in zehn gleiche Teile, ziehen durch die Teilpunkte c, d, e, . . . Parallelen zur Lichtrichtung L der Lichtstrahlen und verbinden die Durchschnittspunkte C, D, E, . . . mit A, so sind AC, AD, AE, . . . die verlangten Zwischenlagen der Ebene, deren Helligkeiten je um $\frac{1}{10}$ differieren. Denn es verhalten sich die Helligkeiten derselben in diesen verschiedenen Lagen wie die Breiten Ab, Ac, Ad, Ae, . . . und, da diese nach der Konstruktion sich wie 10 : 9 : 8 : 7 : . . . verhalten, so verhalten sich auch die Helligkeiten selbst wie 10 : 9 : 8 : 7 : . . . und ihr Helligkeitsunterschied ist daher wirklich je $\frac{1}{10}$.

für die Helligkeit	1	den Winkel	$\alpha_1 = 0^\circ -'$	oder den Winkel	$\beta_1 = 90^\circ -'$
0,9	"	"	$\alpha_2 = 25^\circ 50'$	"	$\beta_2 = 64^\circ 10'$
0,8	"	"	$\alpha_3 = 36^\circ 52'$	"	$\beta_3 = 53^\circ 8'$
0,7	"	"	$\alpha_4 = 45^\circ 25'$	"	$\beta_4 = 44^\circ 35'$
0,6	"	"	$\alpha_5 = 53^\circ 52'$	"	$\beta_5 = 36^\circ 8'$
0,5	"	"	$\alpha_6 = 60^\circ -'$	"	$\beta_6 = 30^\circ -'$
0,4	"	"	$\alpha_7 = 66^\circ 35'$	"	$\beta_7 = 23^\circ 25'$
0,3	"	"	$\alpha_8 = 72^\circ 28'$	"	$\beta_8 = 17^\circ 32'$
0,2	"	"	$\alpha_9 = 78^\circ 45'$	"	$\beta_9 = 11^\circ 15'$
0,1	"	"	$\alpha_{10} = 84^\circ 45'$	"	$\beta_{10} = 5^\circ 15'$
0	"	"	$\alpha_{11} = 90^\circ -'$	"	$\beta_{11} = 0^\circ -'$

24. Dem Winkel $\alpha = 0^\circ$ oder $\beta = 90^\circ$ entspricht daher das Maximum der Beleuchtung und dem Winkel $\alpha = 90^\circ$ oder $\beta = 0^\circ$ das Minimum der Beleuchtung. Bezeichnen wir ersteres mit 1 und letzteres mit 0 und die Zwischenstufen der Beleuchtung mit 0,9 bis 0,1, so können wir auch umgekehrt die Neigungswinkel bestimmen, welche diesen Beleuchtungsintensitäten entsprechen. Da nach der obigen Gleichung 1) allgemein

$$H' = H \cos \alpha = H \sin \beta,$$

so ist auch: $\cos \alpha = \sin \beta = \frac{H'}{H}$, und damit findet man, wenn man H = 1 und H' nacheinander 1, 0,9, 0,8, 0,7, 0,6, 0,5, 0,4, 0,3, 0,2, 0,1, 0 setzt,

25. Diese aus elf Stufen bestehende Beleuchtungsstufale kann nun als Norm für die Beleuchtung ebener Flächen benützt werden. Um hiernach die angegebenen Helligkeitsgrade oder Lichtintensitäten auf ebenen

Flächen von der entsprechenden Stellung wirklich zu erhalten, kann man dieselben nacheinander mit einem dem Maximum der Beleuchtung entsprechenden Tuschton nur einmal, oder mit einem entsprechend schwächeren Tuschton zweimal, dreimal u. c. bis elfmal anlegen, je nachdem dieselben die Helligkeitsgrade 1, 0,9 0,8, 0,1, 0 haben sollen. Oder man kann auch die einzelnen aufeinander folgenden Tuschöne, womit man die Flächen anlegt, so verstärken, daß man die verlangten Helligkeitsgrade sofort nach dem ersten Anlegen oder doch schon nach einigen wenigen Wiederholungen erhält. Wir werden später im praktischen Teile auf die angedeutete Beleuchtungsstufskale und ihre praktische Anwendung nochmals zurückkommen.

26. Die vorigen Erklärungen sind vorzugsweise für ebene Flächen aufgestellt worden. Sie können aber auch auf krumme Flächen übertragen werden. Denn ist z. B. PZ (Fig. 16) irgend eine krumme Fläche und will man die Beleuchtungsintensität oder den Helligegrad in den Punkten A, B, C, . . . derselben kennen, so denke man sich in diesen Punkten die Normalen N_1, N_2, N_3, \dots zur Fläche gezogen und die Winkel $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$, welche sie mit dem einfallenden Lichtstrahl AL_1, BL_2, CL_3, \dots bilden, bestimmt. Die Beleuchtungsintensität der krummen Fläche in den Punkten A, B, C, . . . ist alsdann proportional dem Kosinus der Winkel $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$. Statt der Normalen könnte man auch an die krumme Fläche, in den Punkten A,

B, C, . . . Tangierungsebenen T_1, T_2, T_3, \dots legen, und die Winkel, welche dieselben mit dem einfallenden Lichtstrahl bilden, bestimmen. Denn dann ist die Beleuchtungsintensität der krummen Fläche in den betreffenden Punkten A, B, C, . . . proportional dem Sinus der Winkel $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots$. Auf diese Weise ist man im stande, die Beleuchtungsintensität oder den Helligegrad eines jeden beliebigen Punktes irgend einer gegebenen krummen Fläche zu bestimmen.

27. Ist die krumme Fläche z. B. eine senkrechte Kreiszylinderfläche und der Bogen PZ (Fig. 16) ein Teil des Grundkreises oder der Normaldirektrix derselben, so wird die Erzeugende des Punktes A_0 , für welchen $\alpha = 0^\circ$ und $\beta = 90^\circ$, am hellsten beleuchtet, und die Beleuchtungsintensität längs der Erzeugenden in den Punkten A, B, C, . . . ist wieder dem Kosinus der Einfallswinkel $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ oder dem Sinus der Tangentenwinkel $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots$ proportional. Bezeichnen wir daher die Intensität in A_0 mit H und in den Punkten A, B, C, . . . bezw. mit H_1, H_2, H_3, \dots , so verhält sich:

$$H_1 : H_2 : H_3 \dots = H \cos \alpha_1 : H \cos \alpha_2 : H \cos \alpha_3 : \dots$$

$$= \cos \alpha_1 : \cos \alpha_2 : \cos \alpha_3 : \dots$$

oder wenn man mit dem Radius $r = AO = BO = CO \dots$ multipliziert, so erhält man:

$$H_1 : H_2 : H_3 \dots = AO \cos \alpha_1 : BO \cos \alpha_2 : CO \cos \alpha_3 : \dots$$

$$= Oa : Ob : Oc : \dots$$

d. h. die Helligkeiten in den beliebigen Punk-

ten A, B, C, \dots des Grundkreises der Cylinderfläche verhalten sich wie die Projektionen $\overline{Oa}, \overline{Ob}, \overline{Oc}, \dots$ der zugehörigen Radien $\overline{OA}, \overline{OB}, \overline{OC}, \dots$ auf die angenommene Lichtrichtung \overline{OL} .

Sollen also die Beleuchtungsintensitäten stetig abnehmen, ihre Helledifferenzen also gleich sein, so müssen auch die Punkte a, b, c, \dots den Radius \overline{OA}_0 so teilen, daß die Abstände der Teilpunkte einander gleich sind. Teilt man daher den Radius \overline{CA} des Grundkreises oder der Normaldirektrix der senkrechten Kreiscylinderfläche (Fig. 24, Blatt 3) in zehn gleiche Teile und errichtet in den Teilpunkten Senkrechte zu \overline{CA} , so schneiden diese den Umfang des Kreises offenbar in Punkten, deren Beleuchtungsintensitäten je um $\frac{1}{10}$ voneinander verschieden sind. Denkt man sich in den Teilpunkten des Radius \overline{CA} zugleich senkrechte Ebenen errichtet, so schneiden diese die Cylinderfläche in Erzeugungslinien, deren Beleuchtungsintensitäten ebenfalls je um $\frac{1}{10}$ voneinander verschieden sind. Diese Erzeugungslinien sind im Aufriß der Fig. 24, Blatt 3, für die zur Achse ($C, c'z'$) senkrechte Lichtrichtung ($l'l'$) dargestellt.

28. Zur gehörigen Abstufung sowohl der beleuchteten als der schattierten Partien einer stetig gekrümmten Fläche dienen ganz vorzüglich die Linien gleicher

Helligkeit oder gleicher Lichtintensität, die nach dem Griechischen Ψοφηγεν oder Ψοφωτην *) genannt werden. Es sind jene geraden oder krummen Linien, längs deren die Winkel des Lichtstrahles mit den Normalen oder Tangierungsebenen in allen Punkten derselben gleich sind, und in welchen folglich auch die Helligkeit oder Beleuchtungsintensität überall die gleiche ist. Konstruiert man auf solchen krummen Flächen, wie dies oben für die Kreiscylinderfläche (Fig. 24) angedeutet worden ist, eine Anzahl von Linien gleicher Helligkeit oder gleicher Lichtintensität dergestalt, daß die Helle oder Lichtintensität von der einen zur andern dieser Linien immer um gleichviel zu- oder abnimmt, so können solche krumme Flächen in ähnlicher Art getuscht und schattiert werden, wie dies oben für ebene Flächen erläutert worden ist. Je mehr man solche Lichtabstufungen benützt, desto vollkommener wird auch die Beleuchtung resp. Schattierung der krummen Fläche ausfallen.

29. Obschon die Ausführung des angedeuteten Verfahrens bei der Beleuchtung und Schattierung krummer Flächen für diejenigen, die mit den verschiedenen Methoden der darstellenden Geometrie vertraut sind, keine besondern Schwierigkeiten hat, so machte man von derselben bisher doch nur selten Gebrauch, weil sie meistens, wenn nicht gerade zu schwierigen, so doch zu ziemlich langwierigen Konstruktionen führt. Man be-

*) Ψοφηγεν aus $\psi\sigma\varsigma$ gleich und $\phi\acute{\epsilon}\gamma\gamma\omicron\varsigma$ Helle und Ψοφωτην aus $\psi\sigma\varsigma$ gleich und $\phi\omega\varsigma$ Licht zusammenge setzt.

diente sich daher, um beim Auffuchen der Linien gleicher Lichtintensität für krumme Flächen diese langwierigen und zeitraubenden Beleuchtungs- und Schattierungs-konstruktionen möglichst zu vermeiden, häufig einer Normalkugel, auf welcher eine entsprechende Anzahl von Linien gleicher Helligkeit und Dunkelheit für gleiche Licht- und Schattendifferenzen konstruiert worden ist *). Denn da auf einer Kugeloberfläche alle nur möglichen Helligkeitsgrade oder Beleuchtungsintensitäten vorkommen, so kann man mit einer solchen Kugel, für welche die Helligkeit eines jeden beliebigen Punktes auf ihr mittelst einer hinreichenden Anzahl von Isophoten oder Helligkeitskurven bekannt ist, oder doch leicht gefunden werden kann, zugleich auch die Helligkeitsgrade jeder andern krummen Fläche bestimmen. Wir werden weiter unten — bei den Übungsbeispielen — zeigen, wie eine solche Normalkugel zur Bestimmung der Beleuchtung und Schattierung der verschiedenen übrigen krummen Flächen wirklich angewendet werden kann. Hier soll vorläufig nur noch gezeigt werden, wie die Helligkeitsgrade und

*) Der Gebrauch der Hilfskugel zum Schattieren krummer Flächen wurde unseres Wissens zuerst von Professor J. Egle, dem gewesenen Direktor der Kunstgewerbeschule in Stuttgart, gelehrt. Siehe dessen Abhandlung „Über das Schattieren der Oberflächen regelmäßiger Körper“ in der „Einladungsschrift der Polytechnischen Schule in Stuttgart zu der Feier des Geburtstages Sr. Majestät des Königs Wilhelm von Württemberg, am 27. September 1855“. Weiter ausgeführt ist derselbe in der „Schattierungskunde von Professor C. Rieß in Stuttgart von 1871“.

die entsprechenden Helligkeitskurven auf der Kugeloberfläche selbst bestimmt werden.

30. Zu diesem Behufe sei in Fig. 17 AB der Durchmesser und C der Mittelpunkt einer Kugel und CL, senkrecht zu AB, die Richtung des einfallenden Lichtstrahles. Dann ist offenbar K, der Durchschnittspunkt dieses Strahles mit der Kugeloberfläche, der hellste Punkt der letztern. Zieht man ferner an die Kugeloberfläche die berührenden Strahlen, wie LA, so bilden sie eine umhüllende Cylinderfläche, welche die Kugeloberfläche rings herum in einem Kreise AB berührt, welcher die dunkelste Lichtkurve oder die Trennungslinie von Licht und Schatten angiebt. Will man nun ebenso für irgend zwei andere Punkte D und G der Kugeloberfläche den Helligkeitsgrad bestimmen, so ziehe man zu denselben die Normalen CN und CN₁ und die Tangenten DM und GP, sowie die Lichtstrahlen DL || GL || CL; denn alsdann verhält sich nach früherem (siehe §§ 22 und 27) die Helligkeit H' des Punktes D zur Helligkeit H'' des Punktes G wie die Kosinusse der Einfallswinkel LDN und LGN₁, oder, da $\sphericalangle LDN = \sphericalangle FCD = \alpha$ und $\sphericalangle LGN_1 = \sphericalangle JCG = \alpha_1$, wie die Kosinusse der Centralwinkel FCD und JCG, so daß man hat:

$$H' : H'' = \cos FCD : \cos JCG = \cos \alpha : \cos \alpha_1,$$

oder, wenn man die letzten Glieder mit $r = CD = CG$ multipliziert, so folgt:

$$H' : H'' = CD \cdot \cos FCD : CG \cdot \cos JCG = CF : CJ.$$

Dieselbe Helligkeit wie der Punkt D hat aber auch der ganze zur Achse KS senkrechte Parallelkreis DE und die zugehörige Kegelfläche MDE, und dieselbe Helligkeit wie der Punkt G hat auch der zu KS senkrechte Parallelkreis GH und die zugehörige Kegelfläche PGH, weil die Einfallswinkel α und α_1 für alle Punkte dieser Kreise ringsherum dieselben sind. Es sind somit die Parallelkreise DE und GH Kurven gleicher Helligkeit, und ihre Helligkeiten verhalten sich daher ebenfalls wie $CF : CJ$, d. h. wie die Abstände ihrer Ebenen vom Kugelcentrum.

Die Isophoten oder Lichtkurven der Kugel oder vielmehr ihre Ebenen sind, wie man sieht, zugleich senkrecht zu demjenigen Lichtstrahl, der durch den Mittelpunkt der Kugel geht und die Kugeloberfläche in dem hellsten Punkte K durchschneidet. Für diesen Punkt ist der Einfallswinkel $\alpha = 0^\circ$, also $\cos 0^\circ = 1$ und ebendeshalb die Helligkeit desselben am größten. Für den Punkt A und alle übrigen Punkte des Kreises AB oder der Grenzisophoten hingegen ist der Einfallswinkel $\angle A Q = 90^\circ$, also $\cos 90^\circ = 0$, und ebendeshalb auch die Helligkeit derselben gleich Null.

31. Da nach dem Vorhergehenden die Beleuchtungsintensitäten der Lichtkurven auf der Kugel sich verhalten wie die Abstände ihrer Ebenen vom Kugelcentrum, so müssen notwendig auch für gleiche Helledifferenzen derselben ihre gegenseitigen Abstände einander gleich sein.

Teilt man darum den mit dem Lichtstrahl L parallelen Radius CD (Fig. 18) in eine beliebige Anzahl, z. B. in sieben gleiche Teile, und legt durch diese Teilpunkte 1, 2, 3, . . . Ebenen, senkrecht zu CD, so schneiden diese die Kugeloberfläche in den Kreisen EF, GH, JK, . . . von gleicher Helligkeit, deren Helligkeitsgrade sich verhalten wie die Abstände $C1 : C2 : C3 : \dots$ oder wie $\frac{1}{7} : \frac{2}{7} : \frac{3}{7} : \dots$. Die Helledifferenz beträgt daher in diesem Fall $\frac{1}{7}$. Hätte man den Radius CD in zehn gleiche Teile geteilt, so würden sich die entsprechenden Helligkeitsgrade der Isophotenkreise wie $\frac{1}{10} : \frac{2}{10} : \frac{3}{10} : \dots = 1 : 2 : 3 \dots$ verhalten und die Helledifferenz würde $\frac{1}{10}$ betragen.

32. Wollte man hiernach die Beleuchtung und Schattierung der Kugel wirklich ausführen, so hätte man zuerst einen Tushton so zu wählen, wie er für die Dunkelheit der Grenzisophote geeignet erscheint, und denselben hierauf so zu verdünnen, daß er nach einmaligem Auftragen die Helligkeit 1, nach zweimaligem Auftragen die Helligkeit 0,9, nach dreimaligem Auftragen die Helligkeit 0,8 etc. und nach elfmaligem Auftragen wieder die ursprüngliche Dunkelheit 0 der Grenzisophote geben würde. Mit diesem verdünnten Tushton hätte man alsdann die ganze halbe beleuchtete Kugeloberfläche ADBA vom Kreise AB bis zum Punkte D einmal, bis zum Kreise

QR zweimal, bis zum Kreise OP dreimal $2c$. und bis zum Kreise EF zehnmal und die ganze Schattenhälfte vom Kreise AB bis S elfmal, oder mit dem ursprünglichen Tuschton einmal anzulegen.

Das letztere trifft nun freilich in der Wirklichkeit nicht zu. Denn es ist aus der Erfahrung hinlänglich bekannt, daß die Körper in der Natur auf der dem Licht abgewandten, also auf der Schattenseite, nicht überall gleich dunkel sind, sondern von der Schattengrenze AB an gegen das hintere Ende S wieder heller werden. Es ist dies eine Folge des indirekten oder Reflexlichtes, dessen Einfluß im folgenden nun noch etwas näher untersucht werden soll.

33. Alle Körper, die tropfbar-flüssigen und gasförmigen wie die festen, haben die Eigenschaft, daß sie das von irgend einer Lichtquelle, z. B. von der Sonne, erhaltene Licht mehr oder weniger reflektieren oder zurückwerfen. Auf dieser Zurückwerfung des Lichtes beruht, wie schon oben (§ 20) bemerkt worden ist, überhaupt die Möglichkeit, daß wir die Körper sehen. Denn ohne dieselbe müßten notwendig alle diejenigen Oberflächenteile eines Körpers, welche von den direkt von der Lichtquelle ausgehenden Lichtstrahlen nicht getroffen werden, absolut dunkel, für unser Auge also unsichtbar sein. Dies ist nun aber, wie gesagt, in der Wirklichkeit nicht der Fall, indem durch die reflektierten Lichtstrahlen auch die im Schatten befindlichen Flächenteile noch hinlänglich beleuchtet werden, so daß sie in an-

gemessener Entfernung von unserem Auge wahrgenommen werden können.

34. Soll daher bei der Schattierung der Körper auf das Reflexlicht Rücksicht genommen werden, so wird zur Vereinfachung gewöhnlich angenommen, daß die von hinterliegenden Flächen und Körpern (wie namentlich auch von Luft, Wolken und Wasser) reflektierten Lichtstrahlen den direkt einfallenden parallel und gerade entgegengesetzt gerichtet seien. Dieselbe Beleuchtungsstufe, wie wir sie im Vorausgehenden (§§ 24—25 und 31 bis 32) für das direkt einfallende Licht aufgestellt haben, kann daher auch — jedoch im entgegengesetzten Sinne — für reflektiertes Licht in Anwendung gebracht werden. Nur muß hierbei beachtet werden, daß die entsprechenden Helligkeitsgrade oder Beleuchtungsintensitäten immer merklich schwächer gehalten werden als beim direkten Licht.

35. Am dunkelsten unter allen Flächenteilen eines Körpers, mögen sie durch direktes oder indirektes oder reflektiertes Licht beleuchtet sein, sind immer diejenigen, welche in der Richtung der berührenden Lichtstrahlen selbst liegen, weil dieselben weder durch direktes noch durch reflektiertes Licht beleuchtet werden. In diesem Fall befindet sich z. B. die Fläche (BC, $b'c'b'$), Fig. 19, da sie weder direktes noch indirektes Licht erhält.

Werden die Flächen (AB, $a'b'b'a'$, und CD, $c'd'd'c'$) unter gleichen Winkeln α von den Lichtstrahlen getroffen, erstere durch direktes Licht L, letztere durch reflektiertes R, so muß erstere dennoch, da das direkte

Licht immer stärker als das reflektierte ist, heller als letztere gehalten werden.

36. Die Stärke der Reflexion wie der hierbei ebenfalls in Betracht kommenden Absorption oder Einsaugung des Lichtes hängt von verschiedenen Einflüssen ab. Außer der Form und Lage ist es namentlich die Beschaffenheit der Oberflächen des beleuchteten Körpers, welche hierauf von Einfluß ist. In dieser Beziehung kommt es nämlich wesentlich darauf an, ob die beleuchteten Flächen eine rauhere oder glattere Beschaffenheit besitzen oder nicht. Vollkommen glatte oder polierte Flächen werden das auf sie einfallende Licht vollständig reflektieren oder zurückwerfen. Bei rauhen oder matten Flächen dagegen, die einen Teil des auf sie einfallenden Lichtes immer absorbieren, einsaugen oder verschlucken, ist diese Zurückwerfung nur unvollständig und zudem sehr unregelmäßig.

Im ersten Fall, also bei vollkommen glatten oder polierten Oberflächen, würde man daher nur diejenigen Stellen sehen, deren reflektiertes Licht in unser Auge zurückgeworfen wird. Es sind dies die sogen. Glanzstellen. Alle übrigen Stellen der Oberfläche, von denen kein Licht in unser Auge gelangt, würden uns dagegen unsichtbar oder doch dunkel erscheinen. Ebenso würden bei einer vollkommen glatten Cylinder- oder Kegelfläche nur eine Gerade als Glanzlinie gesehen werden, während die übrigen Flächenteile uns mehr oder weniger dunkel erscheinen würden.

Von einer allmählichen Abstufung sowohl des Lichtes als des Schattens könnte somit bei solchen Flächen keine Rede sein.

Indessen giebt es, außer etwa den Metallspiegeln und gewissen andern glatt geschliffenen Metalllegierungen, keine solch absolut glatte, spiegelnde Flächen, welche alle Strahlen, die auf sie einfallen, nach dem oben (§ 20) erwähnten Reflexionsgesetze reflektieren oder zurückwerfen würden. Die meisten Flächen der wirklichen, physischen Gegenstände enthalten vielmehr eine zahllose Menge Unebenheiten und Rauigkeiten, welche bewirken, daß das Licht unvollständig und unregelmäßig, d. h. nach allen möglichen Richtungen reflektiert wird, so daß die betreffenden Flächen von jedem Standpunkt aus in ihrer ganzen Ausdehnung — freilich ohne Glanz oder Spiegel — gesehen werden können.

37. Man begreift, daß es beim technischen Zeichnen nicht möglich ist, auf diese ins Unendliche variierende Beschaffenheit der Oberflächen in jedem einzelnen Falle Rücksicht zu nehmen. Hier, wo es sich mehr um die mathematisch-technische Lösung der Beleuchtungsaufgabe handelt, sind wir zur Vereinfachung der Sache genötigt, die Oberflächen der Körper von einer gewissen idealen, gleichmäßigen Reflexionsbeschaffenheit anzunehmen.

e. Vom Standpunkt und der Entfernung des Beobachters in Bezug auf den beleuchteten Körper und vom Kontraste.

38. Außer den im vorigen berührten Einflüssen bleibt nun auch noch der Standpunkt des Beobachters

und die Entfernung desselben vom beleuchteten Körper bezüglich der Beleuchtung und Schattierung der Oberflächen zu betrachten übrig.

Was zunächst den Standpunkt des Beobachters oder die Lage des Auges desselben anbelangt, so ist dies bei jeder Projektionsart als das entsprechende projizierende Auge anzunehmen. Bei den polarperspektivischen Projektionen fällt das Auge mit dem Pol, für welchen die Darstellung ausgeführt ist, zusammen. Bei den Parallelprojektionen ist es dagegen in der Richtung der projizierenden Geraden vom Körper entfernt im Unendlichen zu denken. Und ebendeshalb ist bei solchen Darstellungen auf die Lage des Auges streng genommen keine Rücksicht zu nehmen, weil derjenige, welcher die Zeichnung ansieht, jenen Standpunkt in Wirklichkeit doch nicht einnehmen könnte.

39. Was im weitern die Entfernung der beleuchteten Oberfläche vom Auge des Beobachters betrifft, so hat dieselbe allerdings auf die Beleuchtungsintensität insofern einen Einfluß, als uns infolge der eigentümlichen Beschaffenheit unseres Sehorgans die nähern Flächen heller und die entferntern dunkler erscheinen. Sieht man aber von dieser subjektiven Erscheinung ab und faßt man nur die objektive Intensität des direkt einwirkenden Sonnenlichtes ins Auge, so hat die Entfernung des beleuchteten Körpers von der Lichtquelle auf die Intensität der direkten Beleuchtung desselben keinen merklichen Einfluß, weil es

bei der großen Entfernung der Sonne von der Erde offenbar gleichgiltig ist, ob derselbe etwas mehr oder weniger von der Sonne entfernt ist.

Anders ist es freilich, wenn wir irgend ein irdisches Licht der Beleuchtung zu Grunde legen. Denn dann ist die Intensität der beleuchteten Fläche um so schwächer, je weiter diese von demselben entfernt ist, und zwar nimmt dieselbe nach einem bekannten physikalischen Gesetz mit dem Quadrat der Entfernung der beleuchteten Fläche von der (irdischen) Lichtquelle ab.

40. Beim Sonnenlicht, welches wir unserer Betrachtung ausschließlich zu Grunde legen, hat die Entfernung des Körpers von der Lichtquelle auf die Intensität der direkten Beleuchtung, wie gesagt, keinen merklichen Einfluß. Wohl aber findet ein solcher Einfluß beim indirekten, reflektierten Sonnenlicht statt, wie leicht einzusehen, wenn man bedenkt, daß sich dieses in Beziehung auf die Fortpflanzung wie ein direktes irdisches Licht verhält und folglich seiner Intensität nach ebenfalls mit dem Quadrat der Entfernung von der reflektierenden Fläche abnimmt. Deshalb erscheinen denn auch die nach hinten zurückliegenden ebenen Flächen 2, 3, 4 (Fig. 20, Blatt 2) um so dunkler, je weiter sie gegen die vordere Fläche 1 zurückliegen. Im übrigen sind aber die einzelnen zur V.E. parallelen Flächenstücke (AB, a'b'b'a'), (CD, c'd'd'c'), ... ihrer ganzen Ausdehnung nach gleich stark anzulegen. Gehen die einzelnen zurückstehenden

Flächen 1, 2, 3, ... in eine zum Aufriß und zur Gesichtsfäche schräg gestellte Ebene (A B, a' b' b' a'), Fig. 21, über, so erscheint dieselbe aus gleichem Grunde nach hinten gegen (A, a' a') am dunkelsten und nach vorne gegen (B, b' b') am hellsten und ist daher von hinten gegen vorne zu verwaschen, d. h. von hinten gegen vorne stetig heller zu halten.

41. Hat eine ebene Fläche im weitem eine solche Lage, daß sie im Aufriß nach oben gegen unten zurücksteht und im Grundriß nach vorne gegen hinten tiefer liegt, so ist sie im Aufriß oben und im Grundriß vorne am dunkelsten zu halten und im weitem zu verwaschen, wie dies in den Fig. 22 a) und 22 b) angedeutet ist.

Nimmt man hierbei zugleich auf das Medium, d. h. auf die atmosphärische Luft, Rücksicht, durch welche die Lichtstrahlen vom beleuchteten Körper zum Auge des Beobachters gelangen, so findet man, daß mit der Entfernung des Auges vom Gegenstande die direkt beleuchteten Flächen desselben minder hell und die indirekt beleuchteten oder die Schattenflächen minder dunkel erscheinen, als es ohne dieses Zwischenmittel, das für sich wieder als eine reflektierende Materie auftritt, der Fall sein würde.

42. Alles dies gilt auch für krumme Flächen. Bei den Cylinder- und Kegelflächen hat man zu diesem Behufe nur eine Reihe von Erzeugungslinien anzunehmen und die zwischen je zwei unmittelbar aufeinander folgenden Erzeugenden gelegenen ebenen Flächen-

elemente auf gleiche Weise zu behandeln, wie vorhin für ebene Flächen angegeben worden ist. Bei der Kugelfläche und andern Umdrehungsflächen nimmt man ebenso eine Reihe von Parallelkreisen an, welche die Oberfläche in ebensoviele Zonen abteilen, und behandelt diese alsdann wie Cylinder- oder abgekürzte Kegelflächen. Wir werden auch auf diesen Punkt später im praktischen Teile nochmals zurückkommen. Hier haben wir schließlich noch auf einen andern Punkt, nämlich auf die Kontrastererscheinungen, aufmerksam zu machen.

43. Es ist eine bekannte Erscheinung, daß uns z. B. ein grauer Fleck auf einer weißen Fläche dunkler, auf einer schwarzen dagegen heller und zugleich größer erscheint, als wenn die ganze Fläche mit demselben grauen Tone angelegt wäre. Ebenso erscheint uns auch, wenn eine Lichtfläche und eine Schattenfläche in einer Linie zusammenstoßen, die erstere in der Nähe der Trennungslinie heller und die andere dunkler, als sie wirklich ist.

Desgleichen erscheint auch der Schlag Schatten eines Körpers auf einer hellen Fläche dunkler, auf einer dunkeln dagegen heller als er an und für sich ist.

Noch augenfälliger ist die Erscheinung, die wahrgenommen wird, wenn man einen grauen Streifen Papier auf eine farbige Fläche, z. B. auf eine rote Fläche legt, indem alsdann der graue Streifen einen grünlichen Ton, auf eine grüne Fläche gelegt dagegen einen rötlichen Ton zeigt.

Diese Erscheinungen, die aus dem Kontraste oder Gegensatze von Licht und Schatten und der verschiedenen komplementären Farben hervorgerufen werden, sind nicht objektiv vorhanden, sondern rein nur in unserer subjektiven Anschauung begründet, also gleichsam nur als Sinnestäuschungen zu betrachten. Da sie aber, wie gesagt, in der erwähnten Art wahrgenommen werden, so müssen sie eben doch in allen Fällen, in welchen ein naturgetreues, künstlerisches Bild verlangt wird, berücksichtigt werden.

44. Gewöhnlich wird jedoch bei der Licht- und Schattenverteilung der vom Sonnenlicht beleuchteten Körper nur auf die Form und Lage der beleuchteten Flächen derselben gegen die Licht- und Seherichtung Rücksicht genommen und von ihrer natürlichen Beschaffenheit hinsichtlich ihrer Rauigkeit, Glätte, Farbe zc., sowie auch von den subjektiven Kontrastercheinungen ganz abgesehen. Dann hat man es freilich nicht mehr mit der wirklichen oder natürlichen, sondern mit einer hypothetisch idealen oder abstrakt geometrischen Beleuchtung zu thun. Diese zerfällt dann weiter, je nachdem man nur auf die Lage der beleuchteten Flächen gegen die Licht- oder gleichzeitig auf die Lage derselben gegen die Licht- und die Seherichtung Rücksicht nimmt, in die

einfache und die zusammengesetzte geometrische Beleuchtung, von denen erstere wohl auch die absolute oder wahre und die letztere die relative oder scheinbare Beleuchtung genannt wird*).

Wir werden nun im folgenden zunächst die wahre oder einfache geometrische Beleuchtung und dann auch das Wichtigste der scheinbaren oder zusammengesetzten geometrischen Beleuchtung in möglichst elementarer, leichtverständlicher Form behandeln.

*) Diese beiden Beleuchtungsarten sind von Burmeister in seinem 1871 erschienenen Werke „Theorie und Darstellung der Beleuchtung“ auf meisterhafte Weise mit Hilfe der höhern Analysis und der neuern Geometrie behandelt worden. Die wahre Beleuchtung dagegen ist schon früher von Lilljäger in seinem 1862 erschienenen Werke „Die Lehre der geometrischen Beleuchtungskonstruktionen“ rein geometrisch nach der Methode der gewöhnlichen darstellenden Geometrie bearbeitet worden. Das erstere Werk setzt die Kenntnis der höhern Mathematik voraus und ist deshalb für die untern und mittlern Schulen unzugänglich, und das andere ist seiner Methode und Behandlung nach etwas schwerfällig und nicht leicht verständlich, daher für die Schüler dieser Anstalten ebenfalls nicht gut zu gebrauchen. Für diese ist nun das vorliegende Werkchen bestimmt, in welchem vorzugsweise ebenfalls nur die einfache geometrische Beleuchtung in möglichst elementarer, gemeinverständlicher Form behandelt ist.

II.

Von der einfachen geometrischen oder wahren Beleuchtung.

(Fig. 24—46, Blatt 3—8.)

45. Als Grundlage der einfachen geometrischen, absoluten oder wahren Beleuchtung nehmen wir an, die Beleuchtung der Körper werde durch Sonnenlicht, also durch parallele Lichtstrahlen erzeugt und von einem Standpunkt aus wahrgenommen, von welchem die Seherichtung mit der Lichtrichtung zusammenfällt, der also in der Richtung der letztern im Unendlichen liegt (siehe § 38).

Gehen wir nun von der Beleuchtung einer Ebene aus, so wird diese bei einem gegebenen Lichtbündel am hellsten beleuchtet, wenn dieselbe zur Lichtrichtung senkrecht steht. Die Beleuchtungsintensität oder der Helligkeitsgrad einer solchen Ebene wird dann die absolute oder wahre Intensität des Lichtbündels genannt. Ist dagegen die Ebene zur Lichtrichtung desselben Lichtbündels schief, so nimmt nach früherem (§ 22) die Intensität oder Helle derselben mit dem Kosinus des Einfallswinkels oder mit dem Sinus des Neigungswinkels, den sie mit der Lichtrichtung bildet, ab, wie nun für die verschiedenen Flächen noch näher nachgewiesen werden soll.

46. Bezeichnet zu diesem Behufe ABCD (Fig. 23, Blatt 2) ein Lichtbündel, dessen wahre Intensität auf

eine zur Lichtrichtung L senkrechte Ebene BC gleich J' und auf eine andere zu derselben schiefen Ebene BC' gleich J sein mag, so erhält jede der beiden Schnittflächen, deren Inhalte mit F und F' bezeichnet werden mögen, dieselbe Lichtmenge, und ihre Intensitäten werden sich daher umgekehrt wie ihre Inhalte verhalten, so daß man hat:

$$1) J' : J = F' : F.$$

Bezeichnet man überdies den Einfallswinkel LEN mit α , also den Neigungswinkel LEC' mit $\beta = (90^\circ - \alpha)$, so ist auch $\sphericalangle ABC' = \alpha$ und $\sphericalangle BC'C = \beta = (90^\circ - \alpha)$ und daher:

$$2) F = F' \cos \alpha = F' \sin (90^\circ - \alpha), \text{ folglich: } J' : J = F' : F' \cos \alpha = F' : F' \sin (90^\circ - \alpha), \text{ oder } J' : J = 1 : \cos \alpha = 1 : \sin (90^\circ - \alpha), \text{ woraus: } J = J' \cos \alpha = J' \sin (90^\circ - \alpha) \quad (I),$$

d. h. die Beleuchtungsintensität einer ebenen Fläche ist proportional dem Kosinus des Einfallswinkels α , den die Lichtrichtung mit der Normale zu derselben bildet, oder proportional dem Sinus des Neigungswinkels $\beta = (90^\circ - \alpha)$, den die Lichtrichtung mit der Ebene selbst macht.

47. Denken wir uns die Ebene BC' so gedreht, daß der Winkel $CBC' = \alpha$ größer als 90° wird, so wird nach obiger Formel (I) die Beleuchtungsintensität J negativ, d. h. es kommt dann die hintere Seite der Ebene zur Beleuchtung. Eine solche negative Beleuchtungsintensität gewinnt eine wirkliche Bedeutung, wenn wir wie oben (§ 34) annehmen, die Ebene BC' werde nicht nur von einem direkten, sondern auch von einem reflektierten, indirekten Lichtbündel beleuchtet, der dem direkten gerade entgegengesetzt ist, im Vergleich mit diesem aber eine bedeutend schwächere Intensität besitzt. Diese Annahme wird dadurch gerechtfertigt, daß die Reflexbeleuchtung, welche das Sonnenlicht im Selbstschatten einer beleuchteten Fläche hervorbringt, vorzugsweise durch parallele Lichtstrahlen erzeugt wird, die den direkten Sonnenstrahlen entgegengesetzt, der Intensität nach aber merklich schwächer als diese sind.

48. Die obige Gleichung (I) drückt zugleich auch das Beleuchtungsgeß für die krummen Flächen aus, indem man alsdann die Ebenen BC und $B'C'$ einfach als Tangierungsebenen an die betreffenden Flächenelemente der krummen Fläche zu betrachten hat, deren Beleuchtungsintensitäten J' und J sind. J' ist dann nämlich die Beleuchtungsintensität desjenigen Flächenelementes, worauf die Lichtrichtung senkrecht ist, und J die Intensität desjenigen Flächenelementes, dessen Normale mit der Lichtrichtung den Winkel α bildet, oder

dessen Tangierungsebene mit der Lichtrichtung den Winkel $\beta = (90^\circ - \alpha)$ macht.

49. Handelt es sich nun um die Beleuchtung und Schattierung irgend einer gesetzmäßigen krummen Fläche, so hat man für J eine Reihe von stetig aufeinanderfolgenden Beleuchtungsintensitäten anzunehmen und die entsprechenden Isophoten oder Lichtkurven auf derselben zu bestimmen. Für unsern Zweck genügt die proportionale Bestimmung der Beleuchtungsintensität. Deshalb können wir die absolute oder wahre Intensität J' des Lichtbündels als Einheit annehmen und dann ist:

$$J = \cos \alpha = \sin (90^\circ - \alpha) \quad (II),$$

d. h. die Beleuchtungsintensität irgend eines Flächenelementes der krummen Fläche ist alsdann bestimmt durch den Kosinus des Winkels α , der die Normale desselben mit der Lichtrichtung bildet, oder durch den Sinus des Winkels $\beta = (90^\circ - \alpha)$, den die Tangierungsebene an dasselbe mit der Lichtrichtung macht.

50. Um nun ein vollständiges Isophotensystem einer beleuchteten krummen Fläche zu erhalten, nach welchem die Abstufung der Tusch- oder Farbentöne leicht ausgeführt werden kann, bestimmen wir eine beliebige, aber ausreichende Anzahl Isophoten oder Lichtkurven derart, daß der Beleuchtungsunterschied je zweier aufeinanderfolgender Isophoten derselbe ist.

Wir geben daher dem J der Reihe nach die Werte:
 $J = 0, \pm \frac{1}{n}, \pm \frac{2}{n}, \pm \frac{3}{n}, \dots, \pm \frac{n-1}{n}, \pm 1$ (III).

Diese Intensitätenreihe, in der n eine ganze positive Zahl ist, liefert ein vollständiges, regelmäßiges, aus $(n+1)$ Zfophoten bestehendes Zfophotensystem.

51. In der Praxis genügt im allgemeinen $n = 5$ bis 10 für die Auftragung der Tusch- und Farbtöne. Wir werden im folgenden gewöhnlich $n = 10$ annehmen. Und dann hat man:

$J = 0, \pm 0,1, \pm 0,2, \pm 0,3, \pm 0,4, \dots, \pm 0,9, \pm 1$ (IV),
 d. h. ein aus elf Zfophoten bestehendes Zfophotensystem, wobei das obere Zeichen (+) sich auf die Zfophoten des direkt beleuchteten und das untere Zeichen (−) sich auf jene des indirekt durch Reflexlicht beleuchteten Teiles der krummen Fläche bezieht.

Die Zfophoten oder Lichtlinien selbst sollen in gleicher Ordnung wie die Beleuchtungsintensitäten mit $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots, \pm 9, \pm 10$ bezeichnet werden, so daß stets die dunkelste mit 0 und die hellste Zfophote im direkt beleuchteten Flächenteil mit +10 und im indirekt beleuchteten Flächenteil mit −10 bezeichnet wird.

52. Von allen Zfophoten dieses Systems zeichnet sich diejenige, welche der Beleuchtungsintensität $J = 0$ entspricht und selbst mit 0 bezeichnet wird, besonders aus. Dieselbe giebt die Grenzlinie zwischen Schatten

und Licht und fällt deshalb mit der früher (§ 6 und 13) definierten Trennungslinie zwischen Licht und Schatten zusammen. Sie wird daher auch nur die Grenzsfophote genannt.

53. Die übrigen Zfophoten ± 1 bis ± 10 des Systems bestehen im allgemeinen aus zwei durch die Grenzsfophote getrennten Raumkurven, von denen die eine, wie bereits erwähnt, im direkt beleuchteten Flächenteil, die andere im Schattenteil oder in dem durch Reflexlicht erhellen Flächenteil auftritt. Die erstere entspricht jenseits der positiven, die andere der negativen Beleuchtungsintensität.

54. Die Beleuchtungsintensität $J = \pm 1$ ist nur möglich, wenn gewisse Bedingungen in Bezug auf Lage und Gestalt der beleuchteten krummen Fläche erfüllt sind. Sie entspricht den Punkten oder Linien, wo die Lichtstrahlung sowohl des direkten als des reflektierten Lichtes die Fläche senkrecht trifft. Wir wollen sie die absoluten positiven und negativen Lichtpole resp. Lichtlinien nennen. Sie werden sonst auch nur die hellsten Punkte resp. die hellsten Linien heißen. Bei der Kugel sind es diejenigen Punkte, in welchen der durch den Mittelpunkt gehende Lichtstrahl die Kugeloberfläche durchschneidet. Bei den Cylinder- und Kegelflächen sind die hellsten Linien gerade Linien, und zwar Erzeugungs- oder Mantellinien, in welchen diejenige Ebene, die zur Lichtstrahlung parallel ist und zugleich durch die Achse geht oder senkrecht zur zugehörigen

Tangierungsebene steht, die Flächen schneidet. Bei den kreisförmigen Cylinder- und Kegelflächen und überhaupt bei allen Umdrehungsflächen liegen die hellsten Punkte und Linien immer in derjenigen Ebene, die zur Licht- richtung parallel ist und zugleich durch die Drehachse geht; sie sind ebenfalls die Durchschnittslinien dieser Ebene mit der betreffenden krummen Fläche. Diese hellsten Punkte und Linien haben aber nur dann die Beleuchtungsintensität $J = \pm 1$, wenn, wie gesagt, die Lichtstrahlen der betreffenden Punkte und Linien zur krummen Fläche senkrecht sind, also mit den zugehörigen Normalen zusammenfallen. Im andern Falle, wenn die Licht- richtung mit der Normale einen schiefen Winkel bildet, ist die Beleuchtungsintensität der hellsten Punkte und Linien kleiner als die Maximalintensität $J = \pm 1$, und um so kleiner, je größer jener Winkel ist, je schief- er also die Lichtstrahlen in den betreffenden Punkten zur Normale derselben auffallen. In diesem letztern Falle muß man dann vor allem die Maximalpunkte wie den Anfangspunkt oder Nullpunkt der Intensitäts- skala des angenommenen Isophotensystems bestimmen.

55. Dazu denken wir die beleuchtete krumme Fläche auf drei zu einander rechtwinklige Koordinatenachsen Z, X, Y bezogen, von denen die Ebene ZX mit der Licht- richtung zusammenfällt und die Ebene XY als Grund- riss-ebene angenommen wird. Der Winkel, den die Licht- richtung mit der Achse X bildet, ist dann zugleich der horizontale Neigungswinkel α des einfallenden Licht-

strahles, und mittelst dieses Winkels sind alsdann vor allem der Nullpunkt und die Maximalpunkte der Intensitäts- skala zu bestimmen. Die Strecke der Achse X , welche durch den Anfangspunkt oder Nullpunkt und die Maximalpunkte begrenzt ist, werden wir dann stets als Maßstab (Skala) für die In- tensitätenreihe des angenommenen Isophotensystems an- nehmen. Im folgenden sollen nun zunächst die Iso- photen für die Cylinder-, Regel- und Kugelflächen nach der gewöhnlichen orthogonalen Darstellung bestimmt werden.

a) Beleuchtung der Cylinderflächen.

(Fig. 24–29, Blatt 3–4.)

56. Bei einer Cylinderfläche sind die Iso- photen oder die Linien gleicher Lichtintensität, wie leicht einzusehen, Erzeugungs- linien oder Mantel- linien. Denn denkt man sich, wie schon oben (§ 27, Fig. 16) angedeutet worden ist, längs einer solchen an die Cylinderfläche eine Tangierungsebene oder durch die- selbe eine zu dieser senkrechte Normalebene gelegt, so bilden diese Ebenen mit dem einfallenden Lichtstrahl in allen Punkten ihrer Durchschnitts- linie oder der gedachten Er- zeugungs- linie denselben Winkel und ist deshalb diese in ihrer ganzen Ausdehnung von gleicher Lichtintensität. Dasselbe gilt auch aus gleichem Grunde für die Regel- flächen. Um daher die Isophoten einer Cylinder- oder Kegelfläche zu bestimmen, suchen wir zuerst die Durch-

schnittpunkte derselben mit der Leitlinie oder der Normaldirektrix; denn damit sind dann auch die Isophoten ihrer Lage nach selbst bestimmt.

57. Ist nun die Cylinderfläche eine zur Horizontal- oder XY-Ebene senkrechte Kreiscylinderfläche, bei welcher das Licht senkrecht zur Erzeugungslinie einfällt, wie in Fig. 24, Blatt 3, so erhält man die Isophoten nach § 27 wie folgt.

Man theile den Radius $AC = BC$ in zehn gleiche Teile und ziehe durch die Teilpunkte Senkrechte zur Achse XX, die mit der Horizontalprojektion I der Licht- richtung zusammenfällt. Diese Senkrechten werden dann den Kreisumfang in Punkten durchschneiden, welche die Isophotenpunkte oder die Durchschnittspunkte der Isophoten mit der Grundriß- oder XY-Ebene sind. Und projiziert man diese Punkte wie 0, +2, -2, +5, -5, ... in die Projektionsachse und errichtet die zugehörigen Senkrechten 00, +2 +2, -2 -2, +5 +5, -5 -5, ... so sind dies die verlangten Aufrißprojektionen der Isophoten. Hierbei stellt 00 die sichtbare Grenzisophote oder die dunkelste Schattenlinie und +10 +10 die der Maximalintensität entsprechende Isophote oder die absolut hellste Lichtlinie der Cylinderfläche dar.

58. Denkt man sich die Isophotenpunkte +8 und -8 mit dem Centrum C durch Radien wie +8 C und -8 C verbunden, so bilden diese einen Normalenbüschel, dessen Strahlen mit der Achse X dieselben Winkel

bilden, welche dieselben mit den zugehörigen Lichtstrahlen machen. Diese Winkel haben wir bereits oben (§ 24) für den Ebenenbüschel (siehe Fig. 15) unter α für dieselbe Intensitätenreihe angegeben.

In Fig. 11, Blatt 1, haben wir den Normalenbüschel für die Richtung XX, das Centrum c und den Neigungswinkel α noch besonders konstruiert. Man ziehe in der Ebene XY parallel der Achse X eine beliebige Gerade cI, lege an dieselbe den horizontalen Neigungswinkel α der Lichtrichtung mit ihrer horizontalen Projektion, so daß $\angle aca_1 = \alpha$, beschreibe mit beliebigem Radius ca einen Kreis, errichte in a auf ca eine Senkrechte, welche ca₁ in a₁ schneidet, schlage ca₁ nach ca₂, teile diese Strecke in zehn gleiche Teile und errichte in den Teilpunkten Senkrechte, welche den Kreisumfang in Punkten schneiden, wodurch die Strahlen des Normalenbüschels bestimmt sind.

Ist der Neigungswinkel $\alpha = 0^\circ$, so teilt man den Radius ca unmittelbar, wie in Fig. 24, in zehn gleiche Teile und fährt fort, wie vorhin. Je größer dagegen der Neigungswinkel α , desto mehr Punkte der Skale ca₂ fallen außerhalb des Kreisumfangs aebd.

Denken wir uns ebenso an die Isophotenpunkte des Kreisumfangs Tangenten wie +8 T und -8 T (Fig. 24) gezogen, so bilden diese, parallel mit sich selbst an einen Punkt der Achse X übertragen, einen Tangentenbüschel, dessen Strahlen mit dieser Achse dieselben Winkel bilden, welche sie mit den zugehörigen Lichtstrahlen machen, und welche wir oben beim Ebenenbüschel

(§ 24, Fig. 15) mit β oder $(90^\circ - \alpha)$ bezeichnet und für die Zehnteilung unserer Intensitätsreihe speciell angegeben haben. Denkt man sich den Tangentenbüschel um einen rechten Winkel gedreht, so sind dessen Strahlen mit den Strahlen des Normalenbüschels parallel und fallen dieselben für den gleichen Anfangspunkt mit diesem zusammen.

Aus dem Vorhergehenden hat sich nun ergeben, daß die Bestimmung der Isophotenpunkte und der Isophoten selbst an die Cylinderfläche auf die Konstruktion des Normalen- oder Tangentenbüschels zurückgeführt ist.

59. Soll umgekehrt die Beleuchtungsintensität einer gegebenen Erzeugenden oder eines Punktes der Leitenden bestimmt werden, so projizieren wir letztern senkrecht auf die Beleuchtungsstufskale. Der auf dieser erhaltene Durchschnittspunkt giebt dann unmittelbar die Beleuchtungsintensität des gegebenen Punktes oder der gegebenen Erzeugenden auf der Cylinderfläche an.

60. Bildet die Lichtrichtung mit der Erzeugenden der zur XY -Ebene senkrechten kreisförmigen Cylinderfläche einen beliebigen spitzen Winkel α , so ist die Beleuchtung natürlich schwächer, als wenn sie zu derselben senkrecht wäre. In diesem Fall erhält man die Isophoten der Cylinderfläche, indem man für das Centrum c , die Richtung cl und den Neigungswinkel α , den Normalenbüschel wie oben (§ 58, Fig. 11, Blatt 1) konstruiert und dann wie in § 57 fortfährt.

Sind nämlich (l, l') , Fig. 25, Blatt 3, die Projektionen der mit der Ebene XZ zusammenfallenden Lichtrichtung, so suche man vor allem nach einer der bekannten Methoden, z. B. durch Umlegung in die XY -Ebene oder Grundrißebene, den horizontalen Neigungswinkel $acA_1 = \alpha$ (wobei $aA_1 \perp ac$ und $= a_1a'$), schlage cA_1 nach $c + 10$ und $c - 10$ und teile jede der beiden Strecken $c + 10$ und $c - 10$ in zehn gleiche Teile, durch die Teilpunkte der auf diese Weise erhaltenen Intensitätsstufskale $+10 - 10$, ziehe hierauf Senkrechte zur letztern, so werden diese den Kreisumfang oder die Normaldirektrix der Cylinderfläche in den verlangten Isophotenpunkten wie $+5$ und -5 , ... schneiden, und durch Projektion dieser letztern in die Vertikalebene erhält man in $+5 +5$, $-5 -5$, ... die Aufrißprojektionen der Isophoten selbst.

61. Man sieht, daß auch hier die Bestimmung der Isophotenpunkte auf die Konstruktion des dem Neigungswinkel α und der Richtung cl entsprechenden Normalenbüschels zurückgeführt ist, und daß sich diese Konstruktion von der erstern (Fig. 24) nur dadurch unterscheidet, daß die Intensitätsstufskale eine andere und zwar eine im Verhältnis $cA_1 : ca$ oder von $\text{Sec } \alpha : 1$ größere ist, daß daher auch die einzelnen Teile derselben größer werden, so daß immer eine gewisse Anzahl derselben außerhalb a resp. b zu liegen kommen, welche Punkte der Beleuchtungsintensität $+\cos \alpha$ resp. $-\cos \alpha$, der relativ größten Beleuchtungsintensität der Cylinderfläche ent-

sprechen. Dem Punkt c , dem Nullpunkt der Skale, entsprechen auch hier die mit der Ebene YZ zusammenfallenden Grenzfophoten, von denen jedoch nur die vordere OO sichtbar ist. Jedem Teilpunkt der Intensitätsstale, welcher nicht außerhalb des Kreisumfangs liegt, d. h. jeder Beleuchtungsintensität, welche die Größe $+\cos \alpha$ resp. $-\cos \alpha$ nicht übertrifft, entspricht ein zur Intensitätsstale symmetrisch liegendes Strahlenpaar des zugehörigen Normalenbüschels und folglich auch zwei zur selben Skale symmetrisch gelegene Fophotenpunkte. Die hellste Fophote $+8,2$ entspricht dem Durchschnittspunkt a und hat die Intensität $0,82$ und ist also merklich schwächer beleuchtet als die hellste Fophote $+10$ mit der Intensität 1 der Cylinderfläche in Fig. 24.

62. Die vorige Konstruktion der Fophotenpunkte kann aber auch auf andere Weise durch Zerlegung des schiefen Lichtstrahles (l, l') in zwei zu einander senkrechte Seitenstrahlen, von denen der eine zur Achse X und der andere zur Achse Z parallel ist, erklärt werden.

Wie man nämlich zwei oder mehrere Lichtbündel oder Lichtintensitäten durch das Parallelogramm der Lichtstrahlen in einen mittlern Lichtbündel zusammensetzen kann, so läßt sich auch ein Lichtbündel oder ein Lichtstrahl wie eine Kraft durch das Strahlenparallelogramm in zwei oder mehrere Lichtstrahlen zerlegen (§ 5). So kann man im vorliegenden Fall (Fig. 25) den schiefen Lichtstrahl (l, l'), der in die Grundrizebene nach L umgelegt worden ist, in zwei rechtwinklige Seitenstrahlen

lx, lz nach der Richtung der Achsen X und Z zerlegt denken, so daß ersterer zu den Erzeugenden der Cylinderfläche senkrecht und der andere parallel zu ihnen ist. Nehmen wir die Intensität des schiefen Lichtstrahles oder die Diagonale cA_1 des in die Grundrizebene XY umgelegten Strahlenparallelogramms caA_1C_1 als Einheit an, so ist die Intensität des auf den Erzeugenden der Cylinderfläche senkrecht stehenden und mit der X -Achse zusammenfallenden Seitenstrahles $lx = ca = cA_1 \cdot \cos \alpha = \cos \alpha$ und die Intensität des mit den Erzeugenden der Cylinderfläche parallelen und auf der X -Achse senkrecht stehenden oder mit der Z -Achse parallelen Seitenstrahles $lz = cC_1 = aA_1 = cA_1 \cdot \sin \alpha = \sin \alpha$. Da nun aber der letztere Seitenstrahl auf die Beleuchtung der Cylinderfläche keinen Einfluß hat, weil er mit den Erzeugenden parallel ist, so richtet sich die Beleuchtung der Cylinderfläche einzig nach der Intensität $ca = \cos \alpha$ des ersten Seitenstrahles und wird dieser auf derselben die ganz gleiche Beleuchtung hervorbringen, wie der schiefe Strahl mit der Intensität $aA_1 = 1$.

63. Denkt man sich die Cylinderfläche oben durch eine Kreisfläche geschlossen, so ist diese als ebene Fläche überall gleich stark beleuchtet, und diese Beleuchtung richtet sich einzig und allein nach der Intensität $cC_1 = \sin \alpha$ des Seitenstrahles lz . Denn darauf kann der andere Seitenstrahl $lx = ca = \cos \alpha$ keinen Einfluß haben, weil er zu derselben parallel ist.

64. Ist die kreisförmige Cylinderfläche, wie in Fig. 26, Blatt 4, auf der Vertikalebene senkrecht und sind l, l' , die Projektionen der Lichtrichtung, beliebig gegeben, so erhält man die Projektionen der Isophoten auf ganz gleiche Weise, wie dies im vorigen Fall (§ 60, Fig. 25) gezeigt worden ist. Der Unterschied gegen diesen Fall besteht nur darin, daß die Projektionen l und l' der Lichtrichtung mit der Projektionsachse beliebige Winkel bilden, während sie in Fig. 25 mit ihr Winkel von 45° machen. Man bestimmt daher wiederum zuerst den in die Vertikalebene oder in die Ebene der Normaldirektrix umgelegten vertikalen Neigungswinkel $a' C' A'_1 = \alpha$, macht $C' + 10 = C' - 10 = C' A'_1$, teilt jede dieser Strecken in zehn gleiche Teile und errichtet in den Teilpunkten Senkrechte darauf. Die Punkte, wo diese den Kreisumfang durchschneiden, sind alsdann die Isophotenpunkte. Projiziert man dieselben horizontal in die Achse und zieht die zugehörigen Senkrechten, so erhält man die Grundrißprojektionen der Isophoten.

65. Ist die kreisförmige Cylinderfläche so gelegen, daß die Erzeugenden parallel und die Ebenen der Normaldirektrix senkrecht zu beiden Projektionsebenen sind (Fig. 27), so muß man, um die Projektionen der Isophoten zu erhalten, die Basis oder Normaldirektrix, sowie den Neigungswinkel α des Lichtstrahles (l, l') mit derselben in eine der beiden Projektionsebenen, z. B. in die Vertikalebene, umlegen, alsdann die Intensitätskale

$C' + 10 = C' - 10 = C' A'_1$, bestimmen und einteilen zc. wie im vorigen Fall. Indem man die Normaldirektrix samt den Isophotenpunkten hierauf wieder in die ursprüngliche Lage zurückbringt, so erhält man damit auch die verlangten Projektionen der Isophoten der Cylinderfläche selbst.

Wie man sieht, ist aus Platzmangel die vertikale Umlegung des Grundkreises mit der Vertikalprojektion des Grundkreises der Cylinderfläche in Fig. 26 zusammenfallend angenommen.

66. Es sei ferner (siehe Fig. 28) die Kreiscylinderfläche auf einer Ebene PQR' senkrechtstehend, die ihrerseits beliebig schief zur Horizontalebene, aber senkrecht zur Vertikalebene ist; ebenso sei auch die Lichtrichtung (l, l') beliebig schief zu den beiden Projektionsebenen gerichtet; man soll wiederum die Projektionen der Isophoten der Cylinderfläche bestimmen.

Dazu denke man sich wieder die Cylinderfläche auf drei zu einander senkrechte Koordinatenachsen Z, X, Y bezogen, von denen die Ebene XZ mit der Lichtrichtung (l, l') und die Ebene XY mit der Ebene PQR' , in welcher die Basis oder Normaldirektrix der Cylinderfläche gelegen ist, zusammenfällt.

Um in diesem Fall die Projektionen der Isophoten zu erhalten, denke man sich wieder durch die Lichtrichtung (l, l') und die Achse ($cf, c'l'$) der Cylinderfläche (als Z -Achse) eine Ebene gelegt, die Durchschnittsline derselben mit dem in der Ebene PQR' gelegenen

Grundkreis, sowie den Neigungswinkel α , welchen die Lichtstrahlung mit letzterer bildet, bestimmt. Damit läßt sich alsdann die Konstruktion der Sphotenpunkte, womit die verlangten Projektionen der Sphoten selbst bestimmt sind, auf gleiche Weise wie in den vorigen Fällen weiter bestimmen.

67. Bei der wirklichen Ausführung ist es am besten, den in der Ebene PQR' gelegenen Grundkreis (als Normaldirektrix der Cylinderfläche) in eine der beiden Projektionsebenen umzulegen und zur Sphotenkonstruktion zu benutzen.

Denken wir uns denselben in die Horizontalebene ungelegt, so kommt der Mittelpunkt (c, c') nach C_1 , der Durchmesser $(ab, a'b')$ nach A_1B_1 und der Durchmesser $(de, d'e')$ nach D_1E_1 zu liegen. Um nun weiter die Richtung, Größe und Gestalt des Normalenbüschels dieses ungelegten Kreises, wodurch die Sphotenpunkte der Cylinderfläche bestimmt sind, zu erhalten, suche man die Spuren (G, g') und (h, h') der gegebenen Lichtstrahlung, sowie die Horizontalspur (J, j') der zur Vertikalebene parallelen Achse $(cf, c'f')$. Die Verbindungslinie KO der beiden Horizontalspuren G und J ist dann der Horizontalriß, und die Verbindungslinie $M'O$ des Punktes O und der Vertikalspur H' ist der Vertikalriß der durch jene beiden Linien gelegten Hilfsebene. Ziehen wir hierauf Kc und $Tc \perp KO$, gehörig verlängert, so sind dies die Projektionen cx und cy der zu einander senkrechten Achsen CX und CY

auf der Ebene PQR' , in welcher die Normaldirektrix der Cylinderfläche gelegen ist. Zieht man daher KC_1 und TC_1 , so sind dies die in die Horizontalebene umgelegten Achsen C_1X_1 und C_1Y_1 , durch welche erstere nun die Richtung des Normalenbüschels bestimmt ist, die den ungelegten Grundkreis in N_1 durchschneidet. Bringen wir diesen Punkt nach (n, n') in die ursprüngliche Lage der Normaldirektrix zurück, und bestimmen wir die wahre Größe $n'n'_1$ des Linienstüchkes nn_1 , indem wir den Punkt n_1 vertikal nach n'_1 projizieren und mit n' verbinden, und machen $N_1N_2 \perp C_1N_1$ und $= n'n'_1$, so ist $\sphericalangle N_1C_1N_2$ der in die Horizontalebene umgelegte Neigungswinkel α , welchen die Lichtstrahlung (l, l') mit der Achse $(cx, c'R')$, die in der Ebene PQR' der Normaldirektrix liegt, bildet. Macht man nun $C_1 + 10 = C_1 - 10 = C_1N_2$, teilt jede dieser Strecken in 10 gleiche Teile, errichtet in den Teilpunkten Senkrechte zu C_1X_1 , so schneiden diese den ungelegten Kreisumfang in den verlangten Sphotenpunkten. Bringt man endlich diese in die ursprüngliche Lage des Grundkreises $(aebd, a'e'b'd')$ zurück, und zieht durch dieselben Parallelen mit der Achse $(cf, c'f')$, so sind damit auch die Projektionen der Sphoten erhalten.

68. Denkt man sich aber den Grundkreis oder die Normaldirektrix der Cylinderfläche in die Vertikalebene ungelegt, so kommt der Mittelpunkt (c, c') nach C'_1 (wobei $c'C'_1 = cc_1$), der Durchmesser $(ab, a'b')$ nach $A'_1B'_1$ und der Durchmesser $(de, d'e')$ nach $D'_1E'_1$

zu liegen. Und zieht man $M'C_1$ und dazu $U'C_1$ senkrecht, so sind dies die auf die Vertikalebene umgelegten Achsen C_1Y_1 und C_1X_1 , von denen die erstere die Richtung der Intensitätskale mit dem relativ hellsten Punkt N_1 bestimmt. Bringt man letztern Punkt in die ursprüngliche Lage nach (n', n) zurück, und macht man wiederum $N_1N_2 = n'n_1$, so ist $\sphericalangle N_1C_1N_2$ die wahre Größe des Neigungswinkels α , welchen die Lichtrichtung (l, l') mit der in der Ebene PQR' gelegenen Achse CX bildet, wodurch nun auch die Größe der Intensitätskale $C_1N_2 = C_1 + 10 = C_1 - 10$ und damit alles, was zur weiteren Konstruktion der Isophotenpunkte und der Projektionen der Isophoten selbst nötig ist, bekannt ist.

69. Die Umlegungen des Grundkreises oder der Normaldirektrix der Cylinderfläche sind indessen zur Konstruktion der Isophoten derselben nicht gerade nötig, indem diese auch direkt mittels der Grundrißprojektion $aebd$ der in der Ebene PQR' gelegenen Normaldirektrix gefunden werden können, wenn nur die Richtung und Größe der umgelegten Intensitätskale bestimmt ist. Denn ist der umgelegte Mittelpunkt C_1 , die Richtung OK_1 und darauf die Größe der Intensitätskale $C_1 + 10 = C_1 - 10 = C_1N_2$, wie vorhin gefunden, so bringe man die Punkte $+10$ und -10 auf KX_1 durch Parallelen mit cC_1 nach den gleichnamigen Punkten auf Kx , teile die Strecken $c + 10$ und $c - 10$ je in 10 unter sich gleiche Teile und ziehe durch die Teil-

punkte Parallelen mit der Achse cy (die auf OK senkrecht steht), so schneiden diese den Umfang der elliptischen Grundprojektion $aebd$ des in der schiefen Ebene PQR' gelegenen Grundkreises unmittelbar in den verlangten Isophotenpunkten, die sofort auch in die Vertikalebene projiziert werden können. Mit den Projektionen der Isophotenpunkte sind dann aber auch die Projektionen der Isophoten selbst bestimmt, indem man nur durch dieselben mit den gleichnamigen Projektionen der Achse (c, c') Parallelen zu ziehen hat.

70. Es verdient noch bemerkt zu werden, daß der umgelegte Grundkreis A, E, B, D_1 und die elliptische Grundrißprojektion $aebd$ desselben affine Figuren sind, deren Affinitätsachse der Horizontalriß PQ ist. Infolgedessen schneiden sich die gleichnamigen Achsen C_1X_1, cx und C_1Y_1, cy , gehörig verlängert, je in einem und demselben Punkte K , resp. T der Affinitätsachse, was zugleich zur Probe für die Richtigkeit der Konstruktion dienen kann.

71. Die senkrechte Kreiscylinderfläche, deren Isophoten gesucht werden sollen, sei endlich, wie in Fig. 29, Blatt 3, auf einer Ebene PQR' stehend, die schief zu beiden Projektionsebenen ist. In diesem Fall ist der Gang der Auflösung derselbe wie im vorigen Fall. Man lege durch die gegebene Lichtrichtung (l, l') , deren Projektionen l und l' mit der Projektionsachse gleiche Winkel von 45° bilden, und die Achse $(cs, c's')$ als Z -Achse eine Hilfsebene, welche die Cylinderfläche in zwei Gr-

zeugenden schneidet, die mit den hellsten Linien des direkten und reflektierten Lichtes zusammenfallen. Zudem man die Spuren F und J' der Achse ($cs, c's'$) und die Spuren G und H' des gegebenen Lichtstrahles (l, l') sucht und die gleichnamigen miteinander verbindet, so erhält man in $F'GO$ den Horizontalriß und in $J'H'O$ den Vertikalriß der durch diese beiden Geraden gelegten Hilfsebene.

Denkt man sich nun noch die Cylinderfläche durch eine Hilfsebene geschnitten, die durch die Achse ($cs, c's'$) geht und zum Riß PQ wie zur Horizontalebene senkrecht ist, und die Schnittfigur in die Horizontalebene umgelegt, so ist, wenn $cc'' \perp cs$ und $= c_1c', c''$ mit p verbunden und $e''d'' = c''e''$ dem Radius $ac = r$ des Grundkreises, sowie $e''s''$ der Höhe h der Cylinderfläche gleich gemacht wird*), $e''d''$ die Projektion des Grundkreises und $e''s''$ die Projektion der Achse der Cylinderfläche auf die in pc zur Horizontalebene senkrecht gedachte Hilfsebene. Damit und mittels der sogen. Hauptlinien lassen sich nun die Projektionen der Cylinderfläche leicht vervollständigen.

Denkt man sich den Grundkreis in die Horizontalebene umgelegt, so kommt der Mittelpunkt (c, c', c'')

*) Die Höhe $e''s'' = h$ konnte jedoch aus Platzmangel nicht ganz aufgetragen werden. Man muß deshalb den Punkt s'' auf $e''s''$ so weit auswärts gelegen denken, daß er, parallel zu PQ projiziert, auf cz die richtige Horizontalprojektion s angiebt, und, in die V.E. übertragen, die zugehörige Projektion s' liefert.

nach C_1 , der Durchmesser ab nach A_1B_1 und der Durchmesser de nach D_1E_1 (wobei $pC_1 = pc''$ und $C_1D_1 = C_1E_1 = c''d'' = c''e'' = ac$) zu liegen. Verbindet man alsdann C_1 mit K , so giebt die Verbindungslinie die Richtung der umgelegten Koordinatenachse C_1X_1 und damit zugleich die Richtung der Intensitätskale an, welche den Umfang des umgelegten Grundkreises in N_1 durchschneidet. Zieht man durch diesen Punkt eine Parallele mit C_1c , welche cx und cl in n_1 und n_2 durchschneidet, sucht durch Umlegung in die Horizontalebene die wahre Größe $n'_1n'_2$ des Liniensektors ($n_1n_2, n'_1n'_2$), macht $N_1N_2 = n'_1n'_2$, schlägt C_1N_2 nach $C_1 + 10$ und $C_1 - 10$, teilt jede dieser Strecken in 10 gleiche Teile und errichtet in den Teilpunkten Senkrechte zu C_1X_1 , so schneiden diese den Umfang des in die H.E. umgelegten Grundkreises in den verlangten Isophotenpunkten, die nun noch, um die Projektionen der Isophoten selbst zu erhalten, in die ursprüngliche Lage des in der Ebene PQR' gelegenen Grundkreises, in welcher er sich als die Ellipse $aebd$ und $a'e'b'd'$ darstellt, zurückgebracht werden müssen.

72. Will man auch hier die Projektionen der Isophoten direkt mittels der Grundrißprojektion $aebd$ erhalten, so bringe man, nachdem man wie vorhin die Richtung C_1X_1 und die Größe $C_1 + 10$ und $C_1 - 10$ der in die H.E. umgelegten Intensitätskale gefunden hat, die Maximalpunkte $+10$ und -10 auf KX_1

nach $+10$ und -10 auf Kx , teile $o + 10$ und $c - 10$ je in 10 unter sich gleiche Teile und ziehe durch die Teilpunkte mit cy (\perp zu KF) Parallelen, so wird die Ellipse $aebd$ in den verlangten Horizontalprojektionen der Spophotenpunkte geschnitten. Indem man diese dann noch in die Vertikalebene auf den Umfang der Ellipse $a'e'b'd'$ projiziert und durch diese Punkte horizontal und vertikal Parallelen mit der Achse ($cs, c's'$) zieht, so sind auch die Projektionen der Spophoten selbst gefunden.

73. Ganz auf dieselbe Weise könnte man auch zuerst die Umlegung des Grundkreises in die V.E. und dessen Spophotenpunkte bestimmen, wie durch Hilfslinien angedeutet ist, hier aber nicht mehr weiter erklärt werden soll, da die Erklärung für jeden, der die vorige Konstruktion verstanden, wohl überflüssig ist.

74. Hierbei sind die Figuren $A_1E_1B_1D_1$ und $aebd$, sowie $A'_1E'_1B'_1D'_1$ und $a'e'b'd'$ wiederum affin und in affiner Lage, und für erstere ist PQ und für letztere ist PR' die Affinitätsachse. Infolgedessen treffen sich die verwandten Linien beider affinen Figuren, gehörig verlängert, je in einem und demselben Punkte der Affinitätsachse, so z. B. C_1X_1 und cx in K , C_1Y_1 und cy in T , $C'_1X'_1$ und $c'x'$ in M' etc. Und diese Eigenschaft läßt sich dann auch bei der Konstruktion, sei es als Probe ihrer Richtigkeit, sei es zur Vereinfachung derselben, nützlich verwenden.

b) Beleuchtung der Kegelflächen.

(Fig. 30—32, Blatt 5.)

75. Wie schon oben (§ 56) bei der Beleuchtung der Cylinderflächen angegeben worden ist, sind auch bei jeder Kegelfläche die Spophoten oder die Linien gleicher Lichtintensität Erzeugungslinien oder Mantellinien. Denn die durch eine jede solche Gerade gelegte Tangierungsebene oder Normalebene bildet in jedem Punkt derselben mit dem einfallenden Lichtstrahl denselben Winkel und ist demnach auch jede Erzeugende ihrer ganzen Länge nach von gleicher Lichtintensität und daher eine Spophote. Um die Spophoten einer Kegelfläche zu erhalten, hat man also nur die Spophotenpunkte des Grundkreises zu suchen und dieselben mit der Spitze der Kegelfläche zu verbinden.

76. Ist nun in Fig. 30 eine zur H.E. senkrechte kreisförmige Kegelfläche gegeben, deren Seite oder Erzeugende zur gegebenen Lichtrichtung (l, l') beliebig schief ist, so erhalten wir die Spophotenpunkte des Grundkreises und damit die Spophoten der Kegelfläche selbst wie folgt.

Wir bestimmen vor allem den Neigungswinkel α , den die Lichtrichtung (l, l') mit ihrer Horizontalprojektion l (als X -Achse) bildet. Macht man also $AA_1 \perp CA$ und $= a'a_1$, so ist $\sphericalangle ACA_1$ der in die Horizontalebene umgelegte Neigungswinkel α , und, da die beiden Projektionen l und l' der Lichtrichtung mit der Pro-

jektionsachse Winkel von 45° machen, so beträgt nach früherem der Neigungswinkel $\alpha = 35^\circ 16'$.

Im weitem ziehen wir $f'g' \perp f's'$, machen $Ok = f'g'$ und $ci = c'g'$, errichten in k und i Senkrechte, welche den umgelegten Lichtstrahl CL_1 in K_1 und J_1 durchschneiden, und tragen iJ_1 von C nach CN und cK_1 , von N nach $+10$ und -10 , so ist in N der Nullpunkt und in $+10$ der absolute Maximalpunkt des direkten Lichtes und in -10 der absolute Maximalpunkt des reflektierten Lichtes der Intensitätsstale für die Konstruktion der Sphotenpunkte des Grundkreises der Kegelfläche gefunden. Teilt man endlich jede der beiden Strecken $N+10$ und $N-10$ in 10 gleiche Teile und zieht durch die Teilpunkte Senkrechte zu CA , so werden diese den Umfang des Grundkreises in den verlangten Sphotenpunkten schneiden. Und verbindet man noch dieselben mit dem Centrum C (als Grundrißprojektion der Kegelspitze), so erhält man die Grundrißprojektionen und durch Projektion derselben in die V.E. auch die Aufrißprojektionen der Sphoten der Drehungskegelfläche.

77. Das im vorigen angegebene Verfahren bei der Sphotenkonstruktion der Drehungskegelfläche (deren Grundkreis mit der H.E. zusammenfällt oder doch mit ihr parallel ist) findet seine Erklärung durch folgende Betrachtung.

Denkt man sich die Drehungskegelfläche durch eine zur Lichtrichtung (l, l') parallele und durch die Drehachse $(C, c's')$ gehende Ebene geschnitten, so geben die

beiden Erzeugenden $(AC, a's')$ und $(BC, b's')$, in welchen die Kegelfläche von dieser Symmetrialebene geschnitten wird, die hellsten Sphoten sowohl im direkten als im indirekten oder reflektierten Lichte an. Ihre Grundrißprojektionen AC und BC , die beide sichtbar sind, fallen mit der Achse X oder der Beleuchtungsstale der Richtung nach zusammen, und von ihren Aufrißprojektionen ist nur die eine, $a's'$, sichtbar, die andere, $b's'$, dagegen unsichtbar.

Denkt man sich ebenso an die Kegelfläche beiderseits eine Ebene gelegt, welche durch die Lichtrichtung (l, l') geht und dieselbe längs einer Erzeugenden berührt, so geben diese beiden Erzeugenden die dunkelsten Sphoten, die Grenzsphoten oder die Trennungslinien zwischen dem direkten und reflektierten Lichte an. Diese dunkelsten Sphoten direkt zu bestimmen, suche man die horizontale Spur E des durch die Spitze (C, s') der Kegelfläche gelegten Lichtstrahles $(CE, s'e')$ und ziehe von diesem Punkte E an den Grundkreis der Kegelfläche die beiden möglichen Tangenten ED_1 und ED_2 . Die Berührungspunkte D_1 und D_2 sind alsdann die Sphotenpunkte der beiden zugehörigen Grenzsphoten $(D_1C, d_1's')$ und $(D_2C, d_2's')$, von denen beide im Grundriß sichtbar, im Aufriß jedoch nur die erstere $(d_1's')$ sichtbar, die letztere $(d_2's')$ aber unsichtbar ist. Verbindet man hierauf die Sphotenpunkte D_1 und D_2 , so ist der Punkt N , in welchem die Verbindungslinie D_1D_2 die Richtungslinie AB der Beleuchtungsstale schneidet, der Nullpunkt der letztern.

78. Um auch noch den absoluten Maximalpunkt M der Beleuchtungsstake für die Konstruktion der übrigen Isophotenpunkte des Grundkreises der Kegelfläche zu erhalten, müssen wir vor allem, da sich dieselben nach der Beleuchtungsintensität der in der Symmetrie-Ebene gelegenen Kegelfläche (AC, a's) richten, die Beleuchtungsintensität für die angenommene Lichtrichtung (l, l') bestimmen. Dazu suchen wir zuerst den horizontalen Neigungswinkel α , welcher die Lichtrichtung mit ihrer Grundrißprojektion l bildet, indem wir denselben — samt der zu den Isophoten symmetrisch gelegenen Richtungsebene — in eine zur V.E. parallele Lage nach f' c' A₁' umdrehen, also c' f' = CF = CA und f' A₁' \perp c' f' und = a' a₁' machen und c' mit A₁' verbinden. Nehmen wir nun wie früher bei der Drehungscylinderfläche (siehe § 62 und 63) die Linie c' A₁' als Einheit der absoluten Beleuchtungsintensität des unter dem Winkel α zur H.E. geneigten Lichtstrahles c' L₁' an, und denken wir uns diesen mittels des Strahlenparallelogramms A₁' t' c' f' in einen horizontalen und in einen vertikalen Seitenstrahl zerlegt, so ist die Intensität des erstern durch f' c' = A₁' t' und die des andern durch t' c' = f' A₁' ausgedrückt. Von diesen beiden Seitenstrahlen hat nun aber der vertikale oder der mit der Erzeugenden parallele Seitenstrahl einer vom Radius c' f' hinzugegedachten Kreiscylinderfläche auf die Beleuchtung dieser letztern keinen Einfluß, während der horizontale oder der zu den Erzeugenden der gedachten Cylinderfläche normale Seitenstrahl mit der Intensität f' c' dieselbe

ebenso beleuchtet, wie sie vom schiefen Seitenstrahl mit der Intensität c' A₁' beleuchtet wird.

Machen wir nun weiter den Winkel f' g' h' = f' c' A₁' = α und ziehen die Gerade g' h', so ist klar, daß die nach (FC, f' s') umgedrehte schiefe Kegelfläche (AC, a's) und also auch die mit ihr zusammenfallende Erzeugende der schiefen Kreiscylinderfläche vom Radius f' g' vom Lichtstrahl mit der Richtung und Intensität g' h' ebenso beleuchtet wird, wie vom normalen Seitenstrahl mit der Intensität f' g'. Denkt man sich nun diese letztere Cylinderfläche in die vertikale Lage aufgerichtet, so daß der Mittelpunkt (C, g') mit dem Centrum (C, c') zusammenfällt, so kommt das Strahlendreieck f' g' h' nach k₁' c' K₁' zu liegen, und es ist dann notwendig c' k₁' = g' f' und c' K₁' = g' h', sowie auch k₁' K₁' = f' h'. Mit der Beleuchtungsintensität g' h' = c' K₁' ist nun die Größe und Länge der Beleuchtungsstake für die Isophotenkonstruktion des Grundkreises der gegebenen Kegelfläche bestimmt, und indem man sie von dem bereits bestimmten Nullpunkt N aus auf der Richtungslinie der Beleuchtungsstake nach + 10 und - 10 abträgt, sind auch + 10 und - 10 die verlangten Maximalpunkte der Beleuchtungsstake des Regelgrundkreises gefunden.

79. Der Nullpunkt N findet sich aber auch, indem man durch h' mit A₁' c' eine Parallele oder von g' auf A₁' c' eine Senkrechte zieht. Denn diese wie jene schneidet die Projektionsachse in n₁', der vertikalen Um-

drehung des verlangten Nullpunktes. Macht man nun noch $c'i_1 = c'g'$ und zieht i_1J_1 senkrecht zu $c'f'$, so ist auch $i_1J_1 = c'n_1$. Denn da $\sphericalangle c'g'n_1 = \sphericalangle c'n_1h' = \alpha$, so ist $c'n_1 = c'g' \cdot \operatorname{tg} \alpha$, und da auch $i_1c'J_1 = \alpha$, so ist ebenfalls $i_1J_1 = c'i_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha$, und weil auch $c'i_1 = c'g'$ gemacht worden ist, so ist folglich:

$$i_1J_1 = c'n_1 = c'g' \cdot \operatorname{tg} \alpha = S \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

worin S die Subnormale $c'g'$ bezeichnet.

Macht man endlich $c'k_2 = c'k_1 = f'g'$ und zieht $k_2K_2 \perp c'A_1$, $k_2o_1 \parallel f'c'$ und $o_1m_1 \parallel k_2K_2$, so ist auch:

$$n_1m_1 = c'K_2 = c'K_1 = g'h' = f'g' \cdot \sec \alpha = N \cdot \sec \alpha,$$

worin N die Normale $f'g'$ bezeichnet.

Und damit hat man nun in n_1 und m_1 die umgedrehten Vertikalprojektionen und in N_1 und M_1 die umgedrehten Horizontalprojektionen sowohl des Nullpunktes als des Maximalpunktes der Beleuchtungsstake, welche, in die ursprüngliche Lage zurückgebracht, horizontal nach N und M auf XX zu liegen kommen.

80. Zu demselben Resultate gelangt man auch, wenn man die Beleuchtung des Kegels in Beziehung bringt zur Beleuchtung der Kugel, welche aus g' mit dem Radius $g'f'$ dem Kegel eingeschrieben wird und mit diesem den Grundkreis vom Radius $c'f'$ gemein hat. Zieht man durch das Centrum g' einen Lichtstrahl parallel $c'A_1$, welcher die gedachte Kugelstäche in p_1 schneidet, so ist für die angenommene Lichtrichtung nach

früherem (siehe § 30 und 31) g' der Nullpunkt und p_1 der Maximalpunkt, also $g'p_1$ die Länge der Intensitätsstake für die Isophotenkonstruktion der nach dieser Richtung beleuchteten Kugelstäche. Errichtet man daher in g' und p_1 auf $g'p_1$ Senkrechte, so schneiden sie den Durchmesser des mit dem Kegelgrundkreis zusammenfallenden Parallelkreises $f'\varphi'$ der Kugelstäche in n_1 und m_1 , womit der Nullpunkt, der Maximalpunkt und zugleich die Länge n_1m_1 der Beleuchtungsstake für die Isophotenkonstruktion des Grundkreises der Kugelstäche, welcher mit jenem Parallelkreis der Kugelstäche dieselbe Beleuchtung hat, ebenfalls bestimmt ist. Zieht man noch $p_1q_1 \parallel f'n_1$, so schneidet die Parallele p_1q_1 die Verlängerung von $g'n_1$ in q_1 und es ist,

$$\begin{aligned} \text{da } \sphericalangle g'p_1q_1 &= \sphericalangle c'g'n_1 = \alpha, \\ n_1m_1 = q_1p_1 &= g'p_1 \cdot \sec \alpha = N \cdot \sec \alpha \\ \text{und } c'n_1 &= c'g' \cdot \operatorname{tg} \alpha = S \cdot \operatorname{tg} \alpha, \end{aligned}$$

wie oben.

81. Es mag noch bemerkt werden, daß die Beleuchtungsintensitäten, welche den außerhalb des Grundkreises liegenden Teilpunkten der Intensitätsstake entsprechen, auf der Kugelstäche nicht mehr vorhanden sind. Die Grundrißprojektionen der hellsten Isophoten liegen, wie schon früher bemerkt worden ist, auf der Stake selbst und ist die Intensität der hellsten Lichtlinien in unserem Beispiele im direkt beleuchteten Flächenteil + 0,96 und die der hellsten Isophote im Selbstschatten — 0,53. Nimmt die Höhe der Kugelstäche ab, so kommt der Null-

punkt immer weiter hinaus zu liegen, und wenn dieselbe kleiner als $c't'$ ist, so fällt derselbe außerhalb des Grundkreises, und die Kegelfläche befindet sich dann ganz im direkten Licht und hat gar keinen Selbstschatten.

82. Will man umgekehrt die Beleuchtungsintensität einer gegebenen Erzeugenden der Kegelfläche bestimmen, so hat man nur von dem Punkt, wo sie den Grundkreis schneidet, eine Senkrechte auf die Skale zu ziehen. Der Durchschnittspunkt mit letzterer zeigt dann unmittelbar die Beleuchtungsintensität der gegebenen Erzeugungslinie an.

83. In Fig. 31 haben wir ferner eine Drehungskegelfläche dargestellt, deren Drehachse wieder auf der Grundrizebene senkrecht steht, deren Spitze (S, S') aber nach unten gelehrt ist und in letzterer selbst liegt. Die Konstruktion für die Isophoten ist dieselbe wie in Fig. 30, nur mit dem Unterschied, daß jetzt der Nullpunkt N wie der Maximalpunkt -10 der Intensitätskale des Grundkreises auf der positiven X -Achse, der Maximalpunkt $+10$ dagegen auf der negativen X -Achse liegt, und daß wir im Aufriß zwar noch die äußere, im Grundriß aber die innere Seite der Kegelfläche sehen, deswegen auch den Beleuchtungsintensitäten im Aufriß das entgegengesetzte Vorzeichen von den Beleuchtungsintensitäten im Grundriß zugehört.

84. Im vorigen Fall haben wir zugleich den Schlag Schatten, den der obere Kreis in das Innere der

Kegelfläche wirft, konstruiert. Dazu bestimmen wir zuerst den Punkt (h, h'), in welchem der durch die Kegelspitze (S, S') gelegte Lichtstrahl (l, l') die Ebene des obern Grundkreises durchschneidet. Dann ziehen wir durch h eine Gerade, welche die Horizontalprojektion des Grundkreises in m und q trifft. Denken wir uns hierauf durch q eine Erzeugende qS und durch m eine Parallele mp mit hS gezogen, so wird letztere die erstere in einem Punkt p durchschneiden, welches die Grundrißprojektion des Schattens von dem Punkt m des obern Grundkreises in das Innere der Kegelfläche ist. Ebenso findet man beliebig viele andere Punkte der Schlag Schattenkurve $opro^*$). Einzig den Punkt r muß man auf andere Weise bestimmen. Dies geschieht, indem man den Strahl (l, l') samt der Symmetralebene in eine zur V.E. parallele Lage ($Sh_1, S'h'_1$) umdreht, durch den ebenfalls ungedrehten Punkt (f, f') damit eine Parallele ($fS_1, f'S'_1$) zieht, welche die Seite ($Si, S'i'$) in dem Punkte (r_1, r'_1) durchschneidet, und endlich den Punkt r_1 nach r zurückbringt.

85. In Fig. 32 haben wir endlich die Drehungskegelfläche samt Isophoten in einer zu beiden Projektionsebenen schiefen Lage dargestellt, wobei der Grundkreis in der beliebig schiefen Ebene PQR' gelegen ist.

*) Es ist dies eine Raumkurve vierter Ordnung, die sich im Grundriß als Ellipse projiziert.

Zur Erleichterung der Darstellung denken wir uns die Kegelfläche, wie in Fig. 29 die Cylinderfläche, durch eine Hilfsebene geschnitten, welche durch die Drehachse ($cs, c's'$) geht und zugleich zur gegebenen schiefen Ebene, also auch zu ihrem Horizontalriß PQ senkrecht ist, und die Schnittfigur in die H.E. umgelegt. Denn dann ist, wenn $ce' \perp ep$ und $= c_1c', c'd' = c''e''$ gleich dem Radius $ca = r$ des Grundkreises und $c's'' \perp c'd''$ und gleich der Höhe h der Kegelfläche gemacht wird*), $d'e''s''$ als Schnittfigur oder zweite Vertikalprojektion der Kegelfläche zu betrachten, womit nun auch die Horizontalprojektion und erste Vertikalprojektion derselben bestimmt sind und leicht erhalten werden können. Hierbei wird man sich ebenfalls mit Vorteil der sogen. Hauptlinien bedienen.

Was nun die Konstruktion der Isophoten der Kegelfläche betrifft, so kann man auf gleiche Weise verfahren, wie früher bei der Cylinderfläche (§ 71—73) gezeigt worden ist, indem man den Grundkreis entweder in die H.E. oder in die V.E. umlegt, die Isophotenpunkte dieses Kreises wie in § 76 konstruiert und hierauf wieder in die ursprüngliche Lage zurückbringt und mit der Spitze (s, s') verbindet, oder auch indem man in der Umlegung bloß die Richtungslinie und darauf den Nullpunkt und den Maximalpunkt der Beleuchtungsstufskale

*) Auch hier hat die Höhe $c's'' = h$ auf der Zeichnungsebene nicht ganz Platz gefunden und gilt daher für die Spitze s' dasselbe, was oben bei der Darstellung der schiefen Cylinderfläche (siehe § 71, Fig. 29, Blatt 3) bemerkt worden ist.

sucht und dann diese auf die zugehörige Skale der elliptischen Grundriß- oder Aufrißprojektion des Kegelflächenkreises zurückbringt und mit der Spitze (s, s') verbindet, wie in unserer Fig. 32 durch Hilfslinien angedeutet ist.

Diese Konstruktionen bedürfen wohl keiner weitern Erklärung, und um so weniger, als die betreffenden Punkte und Linien mit denselben Buchstaben wie in Fig. 29 bei der Cylinderfläche bezeichnet sind. Hieraus sieht man auch, daß der Maximalpunkt $+10$ zufällig mit dem Durchschnittspunkt N_1 oder N'_1 , resp. n_1 oder n'_1 der Beleuchtungsstufskale mit dem Grundkreis zusammenfällt, und daß daher die Mantellinie die volle Beleuchtungsintensität $+1$ zeigt.

86. Dagegen mag hier noch eine neue Konstruktion der geradlinigen Umrisse beider Projektionen der Kegelfläche erklärt werden.

Sind die Projektionen des Grundkreises, d. h. die Ellipsen $aobd$ und $a'e'b'd'$ bereits gefunden, so erhält man die Berührungspunkte der geradlinigen Umrisse mit denselben wie folgt.

Man ziehe $d''v'' \perp d''s''$ und bringe v'' in die H.E. nach v auf cs , parallel PQ, und in die V.E. nach v' auf $c's'$, wobei vv' senkrecht zur Projektionsachse ist. Denken wir uns nun in (v, v') mit dem Radius $v'd''$ eine Kugel beschrieben, so wird sie die Kreiskegelfläche in dem Kreise ($aobd, a'e'b'd'$) berühren, und zwar werden die Berührungspunkte $a,$

und b' der Vertikalprojektion desselben auf dem zur V.E. parallelen größten Kugelkreis (vom Radius $v''d''$) und die Berührungspunkte d und e der Horizontalprojektion desselben auf dem zur H.E. parallelen größten Kugelkreis (vom Radius $v''d''$) liegen. Ziehen wir daher $v''w''$ senkrecht und durch w'' eine Parallele ed zu PQ , so schneidet letztere die Grundrißprojektion $aebd$ in d und e , welche Punkte, in die V.E. projiziert, die Projektionen d' und e' liefern, die zur Probe aber auch in der durch v' zur Projektionsachse gezogenen Parallelen liegen müssen.

Projizieren wir den Schnittpunkt c von ab und de nach c' in die V.E. und ziehen durch c' eine Parallele zu PR' , so schneidet dieselbe die Aufrißprojektion $a'e'b'd'$ des Grundkreises in a' und b' , welche Punkte, horizontal projiziert, nach a und b zu liegen kommen, zur Probe aber auch in der durch v zur Projektionsachse gezogenen Parallelen liegen müssen.

Die Gerade (ab , $a'b'$) ist nichts anderes als die Schnittlinie des zur V.E. parallelen größten Kugelkreises mit der schiefen Ebene PQR' , und die Gerade (de , $d'e'$) ist ebenso nichts anderes als die Schnittlinie des zur H.E. parallelen größten Kugelkreises mit derselben Ebene PQR' . Die erstere ist daher selbst mit der V.E. und die letztere mit der H.E. parallel und vertreten beide die Stelle von sogen. Hauptlinien, wie wir sie schon oft mit Nutzen verwendet haben.

Sind jedoch die Projektionen $aebd$, $a'e'b'd'$ des Grundkreises nicht gegeben, so beschreiben wir um v

und v' mit dem Radius $v''d''$ je einen Kreis als Grundriß-, resp. Aufrißprojektion der gedachten Hilfskugel. Ersterer schneidet die Gerade de in den Punkten d und e , den verlangten Berührungspunkten in der H.E., und letzterer die Gerade $a'b'$ in den Punkten a' und b' , den verlangten Berührungspunkten in der V.E.

Verbindet man endlich d und e mit s und a' und b' mit s' , so erhält man die Projektionen der geradenlinigen Umrißlinien der Kegelfläche*).

c) Beleuchtung der Kugelflächen.

(Fig. 33–34, Blatt 6.)

87. Bei der Kugelfläche sind nach § 30 und 31 die Isophoten Kreislinien, deren Ebenen auf der durch den Mittelpunkt gehenden Lichtrichtung senkrecht stehen. Behält man daher die gewöhnliche Annahme bei, wonach beide Projektionen l und l' der Lichtrichtung (l , l'), Fig. 33, mit der Projektionsachse $X'X'$ Winkel von 45° bilden und die Lichtrichtung (l , l') selbst mit ihren Horizontal- und Vertikalprojektionen l und l' Winkel von $\alpha = 35^\circ 16'$ macht, so projizieren sich die die Isophoten darstellenden Kreise, weil sie sowohl

*) Diese hübsche Konstruktion wurde unseres Wissens zuerst von Niemiſchik, weiland Professor der darstellenden Geometrie am Polytechnikum in Wien, angegeben. Siehe dessen Abhandlung „Direkte Konstruktion der Konturen von Rotationsflächen“ in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie der Wissenschaften von 1866.

zur H.E. als zur V.E. schief sind, als Ellipsen, deren große Achse gleich ist dem Durchmesser des zugehörigen Sphotekreises, und deren kleine Achse gleich ist der Projektion des in der Lichtebene liegenden und auf dem Lichtstrahl des Mittelpunktes senkrecht stehenden Durchmessers desselben.

Bezeichnet man den Durchmesser des Sphotekreises mit 2ρ und den Neigungswinkel desselben mit den Projektionsebenen mit α ($35^\circ 16'$), so ist die große Achse der zugehörigen elliptischen Sphotenprojektion $= 2\rho$ und die kleine Achse $= 2\rho \sin \alpha$ (siehe § 90). Jene ist zur entsprechenden Projektion der Lichtrichtung senkrecht; diese fällt dagegen stets mit der entsprechenden Projektion der Lichtrichtung zusammen.

Da bei der angenommenen Lichtrichtung der Neigungswinkel der Sphotekreise zu beiden Projektionsebenen derselbe ist (nämlich $\alpha = 35^\circ 16'$), so werden sich diese Kreise auch in beiden Ebenen als dieselben Ellipsen projizieren. Sind daher diese in einer Projektionsebene gefunden, so braucht man dieselben nur als kongruente Figuren in die andere Ebene zu übertragen.

88. Um nun die sich als Ellipsen projizierenden Sphotekreise der durch ihre Projektionen gegebenen Kugelgröße Fig. 33 zu erhalten, denke man sich diese vor allem auf eine zweite V.E. projiziert, die zur Lichtrichtung parallel ist. Dazu ziehe man als neue Projektionsachse $X''X''' \parallel XX$, errichte darauf von c aus eine Senkrechte, mache $c_2c'' = c_1c'$ und beschreibe mit dem

Radius der Kugelgröße $r = ac = a'c'$ aus c'' einen Kreis $a''d''b''e''$, so stellt dieser die Projektion der Kugelgröße auf der zweiten Vertikalebene dar. Zieht man hierauf durch c'' eine Parallele $c''l''$ mit der in die II. V.E. umgelegten Lichtrichtung PL''_1 , so wird dieselbe die Kugelgröße in zwei Punkten durchschneiden, von denen der eine, $+10$, der hellste Punkt im direkten Licht und der andere, -10 , der hellste Punkt im Selbstschatten ist, und damit sind die Richtung und die Fundamentalpunkte der Beleuchtungsstufen für die Sphotenkonstruktion der Kugelgröße gefunden. Teilt man nun die beiden Radien $c''+10$ und $c''-10$ je in 10 gleiche Teile und errichtet in den Teilpunkten darauf Senkrechte, so stellen diese die Sphotekreise in der zweiten Vertikalprojektion dar. Projiziert man dieselben in die H.E., so erhält man die mit $0, +2, +4, +\dots, -2, -4, \dots$ bezeichneten Ellipsen als Horizontalprojektionen der Sphotekreise, und trägt man dieselben über in die erste Vertikalebene, so erhält man die mit gleichen Ziffern bezeichneten Ellipsen als Vertikalprojektionen der Sphotekreise, die relativ zur Projektion $c'l'$ der Lichtrichtung dieselbe Lage haben wie die horizontalen zur Projektion cl der Lichtrichtung.

Um die Figur nicht zu sehr zu überladen, haben wir von den Sphotekreisen und ihren respektiven Ellipsenprojektionen nur die mit den geraden Zahlen $+2, +4, +6, +8$ und $-2, -4, -6, -8$ versehenen beibehalten und die mit den ungeraden Ziffern $+1, +3, \dots, -1, -3, \dots$ be-

zeichneten unterdrückt. Dafür aber haben wir noch den der Beleuchtungsintensität 0,95 entsprechenden Isophotenzirkel 9,5 hinzugenommen, weil dadurch die Beleuchtung der Kugelfläche vom Isophotenzirkel + 8 bis zum hellsten Punkt + 10 besser vermittelt wird.

89. Die Projektionen der Isophotenzirkel der Kugelfläche oder also die mit 0, ± 2, ± 4, ... bezeichneten Ellipsen können nun aber auf verschiedene Weise, nämlich rein projektiv oder konstruktiv, erhalten werden.

I. Methode. Man denke sich die Kugelfläche, samt den Isophotenzirkeln, durch eine Anzahl horizontaler Parallelkreise, wie ($r''t''$, ru_1 , tu_2), geschnitten und die Punkte, worin sie die Isophotenzirkel schneiden, aus der II. V.E. in die H.E. projiziert, wie dies bei u_1 und u_2 als Horizontalprojektionen der Durchschnittspunkte u'' des als Gerade sich projizierenden Parallelkreises $r''t''$ und des ebenfalls als Gerade sich projizierenden Isophotenzirkles + 4 + 4 angedeutet ist. Indem man dann sämtliche Punkte eines und desselben Isophotenzirkles, wie u_1 , u_2 , durch eine stetige krumme Linie aus freier Hand verbindet, erhält man die als Ellipsen sich darstellenden Horizontalprojektionen.

II. Methode. Die die Isophoten darstellenden Ellipsen lassen sich aber auch direkt aus den Achsen konstruieren. Um die großen Achsen derselben zu erhalten, projiziere man die Teilpunkte 0, + 2, + 4, ... der Intensitätskala $c''f''$ nach den entsprechenden Punkten 0, + 2, + 4, ... der Horizontalprojektion cf und

schlage von letztern den Radius des zugehörigen Isophotenzirkles auf die zugehörigen projizierenden Linien zu beiden Seiten der Projektion cf ab, so sind damit die großen Achsen bestimmt. So z. B. erhält man, wenn man + 8 m = + 8 o = $m''n''$ macht, in mo die große Achse der Ellipse + 8 + 8 zc .

Die kleine Achse erhält man direkt, wenn man die Punkte, wie n'' , horizontal nach n projiziert. Denn dann ist + 8 n auf cf die halbe kleine Achse der Ellipse + 8 + 8 zc .

Sind aber auf diese Weise die Achsen gefunden, so lassen sich damit die Ellipsen auf bekannte Weise konstruieren.

90. Die Achsen können auch unabhängig von der zweiten Vertikalprojektion gefunden werden. Denn da z. B. für die Grenzisophote 00 die halbe große Achse $cd = ce = r$ und die halbe kleine Achse $cg = c''g''_1 = f''f''_1 = c''f'' \cdot \sin \alpha = r \cdot \sin \alpha$, so ist auch, wenn man $\sphericalangle aca_1 = \alpha$ macht und f_1f senkrecht auf ac errichtet, $ff_1 = cf_1 \cdot \sin \alpha = r \cdot \sin \alpha$ und daher $cg = ff_1$, gleich der halben kleinen Achse der Grenzisophote. Ebenso folgt für einen andern Isophotenzirkel vom Radius ρ die halbe kleine Achse = $\rho \sin \alpha$.

Denkt man sich nun weiter den mit der Sichtichtung (cl , $c''l''$) und der Achse (de , c'') zusammenfallenden Kreis + 10 c'' — 10 horizontal projiziert, so erhält man eine Ellipse, deren große Halbachse $cd = r$ und deren kleine Halbachse $c''f''_1 = cf = cf_1 \cdot \cos \alpha$,

und welche auf die Richtungslinien der großen Achsen die Länge der letztern, wie z. B. $m o$, abschneidet. Wir haben, um die Figur nicht zu sehr anzufüllen, von dieser Ellipse nur einen Viertelbogen, nämlich $d o k$, im Grundriß dargestellt. Zieht man dann noch eg und damit durch die Endpunkte der übrigen großen Achsen Parallelen, wie z. B. $mn \parallel eg$, so schneiden diese auf ab die Endpunkte der kleinen Achsen, wie n , ab .

91. Beschreibt man mit of einen Hilfskreis, so liegen auf diesem die Brennpunkte der Ellipsen, welche die Projektionen der Zosphotenkreise darstellen. Und damit lassen sich die Achsen ebenfalls finden.

Man ziehe z. B. durch den Teilpunkt $+8$ auf ac (in der H.E.) eine Senkrechte, welche den Hilfskreis in i schneidet, durch i den Radius ck , welcher den Kreis $aebd$ in k trifft, und durch k eine Parallele km zu ac , welche die verlängerte $+8i$ in m schneidet, so ist m wieder ein Endpunkt der großen Achse und i ein Brennpunkt der Ellipse $+8$. Die kleine Halbachse $+8n$ bestimmt sich dann wieder wie vorhin, indem man $mn \parallel eg$ zieht.

92. Will man die Zosphotenpunkte des Kugelumfangs $aebd$ und $a'e'b'd'$, d. h. die Punkte bestimmen, in welchen die Ellipsen oder Zosphotenprojektionen den äußern Kreisumfang der Kugel berühren, so denken wir uns wieder den horizontalen Neigungswinkel α nach aca_1 in eine zur H.E. parallele Lage umgedreht und $ca_1 = r \sec \alpha$ nach $ca_2 = ca_3$ abgeschlagen,

oder den gleichen vertikalen Neigungswinkel α nach $a'c'a'_1$ in eine zur V.E. parallele Lage umgedreht und $c'a'_1 = r \sec \alpha$ nach $c'a'_2 = c'a'_3$ abgetragen, so dann jede dieser Strecken in zehn gleiche Teile geteilt und durch die Teilpunkte Senkrechte zu ac resp. $a'c'$ gezogen, welche den Kreisumfang $aebd$ resp. $a'e'b'd'$ in den verlangten Punkten schneiden.

Um die Figur nicht übermäßig zu überladen, ist diese Konstruktion in der H.E. unterblieben und nur in der V.E. ausgeführt worden. Auf diese Weise sind z. B. die Punkte $v'v'$ erhalten worden, in welchen der Zosphotenkreis $+2+2$ den äußern Kugelkreis $a'e'b'd'$ berührt.

93. Zieht man im hellsten Punkt f' an den Kreisumfang $a''e''b''d''$ eine Tangente $a''_2s''_1$, so schneidet diese auf dem verlängerten Halbmesser ($c''a''$, ca) den Maximalpunkt (a''_2 , a_2) unmittelbar ab , und ebenso erhält man auch in den Schnittpunkten II, IV, VI, ... die Teilpunkte der Beleuchtungsstake, welche auf $ca_2 = ca_3$ in der H.E., oder nach $c'a'_2 = c'a'_3$ in die V.E. übertragen, die verlangten Zosphotenpunkte der Umrißkreise $aebd$ und $a'e'b'd'$ liefern.

Ganz ebenso erhält man auch die Zosphotenpunkte irgend eines andern Parallelkreises der Kugel.

Um z. B. die Zosphotenpunkte des Parallelkreises ($r''t''$, ru_1u_2t) zu erhalten, verlängere man $r''t''$ nach beiden Seiten, bis diese Gerade $f''s''_1$ in x_2 und $c''g''$, verlängert, in o_2 schneidet. Dann ist o_2 der Nullpunkt

und x_2 der Maximalpunkt der zugehörigen Beleuchtungsstufen und die Punkte Π_2, IV_2, VI_2, \dots sind zugleich die Teilpunkte derselben, welche die Isofototenpunkte auf bekannte Weise liefern.

Man wird bemerken, daß die durch die Tangenten $f's''_1, r's''_2, \dots$ bei der Umdrehung erzeugten Kegelflächen $f's''_1\varphi'', r's''_2t'', \dots$ mit den Parallelkreisen $f'\varphi'', r't'', \dots$ dieselbe Beleuchtung haben und daß somit die vorigen Erklärungen über die Bestimmung der Isofototenpunkte beliebiger Parallelkreise der Kugel zugleich auch für die Kreiskegelfläche und aus gleichem Grunde auch für jede andere Umdrehungsfläche gelten. Für die Kegelfläche $f's''_1\varphi''$ hat man z. B. zur Bestimmung des Nullpunktes o_1 , da $\sphericalangle o_1c''o''_1 = \alpha$ und $o''_1c'' = S_1$, die Subnormale des zugehörigen Punktes f'' ist, $o''_1o_1 = S_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha$, und zur Bestimmung des Maximalpunktes f'' , da $\sphericalangle a''c''f'' = \alpha$ und $c''f'' = r = N$, die Normale des Punktes f'' bedeutet, $o_1f'' = c''a''_2 = c''f'' \cdot \sec \alpha = r \cdot \sec \alpha = N \cdot \sec \alpha$, wie früher (siehe § 80).

94. III. Methode. Durch Zerlegung des nach der Lichtrichtung (l, l') einfallenden Lichtbündels in zwei rechtwinklige Seitenlichtbündel, den einen parallel zu cl (oder der X -Achse) und den andern senkrecht zur H.E. (oder parallel zur Z -Achse), bezw. den einen parallel zur $c'l'$ und den andern senkrecht zur V.E., lassen sich die elliptischen Projektionen der Isofototenkreise ebenfalls finden. Wir haben diese Konstruktion ebenfalls

nur im Aufriß wirklich ausgeführt und damit die elliptischen Aufrißprojektionen wie folgt erhalten. Die Isofototen des ersten Lichtbündels, parallel zu $c'l'$, sind Kreise, die sich als Gerade, senkrecht zu $c'a'$, projizieren, und erhalten werden, wie bereits in § 93 angegeben worden ist, indem man nämlich $\sphericalangle a'c'a'_1 = \alpha$ macht, $c'a'_1$ nach $c' + 10$ und $c' - 10$ abschlägt, jede dieser Strecken als Intensitätsstufe $= r \sec \alpha$ in zehn gleiche Teile teilt und durch die Teilpunkte Senkrechte zu $c'a'$ zieht. Die letztern sind dann die sich als Gerade projizierenden Isofototenkreise des zu $c'a'$ parallelen Seitenlichtbündels. Die Isofototen des zur V.E. senkrechten Seitenlichtbündels sind dagegen Kreise, die sich im Aufriß als konzentrische Kreise und im Grundriß als Gerade, parallel zur Projektionsachse $X'X'$, darstellen. Radien dieser Kreise zu erhalten, mache man im Grundriß $cd_2 = cd_3 = cd_4 = r \operatorname{cosec} \alpha$, teile jede dieser Strecken als Intensitätsstufe in zehn gleiche Teile und errichte in den Teilpunkten, wie $+2_1, +4_1, \dots$, Senkrechte, wie $+2_1w, +4_1e, \dots$, so sind dies die verlangten Radien, womit man nun im Aufriß die entsprechenden (punktgestrichelten) Kreise $+2_1, +4_1, +5_1, \dots$ aus dem Centrum c' beschreibt.

Die Punkte, in welchen sich die zugehörigen, d. h. diejenigen Isofototen beider Systeme schneiden, deren algebraische Summe ihrer Beleuchtungsintensitäten konstant und je gleich der Beleuchtungsintensität der betreffenden Isofotote ist, liefern das Isofototensystem des ursprünglichen Lichtbündels, dessen Richtung (l, l') ist.

So geht z. B. die Ellipse $+4 + 4$ (im Aufriß), deren Beleuchtungsintensität $0,4$ ist, durch die Schnittpunkte von $+5_1 - 1'$, $+4_1 0$, $+2_1 + 2'$, . . ., deren Beleuchtungsintensitäten zusammen in der That konstant $= +0,4$ ist.

Auf diese Weise erhält man mit Ausnahme der Lichtpole das Isophotenensystem der Kugelfläche auf einmal. Die Lichtpole k und k' , welche diese Konstruktion nicht giebt, muß man, wie schon gezeigt, besonders bestimmen. Man erhält dieselben übrigens auch unabhängig von der zweiten Vertikalprojektion der Kugel, indem man den Neigungswinkel α in eine zur H.E. parallele Lage aca_1 , resp. in eine zur V.E. parallele Lage nach $a'c'a'_1$ umdreht und $k_1 k' \perp ac$ resp. $k'_1 k'_1 \perp a'_1 c'_1$ zieht. Die Punkte k, k' sind dann die verlangten Lichtpole oder die hellsten Punkte sowohl in der Grundriß- als in der Aufrißprojektion.

95. In Fig. 34 haben wir noch die Isophoten einer konkaven oder hohlen Halbkugel dargestellt. Dieselben sind, wie man sieht, den Isophoten der konvexen oder erhabenen Kugel der Lichtrichtung gerade entgegengesetzt, d. h. der Lichtpol $+10$ kommt im Grundriß nach hinten auf l und im Aufriß nach unten auf l' , und vom Mittelpunkt c resp. c' ebenso weit entfernt zu liegen, als er bei der konkaven oder hohlen Kugel im Grundriß nach vorne und im Aufriß nach oben zu liegen kommt. Ähnliche Lage erhalten die Isophoten auch bei allen hohlen Umdrehungsflächen, so z. B. bei der Hohlkehle, der Einziehung zc.

96. Auf gleiche Weise ist man nun auch im Stande, die Isophoten oder die Linien gleicher Lichtintensität irgend einer andern Umdrehungsfläche zu bestimmen. Denn man hat nur eine Reihe von Parallelkreisen auf der betreffenden Umdrehungsfläche anzunehmen und, wie in §§ 93 und 94 näher angegeben ist, die Isophotenpunkte derselben zu suchen. Zudem man alsdann die gleichnamigen Isophotenpunkte der verschiedenen Parallelkreise miteinander verbindet, erhält man die verlangten Isophoten oder Linien gleicher Lichtintensität selbst. Wir werden später unter den Übungsbeispielen solche Aufgaben noch besonders zur Behandlung bringen. Vorerst sollen jedoch noch einige Beispiele über die Bestimmung der Isophoten der Cylinder- und Kegelflächen zc. in parallel- und polarperspektivischer Darstellung behandelt werden.

d) Beleuchtung der Cylinder- und Kegelflächen zc. in parallel- und polarperspektivischer Darstellung.

(Fig. 35—44, Blatt 7—9.)

97. Um die Isophoten der Cylinder- und Kegelflächen in parallel- und polarperspektivischer Darstellung zu erhalten, hat man den gleichen Gang einzuhalten wie bei der gewöhnlichen orthogonalen Darstellung. Demnach hat man dieselben Operationen und Konstruktionen, die zum Aufsuchen der Isophoten bei der einfach rechtwinkligen

Projektionsart nötig waren, hier in gleicher Weise zu wiederholen.

98. In Fig. 35 und 36, Blatt 7, haben wir zunächst die Nuphoten der senkrechten kreisförmigen Cylinder- und Kegelfläche in orthographischer, parallelperspektivischer Darstellung ausgeführt. Dabei ist das monodimetrische Projektionssystem:

$z : x : y = 1 : 1 : \frac{1}{2}$ zu Grunde gelegt, wofür die Projektionen $z = x = 0,9428$ und $y = 0,4714$ (deren wahre Größe $s = 1$ angenommen) und die Achsenwinkel $\eta = 7^\circ 11'$ und $\theta = 41^\circ 25'$ betragen*).

Behufs der orthographisch-parallelperspektivischen Darstellung der senkrechten Kreiszylinder- und Kreiskegelfläche, deren Grundkreis K in der XY -Ebene liegend und deren Drehachse der Z -Achse parallel angenommen wird, konstruieren wir zuerst in Fig. 37 die zweimalige axonometrische Umlegung der durch OL , Ol gegebenen Sichtichtung, indem wir l_0 parallel OY , $l_0 l_1$ senkrecht OX und gleich $2 l_0 l_1$ und $l_1 l_2$ senkrecht Ol_1 und gleich $l_1 l_2$ machen. Ol_1 ist alsdann die axonometrisch umgelegte Grundrißprojektion der Sichtichtung und $\sphericalangle l_1 Ol_1 = \alpha$ der Winkel, den die Sichtichtung mit ihrer Grundrißprojektion einschließt.

99. Im weitem konstruieren wir nun (Fig. 35 und 36) den in die Papierebene axonometrisch um-

*) Siehe 4. Heft unserer „Anleitung zum Linearzeichnen“, S. 53.

gelegten Grundkreis K_1 , dessen Centrum C_1 und dessen Durchmesser die im Verhältnis von $1 : 0,9428$ verkürzte Projektion des wirklichen Durchmessers des Grundkreises K (Fig. 38) in wahrer Größe ist. Der Kreis K_1 und dessen parallelperspektivische Projektion k in der Ebene XY sind affin und in affiner Lage, und die Achse OX ist die Affinitätsachse. Die parallelperspektivische Projektion k des Grundkreises zu erhalten, bestimme man daher zuerst den Punkt c ihres Centrums, indem man $C_1 c_0$ senkrecht OX und $c_0 c$ parallel OY und gleich $\frac{1}{2} C_1 c_0$ zieht. Die Richtung der großen Achse der Ellipse k ist bekanntlich für die vorliegende Projektionsart senkrecht und die der kleinen Achse parallel zur Achse OZ *). Zieht man daher durch c eine Senkrechte und eine Parallele zu OZ und verbindet den Punkt γ , in welchem letztere die Achse OX schneidet, mit C_1 und zieht durch die Punkte D_1 und E_1 , worin die verlängerte γC_1 den Kreis K_1 schneidet, Parallelen mit $C_1 c$, welche die verlängerte γc in d und e schneiden, so sind dies die Endpunkte der kleinen Achse der Ellipse k . Zieht man durch C_1 die Gerade $A_1 B_1$ senkrecht $D_1 E_1$ und durch A_1 und B_1 Parallelen mit $C_1 c$, so schneiden diese die durch c zu OZ gezogene Senkrechte in a und b , den Endpunkten der großen Achse.

Beachtet man aber, daß für das Achsenverhältnis $1 : 1 : \frac{1}{2}$ die kleine Achse $de = \frac{1}{3} ab$, d. h. $\frac{1}{3}$ der

*) Siehe 4. Heft unserer „Anleitung“, S. 59.

großen Achse ist*), so kann man auch unmittelbar für ab die unverkürzte Größe des gegebenen Durchmessers des Grundkreises K und für de den dritten Teil davon nehmen. Mit den beiden Achsen ab und de ist alsdann die Ellipse selbst bestimmt. Die Konstruktion derselben ist übrigens in Fig. 38 nach der früheren Anleitung für die orthographisch-monodimetrischen Projektionen**) noch besonders angegeben. Man teile den aus C mit CA , dem Radius in wahrer Größe, beschriebenen Grundkreis K in eine bestimmte Anzahl gleicher Teile, wie $AH = HF = FE$ zc., ziehe die zu AB Senkrechten FG, HJ zc., ziehe die Achsen CX und CY , so daß $\sphericalangle BCX = \eta = 7^{\circ}11'$ und $\sphericalangle ACY = \theta = 41^{\circ}25'$ beträgt; verkürze die Abstände CI, CII, \dots mittels des orthographisch-monodimetrischen Verkürzungsmaßstabes (Fig. 39)***) und trage die Verkürzungen $D'E', D''E'', \dots$ nach $C1, C2, \dots$; alsdann ziehe man durch $1, 2, \dots$ Parallelen mit CY und mache $1f = 1g$, sowie $2h = 2i$ zc. gleich den respektiven Verkürzungen $D'E'_1, D'E''_1$ von IF, IIH zc., so erhält man durch Verbindung der erhaltenen Punkte $g, i, A, a, h, f \dots$ die verlangte Ellipse als orthographisch-monodimetrische Projektion des Grundkreises K der gegebenen Cylinder- und Kegelfläche in der XY -Ebene.

*) Siehe 4. Heft unserer „Anleitung“, S. 60.

**) Siehe ebend. § 87 und 89, S. 55–57.

***) Siehe ebend. § 77, S. 47.

Für den vorliegenden Fall, wo die kleine Achse de gerade $\frac{1}{3}$ der großen Achse ab der Ellipse ist, kann man sich auch zur Konstruktion der letztern mit Vorteil des Winkelmaßstabes (Fig. 41) bedienen, bei dem $BC = \frac{1}{3} AB$ und mittels welchem die senkrechten Verkürzungen $I_1f_1 = I_1g_1 = \frac{1}{3} IF, I_1h_1 = I_1i_1 = \frac{1}{3} IIH$ zc. unmittelbar erhalten werden können.

In Fig. 40 haben wir endlich auch noch den orthographisch-monodimetrischen Vergrößerungsmaßstab aufgenommen, vermittelt welchem man die verkürzten Dimensionen in wahrer Größe bestimmen kann*).

100. Um nun die Naphotenpunkte des Grundkreises der Cylinderfläche (Fig. 35) zu erhalten, ziehe man C_1p (in Fig. 35) parallel OL_1 (in Fig. 37) und mache C_1M_1 (in Fig. 35) gleich OL_1 (in Fig. 37), so ist C_1 der Nullpunkt und M_1 der Maximalpunkt der Intensitätsstake des Grundkreises K_1 . Teilt man daher C_1M_1 in zehn gleiche Teile und zieht durch die Teilpunkte Senkrechte zu C_1M_1 , so schneiden diese den Kreisumfang K_1 in den verlangten Naphotenpunkten, welche dann noch in die axonometrische Projektion k zu übertragen sind, indem man durch dieselben mit C_1c Parallelen zieht, wie bei $+6$ und -6 durch Hilfslinien

*) Siehe 4. Heft unserer „Anleitung“, § 78, S. 48.

angedeutet ist. Die Hofphotenpunkte der Ellipse k können aber auch hier direkt erhalten werden, indem man c mit p verbindet und rückwärts — als Richtung der Intensitätsstake — gehörig verlängert, $M_1 m \parallel C_1 c$ zieht und cm in zehn unter sich gleiche Teile teilt, den in C_1 auf $C_1 p$ senkrechten Durchmesser $o_1 o_1$ bis q auf $O X$ verlängert, q mit c verbindet und mit der Verbindungslinie qc durch die Teilpunkte Parallelen zieht. Die Punkte (wie $+6$ und -6), worin diese den Umfang der Ellipse k schneiden, sind alsdann die verlangten Hofphotenpunkte.

Zieht man endlich durch die erhaltenen Hofphotenpunkte Parallelen zur Achse os , so erhält man die verlangten Hofphoten der Cylinderfläche in parallel-perspektivischer Darstellung selbst.

101. Bei tuv haben wir noch den Schlag Schatten angegeben, den die Cylinderfläche im Innern auf sich selbst wirft. Dabei findet man die einzelnen Punkte der Schlag Schattenkurve, indem man durch die einzelnen Schattenwerfenden Punkte w des obern Kreisumfangs Strahlen parallel OL (in Fig. 37) und durch die entsprechenden Punkte w_1 Strahlen parallel OI (in Fig. 37) zieht und in u_1 , wo letztere den untern Kreisumfang durchschneiden, Senkrechte errichtet, welche die erstern in u , den verlangten Punkten, schneiden.

102. Um ebenso die Hofphoten der Kegelfläche Fig. 36 zu erhalten, ziehe man wieder vor allem $C_1 p$

parallel OI_1 (in Fig. 37) als Richtung der umgelegten Intensitätsstake, mache $cf = C_1 A_1$, gleich dem Radius des umgelegten Grundkreises K_1 , verbinde f mit s und ziehe fg senkrecht fs , trage fg nach $O h_1$ (in Fig. 37) und cg nach $O i_1$ (in Fig. 37), errichte (in Fig. 37) die Senkrechten $h_1 H_1$ und $i_1 J_1$ und mache $C_1 N_1$ (Fig. 36) $= i_1 J_1$ und $C_1 M_1$ (Fig. 36) $= O H_1$, so sind N_1 und M_1 die Fundamentalepunkte der Intensitätsstake, womit die Hofphotenpunkte des umgelegten Grundkreises K_1 gefunden werden können. Wir haben diese Konstruktion, da sie jenen in Fig. 35 ganz gleich ist, nicht mehr wirklich ausgeführt, dafür aber haben wir die Hofphotenpunkte der Ellipse k direkt bestimmt. Dazu ziehen wir cp gehörig verlängert und tragen die Fundamentalepunkte M_1 und N_1 nach m und n auf pc über, ziehen also $M_1 m$ und $N_1 n$ parallel $C_1 c$ und teilen die Strecke nm in zehn gleiche Teile, errichten in N_1 auf $N_1 p$ eine Senkrechte, welche $O X$ in q schneidet, verbinden q mit n und ziehen mit der Verbindungslinie qn durch die Teilpunkte (wie $+7$) Parallelen, so schneiden diese den Ellipsenumfang k in den gesuchten Hofphotenpunkten ($+7$, $+7$), welche, mit der Kegelspitze s verbunden, die verlangten Hofphoten der Kegelfläche selbst (wie $+7s$, Os , ...) liefern.

103. In Fig. 44, Blatt 9, haben wir ebenso die Hofphoten einer senkrechten Kreiscylinderfläche in klinographisch-monodimetrischer Darstellung nach

dem Projektionsssystem $1:1:\frac{1}{2}$ und $\theta = 45^\circ$ ausgeführt*).

Zur Auffindung der schiefen Projektion k aus der gegebenen wahren Größe des Grundkreises K wird man sich mit Vorteil des Halbierungsmaßstabes (Fig. 46) bedienen, worin $BC = \frac{1}{2} AB$. Beschreibt man nämlich mit $AD = CD_1$ (in Fig. 44) einen Kreisbogen DE , so ist $DE = Cd = \frac{1}{2} CD_1$ (in Fig. 44) zc.

Indem wir hinsichtlich der Bestimmung der Isophoten den gleichen Gang einhalten wie bei der orthographisch-monodimetrischen Darstellung in Fig. 35, konstruieren wir auch hier zuerst die zweimalige axonometrische Umlegung der in Fig. 45 durch OL , Ol gegebenen Projektionen der Sichtrichtung, indem wir $l_0 \parallel OY$, $l_0 l_1 \perp OX$ und $= 2 l_0$, $l_1 l_2 \perp OY$ und $= l_1$ machen. Der Winkel $l_1 O l_2 = \alpha (= 35^\circ 16')$ ist alsdann der Neigungswinkel, den die Sichtrichtung sowohl mit ihrer Aufsicht- als mit ihrer Grundrißprojektion bildet, und Ol_2 ist die in die Ebene YOX umgelegte Grundrißprojektion, die im vorliegenden Fall, wie man sieht, mit der Achse OY zusammenfällt.

Denken wir uns daher den Grundkreis K der Cylinderfläche, dessen Centrum in C und dessen Radius $Ca = r$ in wahrer Größe gegeben, in die Bild-

fläche XZ umgelegt, sodann $CA_1 \parallel OY$ (in Fig. 45) gezogen und $\sphericalangle A_1 CA_2 = \alpha = 35^\circ 16'$ gemacht, $A_1 A_2$ senkrecht zu CA_1 errichtet und CA_2 nach CM_1 geschlagen, die Strecke CM_1 in 10 gleiche Teile geteilt und auf die Teilpunkte (wie bei +5) Senkrechte errichtet, so werden diese den Umfang des umgelegten Grundkreises K_1 in den verlangten Isophotenpunkten (wie +5) durchschneiden, und es erübrigt dann nur noch, diese Punkte in die schiefe Projektion k des Grundkreises K zu übertragen und die zugehörigen Mantellinien zu ziehen, um die verlangten Isophoten der Cylinderfläche in schiefer Darstellung zu erhalten.

Da die Figuren k und K_1 ebenfalls affin und bezüglich der Achse CX in affiner Lage sind, so erhält man, nachdem man einen Punkt, z. B. a , direkt bestimmt, also $a_0 a \parallel CY$ gezogen und $= \frac{1}{2} a_0 A_1$ gemacht hat, die übrigen Punkte leicht durch Parallelen wie $0_1 0$, $+5_1 +5$, ... zu $A_1 a$ und $0_0 0$, $+5_0 +5$, ... zu $a_0 a$. Auf gleiche Weise kann die schiefe Projektion k aus K_1 selbst gefunden werden. Auch kann man, wenn man will, $M_1 M \perp CM_1$ und $Mm \parallel C_0$ ziehen und CM oder Cm je in 10 unter sich gleiche Teile teilen und durch die Teilpunkte mit Mm oder C_0 Parallele ziehen, um auf k die verlangten Isophotenpunkte direkt zu erhalten.

*) Siehe 4. Heft unserer „Anleitung“, §§ 116, 164, 174, 175 und 180, S. 70, 106, 112–114.

104. In Fig. 42 und 43, Blatt 8, haben wir ebenso die Isophoten der senkrechten Kreiscylinder- und

Kreisgefläch in centraler oder polarperspektivischer Darstellung ausgeführt.

Dabei handelt es sich wieder, nachdem die polarperspektivischen Projektionen dieser Flächen gefunden sind*), zuerst um die Bestimmung der Isophotenpunkte des Grundkreises K . Ist dieser, wie in unsern Beispielen, in einer zur Bildfläche senkrechten Ebene gegeben, so konstruieren wir zunächst die orthogonale Projektion der Lichtrichtung in der Ebene des Grundkreises, sowie den Winkel α , welchen diese Projektion mit der Lichtrichtung bildet. Alsdann denken wir uns diese Ebene, wie in Fig. 42 bei der Cylinderfläche, um die Grundlinie oder Schnittlinie mit der Bildfläche samt dem Grundkreis und der orthogonalen Projektion der Lichtrichtung in die Bildebene umgelegt. Auf dem so umgelegten Grundkreis K_1 suchen wir nun die Isophotenpunkte und bringen sie hierauf wieder in die polarperspektivische Projektion k des Grundkreises zurück. Ist der Grundkreis K wie in Fig. 43 in der Grundrißebene selbst gegeben, so wird die Konstruktion der Isophoten desselben in dieser Ebene auf bekannte Weise ausgeführt und werden alsdann die Isophotenpunkte in die polarperspektivische Projektion k des Grundkreises übertragen.

105. Bezüglich der Ausführung der angedeuteten Konstruktionen ist noch zu bemerken, daß in beiden Fi-

*) Siehe 4. Heft unserer „Anleitung“, §§ 260 und 261, Seite 153 und 154.

guren in GG die Grundlinien der Bildfläche, in DD_1 der Horizont, in A der Augpunkt, in D und D_1 die beiden Distanzpunkte, in P_1 der in die Bildfläche umgelegte Pol oder das Auge selbst, in F der Fluchtpunkt oder Verschwindungspunkt der Lichtrichtung und in c das Centrum des perspektivischen Grundkreises angenommen worden ist. Bezüglich der Fig. 42 ist noch weiter zu bemerken, daß cM_1 parallel P_1D_1 gezogen, $\sphericalangle l_1cL_1 = \alpha$, dem Neigungswinkel, welchen die Lichtrichtung mit ihrer horizontalen Projektion bildet, gleichgemacht, $cL_1 = cl_1 \cdot \sec \alpha$ nach cM_1 abgeschlagen und die Strecke cM_1 in 10 gleiche Teile geteilt wird cc , und daß endlich die Teilpunkte auf cM_1 durch Senkrechte nach cM , und durch Strahlen, die durch D gehen, nach k gebracht werden. Für die Isophotenpunkte $+7, +7$, sowie für die Fundamentalpunkte c und m sind diese Konstruktionen durch Hilfslinien angedeutet.

Man sieht, daß auf diese Weise die Punkte der centralen Projektion k aus den entsprechenden der umgelegten orthogonalen Projektion K_1 des Grundkreises selbst erhalten werden können. Denn beide Figuren, k und K_1 , sind kollinear — GG ist ihre Kollineationsachse und P_1 ihr Kollineationscentrum —, und als solche stehen diese Figuren in solcher Beziehung zu einander, daß bei den gegebenen Bestimmungsstücken die eine (k) leicht aus der andern (K_1) gefunden werden kann. Indem man durch die gefundenen Isophotenpunkte, wie $0, +7, \dots$, Erzeugungslinien oder Mantellinien zieht,

erhält man endlich die verlangten Isophoten $00, + 7$
 $+ 7, \dots$ der Zylinderfläche in polarperspektivischer
 Darstellung selbst.

106. Bei der Kegelfläche in Fig. 43 könnte man
 natürlich auf gleiche Weise verfahren. Wir haben aber,
 wie bereits bemerkt, hierbei ein etwas elementarerer
 Verfahren eingehalten, d. h. wir haben zuerst die Iso-
 photenpunkte des Grundkreises K in der Grundrißebene
 gesucht und alsdann dieselben auf gewöhnliche Weise
 in die polarperspektivische Projektion k übertragen.
 Hierbei ist wieder GG die Grundlinie der Bildfläche,
 DD_1 der Horizont, A der Augpunkt, D und D_1 die
 Distanzpunkte, P_1 der in die Bildfläche ungelegte Pol
 und F der Fluchtpunkt der Sichtrichtung, sowie K der
 Grundkreis, C dessen Mittelpunkt, $c'f' = Cf = r$
 der Radius desselben und $c's' = h$ die Höhe der
 Kegelfläche.

Um alsdann die Isophotenpunkte des Grundkreises
 zu bestimmen, ziehen wir cD_1 bis l (in GG) ver-
 längert, sowie Cl , errichten in l auf Cl die Senkrechte
 ll_1 und auf GG die Senkrechte $l'l'$ und machen ll_1
 $= l'l'$ und ziehen Cl_1 , so ist $\sphericalangle lCl_1 = \alpha$ der in
 die Grundrißebene ungelegte Neigungswinkel, den die
 Sichtrichtung mit ihrer Grundrißprojektion bildet. Zieht
 man alsdann $f'g' \perp f's'$, macht $ci = c'g'$ und
 $Ch = g'f'$ und errichtet in i und h die Senkrechten
 iJ_1 und hH_1 und trägt iJ_1 nach CN und CH_1
 nach NM , so sind N und M die Fundamentaltunkte

der Intensitätskale für die Konstruktion der Isophoten-
 punkte des Grundkreises. Diese erhält man nun auf
 bekannte Weise, indem man die Strecke CM in 10 gleiche
 Teile teilt und durch die Teilpunkte zu CM Senkrechte
 errichtet, welche den Kreisumfang K in den verlangten
 Isophotenpunkten, wie bei $+ 6$ angedeutet, durch-
 schneiden. Diese Punkte übertragen wir nun von K
 auf k in gleicher Weise, wie die übrigen Punkte der
 polarperspektivischen Projektion aus dem gegebenen
 Grundkreis übertragen werden. Um z. B. den Punkt
 n (auf lD_1) zu erhalten, projiziere man N (auf lC) nach
 n_1 (auf GG) und ziehe n_1A , mache $n_1n_2 = n_1N$
 und ziehe n_2D , welche Gerade n_1A in dem verlangten
 Punkt n schneidet. Ebenso ist der mit p bezeichnete
 Isophotenpunkt $+ 2$ erhalten worden durch die beiden
 Strahlen p_1A und p_2D , wobei $Pp_1 \perp GG$ und
 $p_1p_2 = p_1P$ zc.

Zugleich ist an einigen Punkten auch das Ver-
 fahren angedeutet, wie die polarperspektivische Projektion k
 samt den Isophotenpunkten als central-kollineare Figur
 des Kreises K in Beziehung auf die Grundlinie GG
 als Kollineationsachse und auf den Distanzpunkt E als
 Kollineationszentrum (wofür aus Platzmangel jedoch nur
 der Vierteldistanzpunkt $\frac{E}{4}$ *) angenommen werden konnte)
 gefunden werden kann. Um auf diese Weise z. B. den

*) Siehe 4. Heft unserer „Anleitung“, §§ 231–237,
 S. 136–140.

dem Punkt Q (+ 4) entsprechenden Punkt q (+ 4) im polarperspektivischen Bilde zu finden, ziehe $Qq_1 \perp GG_1$, verbinde q_1 mit A, teile $q_1 A$ in 4 gleiche Teile, verbinde den dritten Teilpunkt ε mit $\frac{E}{4}$ und ziehe damit durch Q eine Parallele. Diese wird dann $q_1 A$ im verlängerten Punkt q schneiden.

III.

Von der zusammengesetzten geometrischen oder scheinbaren Beleuchtung.

(Fig. 47—79, Blatt 9—10.)

107. Als Grundlage der zusammengesetzten geometrischen, relativen oder scheinbaren Beleuchtung nehmen wir an, die Beleuchtung der Körper werde wieder durch Sonnenlicht, also durch parallele Lichtstrahlen erzeugt und von einem Standpunkt aus betrachtet, der im Unendlichen in der Projektionsrichtung vom beleuchteten Körper entfernt liegt, aber so, daß die Seherichtung nicht mehr mit der Lichtrichtung zusammenfällt, wie dies bei der wahren Beleuchtung angenommen worden ist.

108. Gehen wir daher wieder von einer Ebene aus, so wird deren scheinbare Beleuchtungsintensität offenbar ihrer wahren oder absoluten Beleuchtungsintensität proportional sein, zugleich aber auch sich nach dem Winkel richten, welchen die Normale zur Ebene mit der Seherichtung bildet. Da dieselbe, wie leicht zu begreifen, abnimmt, wie dieser Winkel zunimmt und umgekehrt, so kann man den daher rührenden Einfluß durch

den Kosinus dieses Winkels ausdrücken. Bezeichnet man demnach die scheinbare Beleuchtungsintensität oder Helligkeitsintensität derselben Ebene mit H, die wahre Beleuchtungsintensität wie im ersten Teile mit J und den Winkel, welchen die Normale derselben mit der Seherichtung einschließt, mit σ , so ist, wenn C eine Konstante bezeichnet:

$$H = CJ \cos \sigma \quad (I),$$

oder, wenn für J der Wert aus Gleichung (I), § 46, substituiert wird,

$$H = CJ' \cos \alpha \cos \sigma \quad (II).$$

Hierin bedeutet CJ' die scheinbare Beleuchtungsintensität einer Ebene oder eines Flächenelementes, auf der oder auf dem Licht- und Seherichtung senkrecht stehen. Diese Beleuchtung nehmen wir als Einheit an. Setzen wir also $CJ' = 1$, so folgt:

$$H = \cos \alpha \cos \sigma \quad (III),$$

d. h. die scheinbare Beleuchtungsintensität einer ebenen Fläche oder eines Flächenelementes ist proportional dem Produkt aus

den Kosinussen der Winkel α und σ , welche die Normale derselben oder desselben mit der Lichtrichtung und Seherichtung macht.

Wird in der obigen Gleichung (III') der Winkel α größer als 90° , so wird $\cos \alpha$ negativ und damit auch die scheinbare Beleuchtungsintensität H negativ. Eine solche negative Beleuchtungsintensität gewinnt auch hier eine wirkliche Bedeutung, wenn wir annehmen, die Fläche werde nicht nur von einem direkten, sondern auch von einem indirekten, reflektierten Lichtbündel beleuchtet, der dem erstern gerade entgegengesetzt ist, im Vergleich mit diesem aber eine merklich schwächere Intensität besitzt.

Diese Annahme ist in der That gestattet, weil die Reflexbeleuchtung, welche das Sonnenlicht im Selbstschatten einer beleuchteten Fläche hervorbringt, vorzugsweise durch parallele Lichtstrahlen erzeugt wird, die den direkten Sonnenstrahlen gerade entgegengesetzt, der Intensität nach aber schwächer als diese sind.

109. Um nun auch hier ein regelmäßiges Zuspengensystem einer beleuchteten krummen Fläche zu erhalten, nach welchem die Abstufung der Tusch- oder Farbentöne leicht ausgeführt werden kann, bestimmen wir eine entsprechende Anzahl Zuspengen oder

Hellekurven derart, daß der Beleuchtungsunterschied je zweier aufeinanderfolgender Zuspengen wiederum derselbe ist. Die Intensitätenreihe ist hier jedoch nach beiden Seiten in engere Grenzen eingeschlossen als bei der wahren Beleuchtung. Denkt man sich den Winkel $2\omega = (90^\circ - \alpha)$, den die Lichtrichtung mit der Seherichtung in der Ebene XZ macht, halbiert, so giebt die Halbierungslinie dieses Winkels dort, wo sie die krumme Fläche durchschneidet, die hellsten Punkte (die positiven Hellepole) im direkten Licht der beleuchteten Fläche an. Denkt man sich ebenso den zu $\alpha = (90^\circ - 2\omega)$ gehörenden Nebenwinkel halbiert, so giebt die Halbierungslinie dieses Winkels dort, wo sie die krumme Fläche durchschneidet, die hellsten Punkte (die negativen Hellepole) im indirekten oder reflektierten Lichte der beleuchteten Fläche an. Von diesen Hellepolen ist je einer im Grund- und Aufsicht unsichtbar, je der andere aber sichtbar.

Für den sichtbaren positiven Hellepol findet man aus Gleichung (III'), weil für diesen Punkt sowohl die Lichtrichtung als die Seherichtung mit der Normale den gleichen Winkel $\omega = \frac{1}{2}(90^\circ - \alpha)$ bildet, die größte positive scheinbare Beleuchtungsintensität:

$$H_{\max.} = \cos^2 \omega = \frac{1}{2} [1 + \cos 2\omega] = \frac{1}{2} [1 + \sin \alpha] \quad (IV')$$

und für den sichtbaren negativen Hellepol die größte negative scheinbare Beleuchtungsintensität:

$$H_{\min.} = -\sin^2 \omega = -\frac{1}{2} [1 - \cos 2\omega] = -\frac{1}{2} [1 - \sin \alpha] \quad (V')$$

Nehmen wir nun den Winkel α , den die Lichtrichtung | rifebene macht, wie gewöhnlich = $35^\circ 16'$ an, so er-
mit ihren Projektionen auf der Grundriß- und Aufriß- | hält man:

$$H_{\max.} = \cos^2 \left(\frac{90^\circ - \alpha}{2} \right) = \cos^2 27^\circ 22' = 0,78869 \text{ oder rund } 0,79$$

$$\text{und } H_{\min.} = -\sin^2 \left(\frac{90^\circ - \alpha}{2} \right) = -\sin^2 27^\circ 22' = -0,21130 \text{ oder rund } = -0,21.$$

Die Intensitätenreihe für die scheinbare Be- | und andererseits mit der Intensität $-0,21$ begrenzt,
leuchtung ist also einerseits mit der Intensität $+0,79$ | und es ist demnach für diese Beleuchtungsart allgemein:

$$H = H_{\max.}, + \dots, + \frac{3}{n}, + \frac{2}{n}, + \frac{1}{n}, + 0, - \frac{1}{n}, - \frac{2}{n}, - \frac{3}{n}, - \dots, - H_{\min.} \quad (VI)$$

oder, wenn man wieder n gleich 10 setzt:

$$H = 0,79, +0,7, +0,6, +0,5, +0,4, +0,3, +0,2, +0,1, +0, -0,1, -0,2, -0,21. \quad (VII')$$

110. Von allen Isophengen oder Hellekurven dieses Systems zeichnet sich auch hier die der Intensität 0 (Null) entsprechende Isophenge durch besondere Einfachheit aus. Dieselbe besteht nämlich aus zwei Teilen, von denen der eine diejenige Kurve ist, in welcher die beleuchtete Fläche berührt wird von der zur Lichtrichtung parallelen umhüllenden Cylinderfläche, und der andere diejenige, in welcher die beleuchtete Fläche von der zur Seherichtung parallelen umhüllenden Cylinderfläche berührt wird. Die erste Berührungskurve bildet die Grenze zwischen Licht und Schatten, die andere die Grenze zwischen dem sichtbaren und unsichtbaren Flächenteile und erscheint demnach als Umriß der Parallelprojektion.

ebene senkrecht und für die Aufrißprojektion ist sie auf der Aufrißebene senkrecht. Wir erhalten daher für jede dieser Projektionen ein besonderes Isophengensystem des Grundrisses — Grundrißisophengen — und ein Isophengensystem des Aufrisses — Aufrißisophengen.

Einzig bei der Kugelfläche sind unter der Voraussetzung, daß die Lichtrichtung mit der Grundrißebene und der Aufrißebene denselben Winkel ($\alpha = 35^\circ 16'$) bildet, die Grundrißisophengen und Aufrißisophengen einander gleich. Man braucht daher in diesem Fall nur die einen, z. B. die Grundrißisophengen, direkt zu bestimmen und dieselben alsdann in die andere Projektionsebene zu übertragen.

111. Bei der orthogonalen Projektion ist für die Grundrißprojektion die Seherichtung auf der Grundriß-

Bei der zur Grundrißebene senkrechten Kreisbogenfläche sind dagegen — selbst unter der vorhin ange-

gebenen beschränkenden Voraussetzung — die Grundrißisophengen von den Aufrißisophengen ganz verschieden. Sowohl diese wie jene sind Mantellinien; allein dieselben fallen keineswegs zusammen, sondern sind vielmehr ihrer Anzahl und Lage nach verschieden.

Bei der zur Grundrißebene senkrechten Kreiszylinderfläche giebt es — unter der gleichen Voraussetzung — nur Aufrißisophengen, indem die Grundrißisophengen in Isophengenpunkte übergehen. Die Aufrißisophengen sind ebenfalls Mantellinien, die somit durch je einen Punkt bestimmt sind.

112. Die Konstruktionen, auf welchen die graphische Darstellung der Isophengen beruht, lassen sich am einfachsten aus der Betrachtung der scheinbaren Beleuchtung der Kugelfläche ableiten, weil, wie schon früher bemerkt worden ist, die Kugelfläche die einfachste Fläche ist, deren Flächenelemente alle möglichen Stellungen einnehmen und daher auch alle möglichen Beleuchtungsintensitäten zeigen.

Die Isophengen der Kugelfläche sind nun aber im allgemeinen Raumkurven vierter Ordnung. Dieselben erscheinen als Schnittkurven der Isophengoiden der Kugelfläche mit dieser letztern. Die Isophengoiden der Kugelfläche sind im allgemeinen Kegelflächen zweiter Ordnung, welche den Kugelmittelpunkt als gemeinschaftliche Spitze haben. Für die Beleuchtungsintensität $H = 0$ gehen diese Kegelflächen in zwei Ebenen über, von denen die eine zur Seherichtung und die andere zur Licht-

richtung senkrecht ist. Erstere ist darum zur Grundrißebene resp. Aufrißebene parallel, und die andere ist zur Grundrißebene unter dem Winkel $(90^\circ - \alpha)$ geneigt und schneidet dieselbe in einer Geraden, die im Abstände $\delta \operatorname{tg} \alpha$ zur Y-Achse parallel ist, sofern δ der Abstand des Kugelmittelpunktes von der Grundrißebene bedeutet. Diese beiden Ebenen schneiden die Kugelfläche in Kreisen, von denen der zur Projektionsebene parallele Schnittkreis sich als Kreis in wahrer Größe und der zu derselben unter dem Winkel $(90^\circ - \alpha)$ geneigte Kreis sich als Ellipse projiziert, deren große Achse gleich dem Durchmesser (2ρ) der Kugel und deren kleine Achse gleich $2\rho \sin \alpha$ ist und daher leicht gezeichnet werden kann.

Den scheinbaren Intensitäten der Hellepole der Kugelfläche entsprechen die schon oben (§ 109) berechneten Grenzwerte $H_{\max.} = +0,79$ und $H_{\min.} = -0,21$. Den dem erstern Grenzwert $(+0,79)$ entsprechenden sichtbaren positiven Hellepol der direkt beleuchteten Kugelfläche erhält man, wie ebenfalls schon oben (§ 109) angegeben worden ist, durch die Halbierungslinie des Winkels $2\omega = (90^\circ - \alpha)$, den die Lichtrichtung mit der Seherichtung bildet, und den dem andern Grenzwert $(-0,21)$ entsprechenden sichtbaren negativen Hellepol erhält man ebenso durch die Halbierungslinie des Winkels $2\omega = (90^\circ - \alpha)$, den die beiden Kugeldurchmesser, die zur Lichtrichtung und zur Seherichtung senkrecht aufeinanderstehen, miteinander bilden. Die Isophengen der übrigen scheinbaren Beleuchtungsintensitäten der Kugelfläche sind, wie schon angegeben, Raumkurven

vierter Ordnung und können daher nur punktweise konstruiert werden. Nimmt man jedoch zur Darstellung derselben eine zweite Aufrißebene parallel zur Lichtrichtung und senkrecht zur Grundrißebene an, so stellen sich dieselben in dieser Projektionsebene als Hyperbeln dar, und die der Intensität 0 entsprechenden Grenzfisphengen projizieren sich in dieser Ebene als gerade Linien, die zugleich als gemeinschaftliche Asymptoten der erwähnten Hyperbeln erscheinen.

Mittels dieser projektiven Eigenschaften der Kugelfisphengen ist man nun auch im Stande, die Grundriß- und Aufrißfisphengen ziemlich leicht und rein projektiv zu erhalten. Wie dies geschehen kann, werden wir weiter unten, wo es sich um die wirkliche graphische Ausführung der Kugelfisphengen handelt, näher zeigen.

Vorerst sollen jedoch noch die Fisphengen der zur Grundrißebene senkrechten Kreiszylinder- und Kreiskegelfläche graphisch bestimmt werden.

a) Scheinbare Beleuchtung der senkrechten Kreiszylinderfläche.

(Fig. 47, Blatt 9.)

113. Wie schon oben (§ 111) angedeutet worden ist, giebt es auf der zur Grundrißebene senkrechten Kreiszylinderfläche nur Aufrißfisphengen. Dieselben sind Mantellinien oder Erzeugungslinien, die als solche durch die entsprechenden Fisphengenpunkte des Grundkreises, d. h. durch die Punkte, worin sie den Umfang des

Grundkreises schneiden, bestimmt sind. Es handelt sich also vor allem um die erwähnten Fisphengenpunkte der Aufrißfisphengen. Dieselben zu erhalten, konstruieren wir in Fig. 47, Blatt 9, in welcher Grundriß und Aufriß einer zur Grundrißebene senkrechten Kreiszylinderfläche vom Radius CA und der Höhe $c'\gamma'$ sowie die Projektionen Cl , $c'l'$ der Lichtrichtung gegeben sind, für den Aufriß den centralen Normalenbüschel des in die Aufrißebene umgelegten Grundkreises K mit dem Mittelpunkt C als Centralpunkt. Dazu ziehen wir in C auf Cl eine Senkrechte CC' , beschreiben aus C' , wo sie die Projektionsachse schneidet, einen durch C gehenden Kreis K' , der die verlängerte CC' in N_1 und die Aufrißprojektion $c'l'$ der Lichtrichtung in p' und q' schneidet, fällen von N_1 auf die Projektionsachse eine Senkrechte N_1N' , so ist der Durchschnittspunkt N' der Nullpunkt der auf der Achse $c'C$ liegenden Intensitätsstake des in die Aufrißebene umgelegten centralen Normalenbüschels. Wir erhalten aber auch den Nullpunkt N' dieser Stake einfach, indem wir $C'N' = C'e'$ machen. Den Maximalpunkt M' dieser Intensitätsstake zu finden, fällen wir von N' auf $c'l'$ eine Senkrechte, welche $c'l'$ in π' schneidet, machen die Strecke $\pi'm' = p'q'$ und errichten in m' auf $c'l'$ eine Senkrechte, welche die Projektionsachse in M' schneidet. Der Durchschnittspunkt M' ist alsdann der verlangte Maximalpunkt der Intensitätsstake. Teilen wir nun die Strecke $N'M'$ in zehn gleiche Teile und ziehen wir durch die Teilpunkte Senkrechte zu $N'M'$, so gehen die Strahlen des um-

gelegten centralen Normalenbüschels C durch die Schnittpunkte, welche diese Senkrechten mit dem Kreis K' bilden, und diese Strahlen schneiden dann den umgelegten Kreisumfang K in den verlangten Isophotenpunkten. Werden diese endlich auf die Verticalprojektion k' des Grundkreises projiziert und durch dieselben Mantellinien gezogen, so sind dies die verlangten Aufrißisophengen der dargestellten Kreiszyylinderfläche.

114. Die beiden Strahlen CN_1 und CN_2 , von denen der letztere zur Projektionsachse parallel, der andere aber zu Cl senkrecht ist, entsprechen der scheinbaren Beleuchtungsintensität $H = 0$ und bestimmen die aus vier Erzeugenden bestehende Grenzisophenge der Kreiszyylinderfläche. Der Ordnungsstrahl CP' bestimmt die hellste Isophenge (6,9) im direkt beleuchteten Flächen-
 teil, der Ordnungsstrahl CQ' ebenso die hellste Isophenge (— 1,2) im Selbstschatten oder im indirekt (durch Reflexlicht) beleuchteten Flächen-
 teil. Wie man aus der Figur sieht, sind im Aufriß diese beiden hellsten Isophengen (+ 6,9 und — 1,2) sichtbar.

Ebenso sind auch drei von den vier Erzeugenden, welche der Grenzisophenge von der Intensität 0 entsprechen, sichtbar, und bilden zwei davon die äußersten Umrißlinien. Und gerade darin unterscheidet sich die scheinbare Beleuchtung der senkrechten Kreiszyylinderfläche von der wahren Beleuchtung der gleichen Fläche (siehe Fig. 25, Blatt 3) sehr wesentlich. Das Licht tritt bei der scheinbaren Beleuchtung mehr vor und der

Schatten mehr zurück, wie dies auch in Wirklichkeit, wenigstens annähernd, beobachtet wird.

b) Scheinbare Beleuchtung der senkrechten Kreiskegelfläche.

(Fig. 48, Blatt 10.)

115. In § 111 wurde bereits angedeutet, daß die Isophengen der zur Grundrißebene senkrechten Kreiskegelfläche für den Grundriß und Aufriß verschieden sind und daher für jede Projektionsebene besonders konstruiert werden müssen. Dieselben sind ebenfalls Mantellinien und sind als solche durch die Isophengenpunkte des Grundkreises, d. h. durch die Punkte, in welchen sie den Umfang des Grundkreises schneiden, bestimmt. Es handelt sich daher wiederum vor allem um die erwähnten Isophengenpunkte des Grundkreises, und zwar zunächst für die Grundrißprojektion und alsdann für die Aufrißprojektion.

116. Grundrißisophengen. Die Grundrißisophengen der senkrechten Kreiskegelfläche, deren Projektionen in Fig. 48 gegeben sind, zu erhalten, bestimmen wir auf ähnliche Weise wie bei der wahren Beleuchtung (siehe § 76, Fig. 30) die Isophengenpunkte des Grundkreises K . Indem wir $f'g' \perp f's'$ ziehen und den Winkel $\angle CL_1 = \alpha$ dem Winkel gleich machen, den die Lichtrichtung (l, l') mit ihrer Grundrißprojektion l bildet, sodann auf Cl die Strecke $Cl = c'g' = s$

(der Subnormale) abtragen, in i auf C_i eine Senkrechte errichten, welche CL_1 in J_1 schneidet, und hierauf in J_1 nach CN übertragen, erhalten wir in N den Nullpunkt der Intensitätsskala. Der andere Fundamentalkpunkt M fällt in unserer Figur außerhalb der Zeichnungsfläche. Wir bestimmen daher einen andern zugänglichen Punkt der Skale, z. B. den mittlern, fünften Teilpunkt derselben, indem wir $Ch = \frac{1}{2} g's'$ nehmen, in h eine Senkrechte errichten, welche CL_1 in H_1 schneidet, und dann $NM_2 = CH_1$ machen und diese Strecke in fünf gleiche Teile teilen und solche über N hinaus noch so viele rückwärts abtragen, als innerhalb des Kreises K fallen. Die durch die Teilpunkte auf Cl gezogenen Senkrechten schneiden den Umfang des Grundkreises K in den verlangten Isophengenpunkten, welche, mit $C(s)$ verbunden, die verlangten Grundrißisophengen liefern.

117. Aufrißisophengen. Die Aufrißisophengen der senkrechten Kreiskegelfläche, deren Projektionen in Fig. 48 gegeben, zu erhalten, nehmen wir die durch den Radius $g'f$ und den Mittelpunkt (C, g') bestimmte Kugeloberfläche zu Hilfe, welche die Kegelfläche in dem Grundkreise K berührt und in diesem Kreise mit ihr die gleiche scheinbare Beleuchtung besitzt. Für den Mittelpunkt (C, g') als Centralpunkt konstruieren wir nun den centralen Normalenbüschel einer Ebene, welche auf der Aufrißebene senkrecht steht und diese in $g'l'$ parallel

zur Vertikalprojektion $c'l'$ der Lichtrichtung schneidet und zugleich als dritte Projektionsebene angenommen wird. Zu diesem Behufe errichten wir in g' auf $g'l'$ eine Senkrechte, nehmen auf dieser den Punkt C_1 beliebig an, den wir, vom Grundriß abgesehen, zugleich als Projektion des Centralpunktes auf die in die Aufrißebene umgelegte dritte Projektionsebene betrachten können, machen hierauf $\sphericalangle g'C_1C' = \alpha$, d. h. gleich dem Winkel, den die Lichtrichtung mit ihrer Aufrißprojektion bildet, beschreiben aus C' mit $C'C_1$ als Radius den Teilkreis K' , welchen $g'l'$ in P' und Q' schneidet, und bestimmen auf bekannte Weise die auf $g'l'$ liegende Intensitätsskala. Durch die Schnittpunkte, welche die in den Teilpunkten der Intensitätsskala errichteten Senkrechten mit dem Halbkreis $P'N_1Q'$ bilden, sind diejenigen Strahlen des Büschels C_1 gegeben, welche die sichtbaren Aufrißisophengen liefern, also für unsern Zweck ausreichen. Wir beschreiben nun mit dem Radius $g'f$ aus C_1 einen Viertelkreis k_1 , der durch die Ordnungsstrahlen C_1P' und C_1Q' begrenzt wird, bestimmen auf k_1 die Schnittpunkte der innerhalb des Winkels $P'C_1Q'$ liegenden Strahlen des Büschels C_1 und projizieren diese parallel C_1P' auf $g'l'$. Dann bilden die um P' beschriebenen Kreise wie $+5 + 5, +7 + 7, \dots$, die durch die auf $g'l'$ liegenden Punkte $+5, +7, \dots$ bestimmt sind, ein System konzentrischer Kreise, die zur Auffindung der Aufrißisophengen der Kegelfläche, wie sogleich angegeben werden soll, benützt werden, nachdem wir vorher noch in der dritten Projektionsebene die durch die An-

nahme von C_1 bestimmte Projektion c_1 von dem Mittelpunkt (C, c') des Grundkreises K , sowie die Projektionen $a_1 b_1$ und $d_1 e_1$ des auf der Aufrißebene senkrecht stehenden und des zu ihr parallelen Durchmessers des Kreises K bestimmt und hierauf (C, c') parallel $g' l''$, also schief auf die Ebene der erwähnten konzentrischen Kreise, nach c'' und ebenso die genannten Durchmesser nach $a'' b''$ und $d'' e''$ projiziert haben.

Dann ist c'' der Mittelpunkt der schiefen Projektion k'' von K und $a'' b''$ und $d'' e''$ sind zwei conjugierte Durchmesser derselben, welche beziehungsweise zu $g' l''$ und $c' l'$ parallel sind, womit die Ellipse k'' bestimmt ist und leicht konstruiert werden kann*). Ist diese erhalten, dann ziehen wir die oben erwähnten konzentrischen Kreise und von den Schnittpunkten derselben mit der Ellipse Parallelen mit $g' l''$. Diese treffen alsdann die (mit der Projektionsachse zusammenfallende) Aufrißprojektion k' des Grundkreises in den Isophengenpunkten, welche, mit s' verbunden, die verlangten Aufrißisophengen der gegebenen Regelfläche liefern.

118. Grenzisophengen. Die Grenzisophengen, welche der Beleuchtungsintensität $H = 0$ in der Aufrißprojektion der Regelfläche entsprechen, erhält man mittelst des Kreises $o' o''_1 o''_2$, dessen Radius durch die Strecke $P' o'$ bestimmt ist und der die Ellipse in den beiden Punkten o''_1 und o''_2 schneidet. Dieser Kreis muß die Ellipse k'' auch in den Punkten d'' und e'' schneiden,

*) Siehe 4. Heft unserer „Anleitung“, § 194, S. 119—120.

weil die Umrismantellinien ebenfalls die scheinbare Beleuchtungsintensität 0 besitzen. Von diesen der Intensität 0 entsprechenden vier Isophengen ist die dem Punkt o''_2 zugehörige im Aufriß unsichtbar, die drei andern sind dagegen sichtbar.

Die Isophengen der größten scheinbaren Beleuchtung im direkt beleuchteten Flächenteil und im Selbstschatten erhält man, indem man die Berührungspunkte t''_1 und t''_2 der aus P' beschriebenen und die Ellipse berührenden Kreise bestimmt und dieselben ebenfalls nach t'_1 und t'_2 auf k' projiziert und mit s' verbindet.

Dieselbe Bemerkung, die wir oben (§ 114) über die scheinbare Beleuchtung der Kreiszylinderfläche im Vergleiche zur wahren Beleuchtung der gleichen Fläche gemacht haben, gilt auch hier für die scheinbare Beleuchtung der Kreiskegelfläche im Vergleich mit der wahren Beleuchtung derselben Fläche, wie sie in Fig. 30 dargestellt worden ist. Das Licht tritt ebenfalls bei der scheinbaren Beleuchtung mehr vor und der Schatten mehr zurück, wodurch in der That die Beleuchtung der natürlichen, wirklich beobachteten mehr angenähert wird.

c) Scheinbare Beleuchtung der Kugelfläche.

(Fig. 49, Blatt 10.)

119. Die Isophengen der Kugelfläche, welche im allgemeinen Raumkurven vierter Ordnung sind, haben wir bereits oben (§ 112) einläßlich betrachtet, und es

erübrigt hier nur noch, zu zeigen, wie dieselben konstruiert oder sonst graphisch erhalten werden können.

Da sie für den Aufriß und Grundriß — unter der Voraussetzung, daß die Lichtrichtung (l, l') mit beiden Projektionsebenen gleiche Winkel ($\alpha = 35^\circ 16'$) bilden — gleich sind, so werden wir die Konstruktion zunächst nur für die Grundrißisophengen zeigen. Diese zu erhalten, konstruieren wir im Grundriß die Isophengenpunkte zuerst für den größten Kreis K , dessen Ebene auf der Grundrißebene in der Grundrißprojektion $e l$ der Lichtrichtung senkrecht steht. Diesen Kreis denken wir uns um seinen horizontalen Durchmesser als Achse in eine zur Grundrißebene parallele Lage gedreht, so daß er mit der horizontalen Projektion k des horizontalen Umrißkreises zusammenfällt. Um alsdann den in diese horizontale Ebene des Kugelmittelpunktes umgelegten centralen Normalenbüschel, der auf dem Kreis k , der Umlegung des Kreises K , die Isophengenpunkte dieses Kreises bestimmt, zu konstruieren, ziehen wir in beliebigem Abstand zur Grundrißprojektion $e l$ der Lichtrichtung eine Parallele $e_2 C_1$, welche die in der Grundrißprojektion e des Kugelmittelpunktes auf $e l$ errichtete Senkrechte in e_2 schneidet. Ferner legen wir an $e e_2$ den Winkel α , so daß $\sphericalangle e_2 e C_1 = \alpha$ ist, beschreiben aus C_1 den durch e gehenden Teilkreis K_1 , der $C_1 e_2$ in P_1 und Q_1 schneidet, und machen dann auf $P_1 Q_1$ die Strecke $C_1 N_1 = C_1 e_2$ und $N_1 M_1 = P_1 Q_1$. Der durch den Teilkreis K_1 und die Intensitätsskala $N_1 M_1$ gegebene centrale Normalenbüschel c schneidet den Halbkreis $a d b$ in

den umgelegten Isophengenpunkten, welche senkrecht auf $e l$ projiziert, die sichtbaren Isophengenpunkte des Kreises K im Grundkreis liefern. Für die Hellepole $= 7,9$ und $- 2,1$ ist diese Konstruktion angedeutet. Durch den Punkt β ist der sichtbare elliptische Teil $d \beta e$ der Grenzisophenge O bestimmt und kann daher sofort gezeichnet werden. Der andere Teil derselben, der im Grundriß den Umriß bildet, fällt mit der Grundrißprojektion zusammen.

120. Um weitere Isophengenpunkte der Grundrißisophengen zu erhalten, kann man auf gleiche Weise verfahren, wie dies bei der Auffindung der Grundrißisophengen der Kreiskegelfläche (§ 116) gezeigt worden ist. Dazu nimmt man Parallelkreise k_1, k_2, \dots parallel zur Grundrißebene an, betrachtet sie als Grundkreise der hinzugedachten Umhüllungskegel, wie sie in der zur Lichtrichtung parallelen und zur Grundrißebene senkrechten dritten Projektionsebene angedeutet sind. Für den Parallelkreis (k_1, k''_1) ist die Konstruktion in der Figur durch Hilfslinien angegeben.

Macht man $e i = e' \gamma''_1$ und $e h = \frac{1}{2} e' s''_1$, errichtet in i und h die Senkrechten $i J_1$ und $h H_1$ und trägt $i J_1$ nach $e n$ und $e H_1$ nach $n m$, so ist n der Nullpunkt und m die Mitte der Intensitätsskala. Teilt man hierauf die Strecken $n m$ in fünf gleiche Teile und errichtet in den Teilpunkten Senkrechte zu $e l$, so schneiden diese den Kreis k_1 in den verlangten Isophengenpunkten.

121. Gehen die Parallelkreise gerade durch Isophengenpunkte des Kreises K , so vereinfacht sich die Konstruktion noch mehr. Der Parallelkreis (k_1, k'_1) z. B. geht zufällig durch den Isophengenpunkt (V, v'_1), dem die Intensität 0,5 und auf k der Punkt $+V_1$ entspricht. Durch $+V_1$ ziehen wir parallel mit cl die Gerade $+V_1 O_1$, welche cC_1 in O_1 trifft. Sodann ziehen wir durch O_1 auf cl eine Senkrechte, welche k_1 in O_1 und O_{11} schneidet. Dies sind die beiden Isophengenpunkte auf k_1 , denen die Intensität 0 entspricht. Die durch O_1 auf cl gezogene Senkrechte schneidet letztere zugleich in n , dem Nullpunkt der Skale, von der m der mittlere, fünfte Teilpunkt (V) bereits bekannt ist. Indem man daher die Strecke nm in fünf gleiche Teile teilt und fortführt, wie in § 120 erklärt worden ist, erhält man wiederum die Isophengenpunkte des Parallelkreises k_1 . Die Einteilung der Skale ist, um die Figur im Innern nicht zu sehr zu überladen, zur Seite auf der zu cl parallelen Geraden $O'V'$ ausgeführt worden.

122. Geht der Parallelkreis (wie k_2, k'_2) nicht gerade durch einen Isophengenpunkt, so modifiziert sich die letzte Konstruktion wie folgt:

Wir ziehen durch f_2 , worin der Parallelkreis k_2 den Symmetriekreis K im Grundriß schneidet, auf cl eine Senkrechte, welche k in f_3 trifft. Durch f_3 ziehen wir zu cl eine Parallele, welche cC_1 in t schneidet, auf cf_3 eine Senkrechte, welche cd in u trifft, und durch u zu

cl eine Parallele, welche cC_1 in v schneidet. Trägt man nun endlich cv nach tw , so ist t der Nullpunkt und w der Maximalpunkt der Intensitätsskale für die Konstruktion der Isophengenpunkte des Parallelkreises k_2 , welche mit diesen Angaben ohne weiteres ausgeführt werden kann.

123. Hat man auf die eine oder andere Weise die Grundrißisophengenpunkte einer hinreichenden Anzahl von Parallelkreisen bestimmt, so hat man schließlich nur noch die gleichnamigen, d. h. die gleichen Intensitäten entsprechenden Isophengenpunkte durch je eine stetige krumme Linie aus freier Hand zu verbinden, um die Grundrißisophengen der Kugeloberfläche selbst zu erhalten. Die Aufrißisophengen sind unter der gemachten Voraussetzung, daß die Lichtrichtung mit beiden Projektionsebenen gleiche Winkel bildet, den Grundrißisophengen kongruent und können daher unmittelbar übertragen werden.

124. Isophengen der Kugeloberfläche auf einer zur Lichtrichtung parallelen und zur Grundrißebene senkrechten dritten Projektionsebene. Wie schon oben (§ 112) kurz angedeutet worden ist, projizieren sich die Isophengen der Kugeloberfläche auf einer zur Lichtrichtung parallelen und zur Grundrißebene senkrechten dritten Projektionsebene als Hyperbeln und die Grenzisophengen der Intensität 0 als gemeinschaftliche Asymptoten dieser Hyperbeln.

In der dritten Seitenprojektion der Fig. 49 haben wir diese Isoptingen dargestellt, wie nun noch erklärt werden soll. Nachdem $c_2 c'' = c_1 c'$ gemacht und mit dem Kugelradius $c'' a'' = ca = r$ aus c'' der Kreis K'' beschrieben worden ist, ziehen wir durch c'' den Durchmesser $a'' b'' \parallel c_1$, machen Winkel $a'' c'' l'' = \alpha = 35^\circ 16'$ und errichten zu $c'' l''$ den senkrechten Durchmesser $\alpha'' \beta''$, so stellen die beiden Durchmesser $a'' b''$ und $\alpha'' \beta''$ die in dieser Projektionsebene der Intensität 0 entsprechenden Grenziptingen dar. Halbirt man hierauf die beiden Winkel $a'' c'' \beta''$ und $b'' c'' \beta''$, so stehen die beiden Halbierungslinien aufeinander senkrecht und geben in ihren Schnittpunkten mit dem Kreis K'' die Hellepole des Kugelkreises an, und zwar giebt die erstere Halbierungslinie $c'' p''$ den Hellepol p'' von der Maximalintensität $+0,79$ im sichtbaren direkt beleuchteten Flächenteil und die andere $c'' q''$ den Hellepol q'' von der Maximalintensität $-0,21$ im sichtbaren durch Reflexlicht indirekt beleuchteten Flächenteil.

Um die übrigen sich als Hyperbeln darstellenden Isoptingen zu finden, denke man sich die bereits oben (§ 113) gefundenen Isoptingenpunkte des Symmetriekreises K von p'' bis q'' , also von $+7,9$ bis $-2,1$ auf den Kreis K'' der Seitenprojektion dieses Kreises nach den Punkten $+7'', +6'', +5'', +4'', +3'', +2'', +1'', \beta'' (0), -1'', -2''$ des Quadranten $p'' q''$ projiziert. Damit ergeben sich dann die Scheitelpunkte $+I'', +II'', \dots, -I'', -II''$ der entsprechenden Hyperbeln nach einem bekannten Lehrsatz, indem

man z. B. für I'' die Gerade $+1'' a'' \parallel a'' b''$ zieht und zu $c'' a''$ und $a'' +1''$ die mittlere Proportionale $a'' b''$ sucht, diese nach $c'' d''$ abträgt und durch d'' mit $a'' b''$ eine Parallele zieht, welche die Mittellinie $c'' p''$ in $+I''$, dem Scheitelpunkt der ersten Hyperbel, schneidet. Errichtet man noch in $+I''$ auf $c'' p''$ die Senkrechte $+I'' e''$ und macht $c'' +I'' = c'' e''$, so ist $+I''$ der Brennpunkt der ersten Hyperbel $+1'' +I'' +1''$, und diese kann nun auf bekannte Weise konstruiert werden.*) Ebenso findet man auch die Hyperbeln $+2'' +II'' +2''$, $2''$. Dasselbe gilt natürlich auch für die Hyperbeln $-1'' -I'' -1''$ und $-2'' -II'' -2''$ im Selbstschatten.

125. Mittelft der Isoptingen in der Seitenprojektion ist man nun auch im Stande, die Grundrißisoptingen auf rein projektivem Wege zu finden. Man nehme wieder eine Reihe von horizontalen Parallellkreisen (k_1, k'_1), (k_2, k'_2), . . . an und projiziere die Punkte, worin k'_1, k'_2, \dots die Isoptingen im Seitenriß schneiden, auf die zugehörigen Grundrißprojektionen k_1, k_2, \dots und verbinde alsdann die gleichnamigen, d. h. die von gleicher Beleuchtungsintensität im Grundriß durch je eine stetige krumme Linie aus freier Hand, so sind dies die entsprechenden Grundrißisoptingen der Kugelfläche. Die Aufrißisoptingen derselben sind in unserer Figur den Grundrißisoptingen kongruent und können darum den

*) Siehe 1. Heft, 2. Aufl., unserer „Anleitung“, § 158 und 159, S. 55.

letztern gleichgemacht werden. Bei dieser Übertragung hat man nur darauf zu sehen, daß die relative Lage der Aufrißisophngen in Bezug auf die vertikale Pro-

jektion $c'1'$ der Lichtrichtung dieselbe bleibe wie die der Grundrißisophngen in Bezug auf die horizontale Projektion $c1$ der Lichtrichtung*).

IV.

Ü b u n g s b e i s p i e l e.

(Fig. 50—60, Blatt 11—16.)

126. Die in den beiden vorigen Abschnitten (II und III) behandelten Beleuchtungskonstruktionen bilden die Grundlage sowohl der einfachen (wahren) als der zusammengesetzten (scheinbaren) Beleuchtungs- und Schattenlehre. Damit ist man nun auch im Stande, die Beleuchtung und Schattierung der verschiedenen übrigen Flächen zu bestimmen. Zur Übung sollen nun noch eine Anzahl verschiedener Beispiele sowohl ebener als krummer Flächen nach der einfach geometrischen oder wahren Beleuchtung besonders behandelt werden.

a) Beleuchtung ebener Flächen.

(Fig. 50—52, Blatt 11.)

127. Aufgabe. Es sind die Projektionen eines regulären senkrechten fünfseitigen Prismas, sowie die Projektionen der Lichtrichtung gegeben, man soll die Beleuchtungsintensität aller einschließenden ebenen Flächen bestimmen, Fig. 50.

A u f l ö s u n g.

Sind $ABCDE$, $a_1 b_1 c_1 d_1 e_1$, $a_2 b_2 c_2 d_2 e_2$ die Projektionen des gegebenen regulären fünfseitigen, auf der H.E. senkrechten Prismas und 01 , $0'1'$ die

*) Es mag hier noch besonders bemerkt werden, daß die auf die angegebene Weise bestimmten Isophngen der Kugel ebenso wie die Isophoten derselben bei der wahren Beleuchtung benutzt werden können, um mit Hilfe derselben bei beliebigen andern Körpern die Isophngen oder Lichtlinien der scheinbaren Beleuchtung zu bestimmen. Am z. B. bei der senkrechten Kreiscylinderfläche auf diese Weise die Isophngen zu erhalten, denke man sich der Cylinderfläche eine Kugelfläche von gleichem Radius und gleichem Mittelpunkt des Grundkreises eingeschrieben. Die Punkte, in welchen der Grundkreis der Cylinderfläche die Isophngen der Kugelfläche schneidet, sind alsdann die Isophngenpunkte der Cylinderfläche, und die Geraden, die man durch dieselben parallel zur Seite oder senkrecht zur Basis zieht, sind die verlangten Isophngen der Cylinderfläche. Auf ähnliche Weise erhält man mittels der Hilfskugel auch die Isophngen der Kegelfläche und anderer Umdrehungsflächen.

Projektionen der gegebenen Lichtrichtung, so nehme man $(0, 0')$, einen Punkt der geometrischen Achse, als Mittelpunkt und $0'e_1 = 0f = 0g = 0h, \dots$ als Radius einer Hilfskugel, die dem Prisma eingeschrieben ist und in den Berührungspunkten $(f, f'), (g, g'), (h, h'), \dots$ zugleich auch die Beleuchtungsintensität der ebenen Seitenflächen $(AB, a'_1 a'_2 b'_2 b'_1), (BC, b'_1 b'_2 c'_2 c'_1), (CD, c'_1 c'_2 d'_2 d'_1), \dots$ und in dem obersten Punkt $(0, i')$ die Beleuchtungsintensität der obern Grundfläche $(ABCDE, a'_2 b'_2 c'_2 d'_2 e'_2)$ angiebt.

Man bestimme daher auf bekannte Weise den Neigungswinkel $\alpha (= 35^\circ 16')$, den die Lichtrichtung $(01, 0'1')$ mit der Achse XX bildet, indem man $1L_1 \perp 01$ und $= 1'1'$ macht und L_1 mit 0 verbindet; mache ferner $0 + 10 = 0 - 10 = 0L_1$ und teile diese Strecken je in 10 gleiche Teile, so ist damit die Beleuchtungsstake für den horizontalen Umriß der Hilfskugel und damit auch für die fünf senkrechten Seitenflächen des Prismas gefunden. Fällt man daher von f, g, h, \dots auf XX die Senkrechten ff_1, gg_1, hh_1, \dots so geben die Punkte f_1, g_1, h_1, \dots auf der Beleuchtungsstake unmittelbar die Beleuchtungsintensität der verlangten Seitenfläche des Prismas an.

Man findet auf diese Weise die Beleuchtungsintensität der Fläche $(AB, a'_1 b'_1 b'_2 a'_2) = +0,72748$, diejenige von $(BC, b'_1 c'_1 c'_2 b'_2) = +0,57733$ und diejenige von $(CD, c'_1 d'_1 d'_2 c'_2) = -0,37067$, wofür man beziehungsweise die Werte $+0,73, +0,58, -0,37$ setzen kann.

Bestimmt man ebenso die Strecken $0' + 10' = 0' - 10' = 0'L'_1$ und teilt jede derselben in zehn gleiche Teile, so erhält man damit die Beleuchtungsstake für den vertikalen Umriß der Hilfskugel und damit auch für die obere horizontale Grundfläche des Prismas. Denkt man sich nämlich im Punkt $(0, i')$ eine parallele Ebene mit der Grundfläche $(ABCDE, a'_2 b'_2 c'_2 d'_2 e'_2)$ gezogen, so haben beide Flächen die gleiche Beleuchtung, und fällt man von i' auf $0'1'$ eine Senkrechte $1'i'_1$, so giebt der Punkt i'_1 auf der Skale $0' + 10'$ die verlangte Beleuchtungsintensität $+0,58$ an. Da dieselbe mit der Intensität der vordern senkrechten Seitenfläche oder des Punktes g übereinstimmt, so kann die letztere Konstruktion der Beleuchtungsstake in der V.E. füglich weggelassen werden.

128. Aufgabe. Es sind die Projektionen einer regulären senkrechten sechsseitigen Pyramide, sowie die Projektionen der Lichtrichtung gegeben; man soll die Beleuchtungsintensität aller einschließenden ebenen Flächen bestimmen Fig. 51.

Auflösung. Sind $ABDEFGC, a'b'd'e'f'g's'$ die Projektionen der gegebenen regulären sechsseitigen, auf der H.E. senkrechten Pyramide und $e1, e'1'$ die Projektionen der Lichtrichtung, so nehme man wieder (C, c') als Mittelpunkt und den senkrechten Abstand $(Cn, c'n')$ desselben von einer Seitenfläche $(BCD, b's'd')$ als Radius $(c'n'_1)$ einer Hilfskugel, die der Pyramide eingeschrieben ist und in den Berührungs-

punkten, wie (n, n') , zugleich auch die Beleuchtungsintensität der berührenden Seitenflächen, wie $(BCD, b's'd')$ angiebt.

Um den senkrechten Abstand $(Cn, c'n')$ des Mittelpunktes (C, c') von der Seitenfläche $(BCD, b's'd')$ zu finden, denke man letztere in eine zur V.E. senkrechte Lage $(CK_1, s'k'_1)$ gedreht. In dieser Lage projiziert sich dann die verlangte Normale vertikal als die Senkrechte $c'n'_1$ zu $s'k'_1$ und horizontal als die Parallele Cn_1 zur Achse. Denkt man sich nun die Seitenfläche wieder in ihre ursprüngliche Lage zurückgebracht, so kommt der Berührungspunkt (n_1, n'_1) der Seitenfläche mit der Hilfskugel nach (n, n') zu liegen, und fällt man von n auf cl eine Senkrechte nn_2 , so giebt der Punkt n_2 auf der Beleuchtungsskala $0 - 10$ die verlangte Beleuchtungsintensität, nämlich $-0,09$ an. Die Beleuchtungsskala findet man aber, wie früher beim senkrechten Kreisegel Fig. 30 gezeigt worden ist, indem man den in die H.E. umgelegten horizontalen Neigungswinkel α der Lichtrichtung $(cl, c'l')$ bestimmt, die Normale $c'n'_1$ des Berührungskreises $(nopq \dots, n'_1t')$ nach Ch und die Subnormale $c'\gamma'$ desselben nach Cl trägt, die Senkrechten hH_1 und iJ_1 zu Cl errichtet und iJ_1 nach CO und CH_1 nach $0 + 10$ und $0 - 10$ auf XX abträgt. Die Punkte $0, +10$ und -10 sind dann die Fundamentalpunkte der verlangten Beleuchtungsskala.

Beschreibt man nun mit Cn einen Kreis, so schneidet er die Horizontalprojektionen der Normalen auf den

übrigen Seitenflächen in o, p, q, r, m , und indem man von diesen Punkten auf die mit XX zusammenfallende Beleuchtungsskala Senkrechte fällt, so erhält man in den Fußpunkten o_1, p_1, q_1, r_1, m_1 unmittelbar die verlangten Beleuchtungsintensitäten der Seitenflächen $(CDE, s'd'e')$, $(CEF, s'e'f')$, $(CFG, s'f'g')$, $(CGA, s'g'a')$ und $(CAB, s'a'b')$, nämlich $-0,52, -0,23, +0,52, +0,96$ und $+0,66$, wie in der Figur eingeschrieben ist. Macht man $l'_1c'l'_1 = \alpha$ und errichtet in c' und $+10'$ die Senkrechten $c'u'$ und $+10 v'$, letztere bis l'_1 (in der Projektionsachse) verlängert, so bestimmt nach früherem (§ 79 und 80) $\gamma'u' = CO$ den Nullpunkt (0) und $u't' = c'l'_1$ die Länge der beiden Strecken $0 + 10 = 0 - 10$ der Beleuchtungsskala und damit auch die Maximalpunkte $+10$ und -10 der letztern, womit die Konstruktion etwas vereinfacht ist.

129. Aufgabe. Es sind die Projektionen eines zur H.E. mit zwei Flächen parallel gestellten regulären Dodekaeders, sowie die Projektionen der Lichtrichtung gegeben, man soll die Beleuchtungsintensität aller einschließenden Seitenflächen bestimmen (Fig. 52).

Auflösung. Erwägt man, daß in der gegebenen Lage des Dodekaeders sowohl die fünf oberen als die fünf untern Seitenflächen gleiche Neigung zur H.E. haben, so erhält man die Beleuchtungsintensität dieser beiden Flächengruppen, wenn man das in der vorigen Aufgabe für die reguläre, zur H.E. senkrechte Pyramide angegebene Verfahren wiederholt.

Nachdem man die Projektionen aus der gegebenen Seite (ab) des Dodekaeders verzeichnet hat*), nehme man den Punkt (c, c') oder auch irgend einen andern Punkt der Achse (c, c' c'') als Mittelpunkt und einen beliebigen Abstand, z. B. cb, als Radius einer Hilfskugel an, bestimme an dieselbe eine Berührungsebene parallel mit einer der obern schiefen Seitenflächen und ebenso eine Berührungsebene parallel mit einer der untern schiefen Seitenflächen und zugleich die entsprechende Beleuchtungsintensität dieser beiden Berührungsebenen, so ist damit auch die Beleuchtungsintensität der ihnen parallelen Seitenflächen und damit auch die der übrigen gleichgeneigten Seitenflächen bestimmt.

Zur Ausführung dieser Konstruktion suche man vor allem den horizontalen Neigungswinkel α der Lichtrichtung (l, l') in der horizontalen Umlegung mittels des rechtwinkligen Dreiecks lcL_1 , worin $ll_1 \perp cl$ und $= l'l'$ und $\sphericalangle lcL_1 = \alpha (= 35^\circ 16')$ ist, sowie den horizontalen Neigungswinkel β , welchen sowohl die obern als die untern schiefen Seitenflächen mit der H.E. bilden, mittels des rechtwinkligen Dreiecks hkh_1 , worin $hh_1 \perp hk$ und $kh_1 = kq$ und $\sphericalangle hkh_1 = \beta$, der verlangte Neigungswinkel, ist.

Wäre nun eine der Seitenflächen senkrecht zur V.E., so müßte sie sich vertikal als Gerade parallel zu $y'z'$, respektive parallel zu $y''z''$ projizieren, wenn man den

horizontalen Neigungswinkel dieser Geraden gleich β macht, und ihre Beleuchtungsintensität wäre bestimmt durch den Punkt (u, u'), resp. (u, u''), worin die damit parallelen und zur V.E. senkrechten Ebenen $v'w'$, resp. $v''w''$ die Hilfskugel berühren. Da nun aber die genannten Seitenflächen mit diesen Berührungsebenen gleiche Neigung haben, so werden sie auch die Hilfskugel in Punkten desselben, durch (u, u'), resp. (u, u'') gehenden Parallelkreises berühren. Beschreibt man daher mit cu einen Hilfskreis, so wird derselbe die Horizontalprojektion der zugehörigen Normalen in u_1, u_2, \dots resp. in u_3, u_4, \dots , durchschneiden, welches die Horizontalprojektionen der erwähnten Berührungspunkte sind, und, in die V.E. gebracht, nach u_1, u_2, \dots , resp. nach u'_3, u'_4, \dots , zu liegen kommen.

Macht man nun noch $\sphericalangle l'_1 c' L'_1 = \alpha (= 35^\circ 16')$ gleich dem parallel zur V.E. gedrehten horizontalen Neigungswinkel der Lichtrichtung, zieht $d'e'$ und $c'r'$ in d' und c' senkrecht zu $e'd'$ und trägt $\gamma'r'$ nach eo , resp. $e_1 o_1$ und $r'p' = c'p''$ nach $0 + 10$ und $0 - 10$, resp. nach $0_1 + 10_1$ und $0_1 - 10_1$, so sind $0, + 10$ und $- 10$, resp. $0_1, + 10_1$ und $- 10_1$ die Fundamentalphunkte der Beleuchtungsstufen für die obern, resp. untern Seitenflächen. Fällt man dann noch von den Punkten u_1, u_2, \dots , resp. u_3, u_4, \dots Senkrechten auf die zugehörigen Beleuchtungsstufen, so geben deren Fußpunkte u_1, u_{11}, \dots , unmittelbar die Beleuchtungsintensitäten $- 0,2, + 0,66, \dots$, resp. $- 0,27, + 0,45, \dots$ der entsprechenden Seitenflächen (post, p' o' s' t').

*) Siehe 2. Heft unserer „Anleitung“, § 154, Fig. 68.

(onmhs, o'n'm'h's'), ..., resp. (abts h, a'b't's'h'), (afgmh, a'f'g'm'h'), ... an.

Um endlich auch noch die Beleuchtungsintensität der obern Seitenfläche des Dodekaeders zu finden, verfähre man wie im Aufriß der Fig. 50 angegeben ist, d. h. man bestimme die Beleuchtungsstake $c' + 10$, $c' - 10$ und ziehe von i' darauf eine Senkrechte $i'i'_1$, so giebt der Fußpunkt i'_1 derselben die verlangte Beleuchtungsintensität $+ 0,58$.

b) Beleuchtung verschiedener krummer Flächen.
(Fig. 53—60, Blatt 12—16.)

130. Aufgabe. Es sind die Projektionen eines zur H.E. senkrecht stehenden hohlen Kreiszylinders, sowie die Projektionen der Lichtrichtung gegeben; man soll die Isophoten oder Lichtintensitätslinien der innern Mantelfläche des hintern hohlen Halbzylinders bestimmen (Fig. 53).

Auflösung. Denkt man sich die innere Mantelfläche ($fk g, f'_1 f'_2 g'_2 g'_1$) zur vollen Kreiszylinderfläche mit der Normaldirektrix $afk ga$ ergänzt und letztere wie in Fig. 25 (§ 60) eingeteilt, die Maximalpunkte $+ 10$ und $- 10$ jetzt aber miteinander verwechselt, so entsprechen die Teilpunkte der hintern Strecke $0 + 10$ der Beleuchtungsstake den Isophoten der direkten Beleuchtung und die der vordern $0 - 10$ den Isophoten der indirekten oder Reflexbeleuchtung.

Man zeichne also vor allem den horizontalen Neigungswinkel α der Lichtrichtung in der horizontalen Um-

legung und mache $0 - 10 = 0 + 10 = 0 A_1$, teile diese Strecken in je zehn gleiche Teile und erichte in den Teilpunkten derselben zur Richtungslinie XX der Beleuchtungsstake Senkrechte, welche den Umfang des Grundkreises oder der Normaldirektrix in den entsprechenden Isophotenpunkten schneiden, womit die verlangten Isophoten selbst bestimmt sind, indem man dieselben vertikal zur Achse projiziert. Die Grenzisophoten entsprechen, wie man leicht findet, der Beleuchtungsintensität $+ 0,58$ und $- 0,58$. Die gleiche Beleuchtungsintensität haben auch die Schnittflächen $fk ginh, h'_1 h'_2 f'_2 f'_1$ und $g'_1 g'_2 i'_2 i'_1$.

In unserer Figur haben wir noch den Schlagschatten $k'_1 k'_1 q' r'$, welchen die Kante ($f, f'_1 f'_2$) und der obere Kreisbogen ($f p r, f' p' r'$) auf die innere Mantelfläche des hohlen Halbzylinders werfen, konstruiert. Dazu denke man sich durch die Punkte wie (f, f'_2), (p, p'_2), ... Lichtstrahlen, parallel (l, l'), gezogen und ihre Durchschnittpunkte (k, k'), (q, q'), ... bestimmt und miteinander stetig verbunden.

131. Aufgabe. Es sind die Projektionen eines Drehungsparaboloids, dessen Drehachse zur H.E. senkrecht steht, sowie die Projektionen der Lichtrichtung gegeben; man soll die Isophoten oder die Linien gleicher Lichtintensität bestimmen (Fig. 54).

Auflösung. Es sei $f_1 s' \varphi'$ der vertikale Umriß und $A F B \varphi A$ der Grundriß des Paraboloids, o' sei der Brennpunkt der gegebenen Hauptparabel $f_1 s' \varphi'$ und

$$o's' = s'm = \frac{1}{2} o'v' = \frac{1}{4} p = \frac{1}{4} \text{ des Parameters } v'w'.$$

Um nun die Projektionen der Isophoten zu finden, nehme man eine Reihe von Parallelfreien, wie (K_1, k'_1) , (k_2, k'_2) , (k_3, k'_3) , ... an, bestimme auf denselben die entsprechenden Isophotenpunkte und verbinde die gleichnamigen derselben durch stetige Kurven. Die Isophotenpunkte der Parallelfreie des Paraboloids erhält man aber auf gleiche Weise, wie dies oben bei der Kreis-kegelfläche (§ 76, Fig. 30) oder bei der Kugelfläche (§ 94, Fig. 33) gezeigt worden ist. Denkt man sich nämlich in den Punkten, wie z. B. in f'_3 , an die Parabel eine Tangente f'_3z' gelegt, so bestimmt dieselbe eine umhüllende Kegelfläche, welche mit dem zugehörigen Parallelfreis des Paraboloids dieselbe Beleuchtung hat. Man bestimme deshalb auf bekannte Weise den zur V.E. parallel gedrehten horizontalen Neigungswinkel $f'_1c'_1L'_1 = \alpha$ ($= 35^\circ 16'$), ziehe in den Punkten f'_1, f'_2, f'_3, \dots auf die entsprechenden Tangenten Senkrechte, oder, da bei der Parabel die Subnormale bekanntlich gleich dem halben Parameter, mache $c'_1g'_1 = c'_2g'_2 = c'_3g'_3 = \dots = o'v' = \frac{1}{2} p$, ziehe die Normalen $g'_1f'_1, g'_2f'_2, g'_3f'_3, \dots$ und trage hierauf $o'v' = \frac{1}{2} p$ nach $c'_1i'_1$ und $f'_1g'_1$ nach $c'_1h'_1, f'_2g'_2$ nach $c'_1h'_2, f'_3g'_3$ nach $c'_1h'_3, \dots$, errichte in $i'_1, h'_1, h'_2, h'_3, \dots$ Senkrechte und mache $cp = i'_1j'_1$, so ist p der gemeinschaftliche Nullpunkt der Beleuchtungsskalen für die Grundriß-

projektionen der Isophotenpunkte aller Parallelfreie, und $c'_1H'_1, c'_1H'_2, c'_1H'_3, \dots$ bestimmen alsdann die Maximalpunkte der betreffenden Beleuchtungsskalen. Für den Grundkreis oder den untern Parallelfreis (K_1, k'_1) ist die Einteilung der Beleuchtungsskale auf der mit der horizontalen Projektion e_1 der Lichtrichtung zusammenfallenden Achse XX selbst angegeben und für den Parallelfreis (k_3, k'_3) ist dieselbe auf einer damit Parallelen (rechts zur Seite des Grundkreises) ausgeführt.

132. Um den Parallelfreis zu bestimmen, auf dem der Lichtpol, d. i. der absolut hellste Punkt $+10$ des Paraboloids liegt, ziehe man durch o' mit $c'_1A'_1$ die Parallele $o'n'$, welche die Direktrix, d. h. die in m' auf c'_1m' senkrecht errichtete Gerade, in n' schneidet, und durch n' mit der Drehachse c'_1s' die Parallele $n'f'_4$, welche die Umrißparabel $f'_1s'e'$ in f'_4 schneidet, so geht der Parallelfreis, auf dem der verlangte Lichtpol $+10$ liegt, durch den Punkt f'_4 . Der hellste Punkt $+10$ liegt aber auch auf dem durch die Drehachse (c, c'_1s') und die Achse XX gehenden Symmetralmeridian, dessen sichtbare Hälfte links in unserer Figur durch die einpunktgestrichelte Linie $a'q't'_1s'$ angegeben ist. Der Durchschnittspunkt (q, q') beider Linien ist alsdann der verlangte Lichtpol $+10$.

133. Um endlich auch die übrigen auf dem Symmetralmeridian liegenden Isophotenpunkte zu erhalten, mache man $cd = o'v' = \frac{1}{2} p$, $\sphericalangle cde = \alpha$ und

dr \perp de, konstruiere für das Centrum d und die Richtung dr den Normalenbüschel, dessen Mittelpunkt zugleich der Nullpunkt 0 und dessen Maximalpunkt $+10$ auf dr beliebig weit von d entfernt angenommen werden kann, und ziehe die Strahlen $d + 9,5$, $d + 8$, ..., welche die Achse XX in u_1 und t_1, t_2, \dots , den verlangten Isophotenpunkten, im Grundriß durchschneiden. Projiziert man diese nach u'_1 und t'_1, t'_2, \dots auf die Vertikalprojektion $a'q's'$ des Symmetralmeridians, so erhält man die verlangten Isophotenpunkte auch im Aufriß. Genauer erhält man letztere Punkte durch Umdrehung des Symmetralmeridians in eine zur V.E. parallele Lage, in welcher derselbe mit dem Hauptmeridian $f'_1s'\varphi'$ zusammenfällt und die betreffenden Isophotenpunkte nach $(u_1, u'_{1,1}), (t_1, t'_{1,1}), \dots$ zu liegen kommen. Zieht man dann durch u'_1, t'_1, \dots Parallelen mit der Projektionsachse, so schneiden sie auf der Vertikalprojektion $a'q's'$ des Symmetralmeridians die verlangten Isophotenpunkte u'_1, t'_1, \dots ab.

134. Aufgabe. Es sind die Umrißprojektionen eines zur H.E. senkrecht stehenden einmanteligen Umdrehungshyperboloids, sowie die Projektionen der Lichtrichtung gegeben; man soll die Isophoten oder die Linien gleicher Lichtintensität sowohl der innern als der äußern Mantelfläche desselben bestimmen (Fig. 55).

Auflösung. Es sei $f'_1a'_1f''_1\varphi''b'_1\varphi'$ der vertikale Umriß oder der zur V.E. parallele Hauptmeridian, (k, k') der Kehlkreis mit dem Durchmesser $a'_1b'_1$

und dem Mittelpunkt c' , und d', e' seien die Brennpunkte der vertikalen Umrißhyperbel, ebenso sei K_1 der Grundriß des untersten und obersten Grundkreises (k'_1 und k''_1), und endlich sei (l, l') die gegebene Lichtrichtung.

Um nun die Isophoten des Hyperboloids zu erhalten, bestimmt man, wie in der vorigen Aufgabe, zuerst die Grundrißprojektionen der Isophotenpunkte einer Reihe von Parallelkreisen (K_1, k'_1 und k''_1), (k_2, k'_2 und k''_2), (k, k'), ... Dazu bestimme man die zugehörigen Normalen $f'_1g'_1, f'_2g'_2, \dots$, trage dieselben in den nach $f'_1c'_1L'_1$ parallel zur V.E. umgedrehten horizontalen Neigungswinkel α ($= 35^\circ 16'$) nach $c'_1h'_1, c'_1h'_2, \dots$ und die zugehörigen Subnormalen $c'_1g'_1, c'_2g'_2, \dots$ nach $c'_1i'_1, c'_1i'_2, \dots$, errichte in $h'_1, h'_2, i'_1, i'_2, \dots$ Senkrechte zur Projektionsachse und trage $i'_1J'_1$ von c nach s_1 und s_2 und $c'_1H'_1$ von s_1 nach t_1 und von s_2 nach t_2, \dots , so sind s_1 und s_2 die Nullpunkte und t_1 und t_2 die Maximalpunkte ($+10$) der Beleuchtungsstufen für den untersten und obersten Parallelkreis zc., womit die Einteilung der Beleuchtungsstufen und damit auch die Konstruktion der Isophotenpunkte der entsprechenden Parallelkreise bestimmt ist. Die Einteilung der Beleuchtungsstufen für die Konstruktion der Isophotenpunkte des untersten Parallelkreises (K_1, k'_1) ist in unserer Figur auf der Richtungslinie XX selbst und für den Kehlkreis oder den kleinsten und mittlern Parallelkreis (k, k') zur Seite (rechts) auf einer zur Achse XX parallelen Hilfsgeraden angedeutet.

135. Zur völligen Bestimmung der Isophotenprojektionen des Hyperboloids bestimmen wir auch noch die Isophotenpunkte auf der Umrißhyperbel, die wir als den zur V.E. parallel gedrehten Symmetrialmeridian betrachten. Dazu nehmen wir auf der verlängerten Hauptachse $a'_1 b'_1$ der Umrißhyperbel einen beliebigen Punkt m' an, ziehen $m' l'_1$ parallel $c'_1 l'_1$, so daß $\sphericalangle l'_1 m' c' = \alpha$ ($= 35^\circ 16'$), dem horizontalen Neigungswinkel der Sichtrichtung, gleich ist. Für m' als Mittelpunkt und $m' l'_1$ als Richtung konstruieren wir den Normalenbüschel, dessen Maximalpunkt 10 beliebig angenommen werden kann. Von m' fallen wir auf die Asymptote $c' p'$ der Umrißhyperbel eine Senkrechte $m' p'$ und durch den Punkt p' zu $m' c'$ eine andere Senkrechte, welche die zweite Asymptote $c' q'$ der Hyperbel in q' und die verlängerte $m' l'_1$ in n'_1 und die verlängerte $m' o'_1$ in n'_0 schneidet. Von den Punkten wie r , in welchen die nach m' gezogenen Strahlen des Normalenbüschels die Gerade $p' q'$ schneiden, zieht man Strahlen nach c' , dem Mittelpunkt der Hyperbel. Die Durchschnittspunkte derselben mit dem Hyperbelumriß sind alsdann die gesuchten Isophotenpunkte für den umgedrehten Symmetrialmeridian. Für die Punkte $+10, -10, +6, -6, \dots$ ist die Konstruktion durch Hilfslinien angedeutet. Es verdient indessen bemerkt zu werden, daß auf dem Symmetrialmeridian nur diejenigen Isophotenpunkte vorhanden sind, welche den Strahlen entsprechen, die innerhalb des Winkels $n'_1 m' q'$ liegen. Um die Figur nicht zu stark zu überladen, sind im

Delabar, Linearzeichnen. 5.

Aufriß nur die Isophoten $(+9,5, +8, +6, +4, +3, +2, 0, -2, -4, -6)$ der vordern sichtbaren Flächenhälfte dargestellt; im Grundriß haben wir dagegen der Symmetrie wegen die Isophoten sowohl der obern sichtbaren Hälfte als auch die der untern unsichtbaren Flächenhälfte $(+9,5, +8, +6, +4, +2, 0, -2, -3, -4, -6, -8)$ angegeben, und zwar erstere durch volle ausgezogene Linien und letztere durch punktierte Linien.

136. Endlich haben wir auch noch den Schlag-schatten ($u v w, u' v' w'$) konstruiert, welchen der obere Kreis (K_1, k''_1) in das Innere der Mantelfläche des Hyperboloids wirft. Derselbe stellt sich als ein Teil einer Ellipse dar und kann leicht wie folgt gefunden werden. Man ziehe durch den Mittelpunkt (c, c''_1) des schattenwerfenden Kreises (K_1, k''_1) einen Lichtstrahl, bestimme dessen Durchschnittspunkte $(z_1, z'_1), (z_2, z'_2), (z_3, z'_3), \dots$ mit einer Reihe von Parallelkreisebenen und beschreibe dann mit dem Radius $c''_1 f''_1$ des Kreises k''_1 aus ihren Horizontalprojektionen z_1, z_2, z_3, \dots Hilfskreise, welche die entsprechenden Parallelkreise in i, ii, iii, \dots , den verlangten Punkten der Schattenskurve $u v w$ in der H.E., schneiden. Projiziert man diese Punkte vertikal nach i', ii', iii', \dots , so erhält man auch die Aufrißprojektionen u', v', w', \dots derselben.

Den Punkt (v, v') erhält man direkt, indem man den Symmetrialmeridian in eine zur V.E. parallele Lage dreht, durch den gedrehten Punkt $F_1 f''_1$ einen Strahl

parallel $L_1 c_1$ zieht, welcher den Umriss des Hyperboloids in (v_1, v'_1) schneidet, und den Punkt (v_1, v'_1) durch Drehung in die ursprüngliche Lage (v, v') zurückbringt*).

137. Aufgabe. Es sind die Umrisse eines Kugelrings (cyclischen Annuloids), sowie die Projektionen der Richtrichtung gegeben; man soll die Isophoten oder die Linien gleicher Lichtintensität der Oberfläche desselben, samt Schlagschatten, den derselbe auf die Projektionsebenen wirft, bestimmen (Fig. 56, Blatt 13).

Auflösung. Das cyclische Annuloid, der Kugelring oder Kreisring, entsteht, wenn sich ein Kreis um eine außerhalb desselben liegende Achse so dreht, daß jeder Punkt wieder einen Kreis beschreibt.

Es sei nun $(a_1, b_1, a'_1, d'_1, b'_1, e'_1)$ der gegebene Erzeugungskreis K , (c_1, c'_1) dessen Mittelpunkt und $(O, z'z')$ die mit der Z -Achse zusammenfallende und auf der H.E. senkrecht stehende Drehachse. Denkt man sich nun den Kreis K um die Achse $(O, z'z')$ herum gedreht, so beschreibt der Punkt (a_1, a'_1) den äußeren Umrisskreis (K, K') und der Punkt (b_1, b'_1) den inneren Umrisskreis (k, k') , womit der horizontale Umriss des Kreisrings gegeben ist. Zeichnet man den Erzeugungskreis K im Aufriß in den beiden zur Aufrißebene parallelen Stellungen K_1 und K_2 und zieht daran noch die hori-

zontalen Tangenten $d'_1 d'_5$ und $e'_1 e'_5$, so ist damit die Aufrißprojektion des Kugelrings gegeben.

138. Um nun die Isophoten des Kreisrings zu erhalten, bestimme man wieder zuerst die Grundrißprojektionen der Isophotenpunkte einer Reihe von Parallelkreisen $(K_1, K'_1), (K_2, K'_2), (k_1, k'_1), (k_2, k'_2), \dots$. Dazu zeichne man zu den entsprechenden Berührungspunkten $F'_1, F'_2, f'_1, f'_2, \dots$ die Tangenten und Normalen, und mittels der letztern und der zugehörigen Subnormalen bestimme man in Verbindung mit dem horizontalen Neigungswinkel α ($= 35^\circ 16'$) der Richtrichtung die Fundamentalpunkte (den Nullpunkt und den Maximalpunkt) der Intensitätskale für die Isophotenpunkte der entsprechenden Parallelkreise.

Zieht man daher die Normalen $F'_1 G'_1, f'_1 g'_1, \dots$ macht Winkel $J'_1 r' J''_1 = \alpha$, trägt $F'_1 G'_1$ nach $r' H'_1$ und $f'_1 g'_1$ nach $r' h'_1$, sowie $O'_1 G'_1$ nach $r' J'_1$ und $O'_1 g'_1$ nach $r' i'_1$, errichtet in $H'_1, h'_1, J'_1, i'_1, \dots$ die Senkrechten $H'_1 H''_1, h'_1 h''_1, J'_1 J''_1, i'_1 i''_1, \dots$ welche den zweiten Schenkel des in die V.E. umgelegten Winkels α in $H''_1, h''_1, J''_1, i''_1, \dots$ schneiden, und trägt $J'_1 J''_1$ nach $O N_1, r' H''_1$ nach $N_1 M_1, i'_1 i''_1$ nach $O n_1$ und $r' h''_1$ nach $n_1 m_1, \dots$ auf die mit der Horizontalprojektion $O l$ der Richtrichtung zusammenfallende Achse XX , so sind N_1 und M_1 die Fundamentalpunkte, und zwar N_1 der Nullpunkt und M_1 der Maximalpunkt der Intensitätskale für die Isophotenpunkte des großen äußeren Parallelkreises (K_1, K'_1) und

*) Den in der Figur fehlenden Punkt v_1 , sowie z_1 , beliebe der Schüler in der vergrößerten Figur selbst beizusetzen.

n_1 und m_1 die Fundamentalpunkte, der Nullpunkt und der Maximalpunkt, der Intensitätskale für die Isophotenpunkte des kleinen innern Parallelkreises (k_1, k'_1). Ganz ebenso findet man die Fundamentalpunkte der übrigen Parallelkreise (K_2, K'_2), (k_2, k'_2), . . . Was dagegen den größten äußern Kreis (K, K') und den kleinsten innern Kreis (k, k') betrifft, so reduziert sich deren Isophotenkonstruktion auf die beim senkrechten Kreiszylinder (siehe § 60, Fig. 25) angegebene Konstruktion. Zieht man nämlich $O'A'_1$ parallel $r'J''_1$, oder macht man, mit andern Worten, $\sphericalangle a'_1 O'A'_1 = \alpha$, errichtet in a'_1 und b'_1 die Senkrechten $a'_1 A'_1$ und $b'_1 B'_1$, welche $O'A'_1$ in A'_1 und B'_1 schneiden, und trägt man $O'A'_1$ nach OM und $O'B'_1$ nach Om (auf XX), so ist M der Maximalpunkt (+10) der Intensitätskale für die Isophotenkonstruktion des äußern Kreises K und m der Maximalpunkt (+10) der Intensitätskale für die Isophotenkonstruktion des innern Kreises k . — Was endlich den höchsten und tiefsten Kreis (k_3, k'_3 und k''_3) betrifft, so ist die Beleuchtungsintensität überall dieselbe, und zwar ist die des erstern Kreises (k_3, k'_3) gleich der Beleuchtungsintensität des Punktes d'_1 , also nach früherem gleich +0,58, und die des andern (k_3, k''_3) gleich der Beleuchtungsintensität des Punktes e'_1 , also gleich -0,58.

Hat man auf diese Weise eine hinreichende Anzahl von Isophotenpunkten auf den Grundrißprojektionen $K, K_1, K_2, k, k_1, k_2, \dots$ gefunden, so erhält man durch Verbindung der gleichnamigen Isophotenpunkte

die verlangten Grundrißisophoten. Projiziert man die erhaltenen Isophotenpunkte aus dem Grundriß in den Aufsriß auf die zugehörigen Aufsrißprojektionen $K, K_1, K_2, k, k_1, k_2, \dots$ der entsprechenden Parallelkreise, so erhält man durch Verbindung der gleichnamigen Isophotenpunkte die Aufsrißprojektionen der verlangten Isophoten.

Wir haben jedoch, um die Figur nicht gar zu sehr zu überladen, sowohl im Grundriß wie im Aufsriß nur die sichtbaren Teile der Isophoten dargestellt. Einzig die Grenzisophote OO , d. h. die Trennungslinie von Schatten und Licht, haben wir, um den Schlagschatten konstruieren zu können, vollständig, also auch deren unsichtbare Teile, gezeichnet.

139. Die Aufzeichnung der Isophoten oder der Kurven gleicher Lichtintensität wird auch hier wie in allen ähnlichen Beispielen wesentlich erleichtert, wenn man noch überdies die Isophotenpunkte des Hauptmeridians, sowie des Symmetralmeridians bestimmt.

Den erstern betrachten wir als Normaldirektrix einer auf der V.E. senkrecht stehenden Cylindersfläche, und indem wir $c'_1 p'_2 = c'_1 p''_2 = c'_1 p'_1 = \rho \sec \alpha$ machen, sofern ρ der Radius des Erzeugungskreises ist, sodann jede der Strecken $c'_1 p'_2$ und $c'_1 p''_2$ in zehn gleiche Teile teilen und durch die Teilpunkte Senkrechte zu $c'_1 p'$ errichten, so schneiden diese auf K_1 die verlangten Isophotenpunkte ab. Ebenso erhalten wir die Isophotenpunkte auf dem Meridiankreis K_5 .

Projiziert man die erhaltenen Aufrißprojektionen der Isophotenpunkte des Hauptmeridians in den Grundriß, so erhält man die Punkte, in welchen die zur Projektionsachse parallelen Geraden $a_4 b_4$ und $a_5 b_5$ von den gleichnamigen Isophoten geschnitten werden.

Um nun auch noch die Isophotenpunkte des Symmetralmeridians zu bestimmen, betrachte man diesen als Normaldirektrix einer Cylinderfläche, deren Erzeugende horizontal und zur Y-Achse parallel sind, und denke denselben zunächst in eine zur V.E. parallele Lage gedreht. In dieser Lage fallen die umgedrehten Meridiankreise ebenfalls mit K_1 und K_5 zusammen, und der durch deren Mittelpunkt gehende umgedrehte Lichtstrahl kommt nach $c'_1 p'_1$, resp. $c'_5 p'_5$ zu liegen. Teilt man nun den Kreisradius $c'_1 q'_1 = c'_1 q''_1$, resp. $c'_5 q'_5 = c'_5 q''_5$ in zehn gleiche Teile und errichtet in den Teilpunkten Senkrechte zu $q'_1 q''_1$, resp. $q'_5 q''_5$, so schneiden diese die Kreise K_1 , K_5 in den Isophotenpunkten des umgedrehten Symmetralmeridians. Projiziert man diese Punkte aus dem Aufriß in den Grundriß auf die Geraden $a_4 b_4$, resp. $a_5 b_5$, und dreht dieselben auf die Geraden $a_2 b_2$, resp. $a_6 b_6$ in die ursprüngliche Lage zurück, so erhält man auf letztern Geraden die Punkte, in welchen sie von den gleichnamigen Isophoten selbst geschnitten werden.

140. Erwägt man, daß die Grundrißprojektionen in Bezug auf die Achse XX symmetrisch gelegen sind, so ist klar, daß die Isophotenpunkte von $a_4 b_4$ in

gleicher Weise auch nach $a_3 b_3$ und die von $a_5 b_5$ nach $a_7 b_7$ übertragen werden können, was am schnellsten mit einem geradlinigen Papierstreifen geschehen kann.

Auch mag noch bemerkt werden, daß, wenn man die Isophotenpunkte auf einem äußern Parallelkreis K_1, K_2, \dots bereits konstruiert hat, dann die Isophotenpunkte der zugehörigen innern Kreise k_1, k_2, \dots , welche mit erstern in derselben horizontalen Ebene liegen, erhalten werden, wenn man die Radien der Isophotenpunkte auf K_1, K_2, \dots in entgegengesetzter Richtung verlängert. Denn dann sind die Punkte, wo diese die Kreise k_1, k_2, \dots schneiden, die Isophotenpunkte auf letztern Kreisen. So liefert z. B. T auf K_1 den Punkt t auf k_1 etc.

Hieraus folgt zugleich, daß, wenn ein Radius eine Isophote in einem Punkt berührt, dieselbe auch noch vom verlängerten Radius in einem entsprechenden Punkte berührt wird. So wird z. B. die Isophote +6 von der radialen Geraden OU einerseits in U und andererseits in u berührt. Damit ist, wie man sieht, ein leichtes und sehr wertvolles Mittel an die Hand gegeben, die Isophotenkonstruktion zu kontrollieren.

141. Die Isophoten des Kreisrings können übrigens auch leicht und schnell mittels einer Hilfskugel erhalten werden. Denkt man sich nämlich im Mittelpunkt (O, O') des Kreisrings eine Hilfskugel mit ihren gleichnamigen Isophoten aufgestellt, deren Durchmesser $a_1 \beta_1$ gleich ist dem Durchmesser $a_1 b_1$ des Erzeugungskreises, und denkt

man sich mit dem Erzeugungskreis zugleich auch eine der Hilfskugel gleiche Kugel umgedreht, so daß ihr Mittelpunkt mit dem Mittelpunkt des Erzeugungskreises stets zusammenfällt, so ist klar, daß die Beleuchtung des Kreis- oder Kugelrings in jeder beliebigen Stellung des Erzeugungskreises oder der Erzeugungskugel gleich ist der Beleuchtung des entsprechenden Meridiankreises der Hilfskugel. Man hat daher nur die auf den Durchmesser $\alpha_1 \beta_1, \alpha_2 \beta_2, \dots$ liegenden Isophotenpunkte der Hilfskugel auf die entsprechenden Durchmesser $a_1 b_1, a_2 b_2, \dots$ abzutragen. So sind z. B. die Punkte γ, δ, \dots auf $\alpha\beta$ nach v, w, \dots auf ab abgetragen worden, so daß $av = a\gamma$ und $bw = b\delta$ zc. So könnte man auch den Aufriß der Hilfskugel benützen, um die Aufrißisophoten des Kreisrings zu erhalten. Dann hätte man zu den Tangenten $F'_1 S'_1, F'_2 S'_2, \dots$ des Kreisrings an die Hilfskugel parallele Tangenten $\varphi'_1 \sigma'_1, \varphi'_2 \sigma'_2, \dots$, sowie die zugehörigen Parallelkreise zu ziehen und die Isophotenpunkte, worin diese von den Isophoten der Hilfskugel durchschnitten werden, proportional (am besten mittels eines Proportionalmaßstabes) auf die entsprechenden Parallelkreise des Kreisrings abzutragen. Dieses, auch für jede andere Umdrehungsfläche anwendbare Verfahren wird dem Schüler zur eigenen Ausführung empfohlen.

Dagegen wollen wir hier noch ein anderes Verfahren zeigen, wie die Aufrißisophotenpunkte leicht aus den Grundrißisophotenpunkten erhalten werden können. Denkt man sich nämlich den Erzeugungskreis K in verschiedenen

Stellungen des Grundkreises in eine zur H.E. parallele Lage umgedreht, wie dies z. B. bei $a v_1 w_1 b$ angedeutet ist, so bestimmen die umgedrehten Ordinaten $v v_1, w w_1, \dots$ zugleich die Höhen der betreffenden Isophotenpunkte unter und über der mittlern Parallelkreisebene $a'_1 a'_5 (K')$ im Aufriß. Projiziert man daher v, w, \dots nach v'_1, w'_1, \dots und macht $v'_1 v' = v v_1$ und $w'_1 w' = w w_1$ zc., so sind v', w' zc. die entsprechenden Isophotenpunkte im Aufriß.

142. Endlich haben wir auch noch den Schlag Schatten, den die äußere und innere Grenzisophote oder die Trennungslinien von Schatten und Licht auf die Projektionsebenen werfen, zu bestimmen. Man erhält denselben auch hier, wenn man durch eine hinreichende Anzahl von Punkten der Grenzisophote Strahlen parallel der Lichtrichtung ($O1, O'1'$) legt und ihre Spuren oder Durchschnittpunkte mit den Projektionsebenen sucht und miteinander verbindet. So liefern z. B. die Punkte (v, v') und (w, w') , von denen ersterer der äußeren und der andere der inneren Trennungslinie von Schatten und Licht angehört, indem man durch v und w Parallelen mit $O1$ und durch v' und w' Parallelen mit $O'1'$ zieht und von v'_2 und w'_2 Senkrechten zur Achse $o'_1 o'_5$ errichtet, die Schlag Schattenpunkte V und W , welche beide in der Horizontalebene liegen, und von denen V der Kurve $\mathfrak{F}AVB$ und W der Kurve $aWbcdefa$ angehört*).

*) Wir machen noch besonders auf die Überschneidungen bei bc und ef dieser innern Schlag Schattenkurve aufmerksam.

Ein Teil des Schlagschattenumrisses fällt übrigens, wie man aus der Figur ersieht, teilweise auch auf die Vertikalebene. Derselbe wird auf gleiche Weise erhalten, wenn man die Vertikalspuren der durch einzelne Punkte der Grenzfophote O gezogenen Lichtstrahlen sucht und gehörig verbindet. So ist V' die Vertikalspur des durch (v, v') gelegten Strahles und daher ein Punkt der Schlagschattenkurve $D'V'E'$ in der Aufrißebene.

143. Aufgabe. Es sind die Umrise einer elliptischen Einziehung (eines elliptischen Annuloids), sowie die Projektionen der Lichtrichtung gegeben; man soll die Isophoten, samt Schlagschatten, den der obere Teil der Fläche auf sich selbst wirft, bestimmen (Fig. 57, Blatt 14).

Auflösung. Wäre die Erzeugungslinie der Einziehung ein Kreisbogen, so würden die Isophoten ganz auf gleiche Weise erhalten werden, wie beim Kreisring ausführlich gezeigt worden ist. Ist die Erzeugungslinie aber, wie in unserem Beispiel, eine Ellipse, so bleibt sich zwar die Konstruktion der Isophotenpunkte auf den Parallelkreisen gleich, die Konstruktion derselben auf dem Hauptmeridian wie auf dem Symmetralmeridian ändert sich dagegen mit der Form der Erzeugungslinie. Wir haben nun diese absichtlich als Ellipse angenommen, um bei dieser Gelegenheit zu zeigen, wie man die Isophotenpunkte derselben, als Meridiankurve aufgefaßt, erhält.

Um zuerst die Isophotenpunkte auf dem elliptischen Hauptmeridian $(A_1 b_1 d_1, a'_1 b'_1 d'_1)$, resp. $(A_5 b_5 d_5, a'_5 b'_5 d'_5)$ zu erhalten, ziehen wir auf die große Achse

$a'_1 b'_1$ in irgend einem Punkt, z. B. in α'_1 , eine Senkrechte S_1 und vom darauf liegenden Eckpunkt α_1 des der Ellipse E_1 umschriebenen (halben) Rechtecks $\alpha'_1 \alpha_1 \beta'_1 \beta_1 \dots$ eine Senkrechte auf dessen gegenüberliegende Diagonale $\beta_1 \alpha'_1$, welche $\alpha'_1 \beta'_1$ in π'_1 schneidet. Durch π'_1 führen wir $\pi'_1 p'_1$ parallel der Vertikalprojektion $O'_1 l'$ der Lichtrichtung und konstruieren für $\pi'_1 p'_1$ als Richtung und für π'_1 als Mittelpunkt und für $\sphericalangle p'_1 \pi'_1 P'_1 = \alpha$ ($= 35^\circ 16'$) als vertikalen Neigungswinkel der Lichtrichtung den Normalenbüschel. Die Strahlen dieses Büschels schneiden dann die Gerade S_1 in Punkten, die mit σ'_1 , dem Mittelpunkt der Ellipse E_1 , verbunden, die Ellipsendurchmesser liefern, auf denen die Isophotenpunkte des verlangten Meridians $a'_1 b'_1 d'_1$ liegen. Auf gleiche Weise verfährt man auch, um die Isophotenpunkte auf dem Meridian $a'_5 b'_5 d'_5$ zu erhalten. Bei beiden Konstruktionen haben wir einige Isophotenpunkte durch Hilfslinien angegeben. So z. B. auf E_1 die Isophotenpunkte $+4, +6, +7, \dots$ und auf E_5 die Isophotenpunkte $+3, -6, \dots$. Durch Herabprojizieren dieser Punkte auf die durch O zur Projektionsachse geführte Parallele $A_1 A_5$ erhält man alsdann die Punkte, in welchen diese Gerade von den Grundrißprojektionen der Isophoten geschnitten wird.

144. Behufs der Isophotenkonstruktion des Symmetralmeridians $(A_2 b_2 d_2, a'_2 b'_2 d'_2)$ drehen wir diesen zuerst in eine zur V.E. parallele Lage, in welcher er mit dem Hauptmeridian $(A_1 b_1 d_1, a'_1 b'_1 d'_1)$ zusammen-

fällt. Hierauf ziehen wir $\pi'_1 q'_1$ parallel der ebenfalls zur V.E. parallel gedrehten Lichtrichtung $O'_1 L'_1$, so daß $\angle \pi'_1 q'_1 a'_1 = \alpha$ ($= 35^\circ 16'$), und konstruieren für π'_1 als Mittelpunkt, $\pi'_1 q'_1$ als Richtung und einen beliebig angenommenen Maximalpunkt $+10$ den Normalenbüschel. Die Strahlen dieses Büschels schneiden alsdann die Gerade S_1 in Punkten, die, mit c'_1 verbunden, die Ellipsendurchmesser liefern, welche auf dem mit $a'_1 b'_1 d'_1$ zusammenfallenden, umgedrehten Symmetralmeridian die verlangten Isophotenpunkte liefern. Auf gleiche Weise verfährt man auch, um die Isophotenpunkte auf dem mit $a'_5 b'_5 d'_5$ zusammenfallenden, umgedrehten Symmetralmeridian zu erhalten. Auch bei diesen beiden Konstruktionen haben wir einige Isophotenpunkte durch Hilfslinien angedeutet. So z. B. auf $a'_1 b'_1 d'_1$ die Isophotenpunkte $+8_1, +5_1, -3_1, \dots$ und auf $a'_5 b'_5 d'_5$ die Isophotenpunkte $+4_1, +8_1, \dots$. Projiziert man diese Punkte auf die zur Projektionsachse Parallele $A_1 A_5$ und dreht dieselben von da in die ursprüngliche Lage nach $A_2 b_2 d_2$, resp. $A_6 b_6 d_6$ zurück, so erhält man die verlangten Grundrißprojektionen der Isophoten des Symmetralmeridians.

145. Um nun weiter die Isophotenpunkte auf einem beliebigen Parallelkreis (k_1, k'_1) zu bestimmen, ziehe man zum zugehörigen Punkt (f_1, f'_1) (rechter Hand) die Tangente $f'_1 s'_1$ und die Normale $f'_1 g'_1$, und damit bestimme man auf bekannte Weise mittelst des bei $h_1 r_1 H_1$ (beliebig nebenauss) umgelegten Neigungswinkels α den

Nullpunkt N_1 und den Maximalpunkt M_1 der zugehörigen Beleuchtungsstake für die Isophotenkonstruktion des Parallelkreises (k_1, k'_1) . Man mache also $r_1 i_1 = O'_1 g'_1$ und $r_1 h_1 = f'_1 g'_1$, errichte in i_1 und h_1 Senkrechte, welche den umgelegten Winkelschenkel in J_1 und H_1 durchschneiden, und trage $i_1 J_1$ nach $O_1 N_1$ und $r_1 H_1$ nach $N_1 M_1$ auf die zu XX angenommene Parallele, so ist N_1 der Nullpunkt und M_1 der zugehörige Maximalpunkt der Intensitätsstake für die Konstruktion der Isophotenpunkte des angenommenen Parallelkreises (k_1, k'_1) .

146. Für den kleinsten Parallelkreis (k, k') geht die umhüllende Regelfläche in eine Cylinderfläche über, und die Isophotenkonstruktion vereinfacht sich beinahe in der Art, daß der Nullpunkt mit dem Mittelpunkt O zusammenfällt und daß die Länge der Beleuchtungsstake $= \rho \sec \alpha$ ist, sofern ρ den Radius des Parallelkreises (k, k') bedeutet. Denkt man sich also den Lichtstrahl nach $O L_1$ in die H.E. umgelegt und auf einer zur Achse XX parallel angenommenen Geraden $om = O L_1$ gemacht, so ist o der Nullpunkt und m der Maximalpunkt der verlangten Beleuchtungsstake für die Grundrißprojektion k des Parallelkreises (k, k') .

147. Geht ein Parallelkreis zufällig durch zwei Isophotenpunkte des umgedrehten Symmetralmeridians, wie in unserer Figur z. B. der Parallelkreis (k_2, k'_2) durch die Isophotenpunkte $+10_1$ und -3_1 , so vereinfacht sich die Isophotenkonstruktion wesentlich. Denn bringt man (im Grundriß) die Punkte $+10_1$ und -3_1

nach $+10$ und -3 in ihre ursprüngliche Lage zurück, so erhält man die Beleuchtungsstufale für die Grundrißprojektion k_2 des betreffenden Parallelkreises (k_2, k'_2), wenn wir die Strecke $+10 - 3$ in 13 gleiche Teile teilen. Diese Teilung haben wir auf der Achse XX selbst ausgeführt: M_2 ist dabei der Maximalpunkt $+10$ und N_2 der Nullpunkt 0.

Was die Beleuchtung des untersten Kreises (K_1, K'_1) und des obersten Kreises (K_2, K'_2) betrifft, so ist die Beleuchtungsintensität derselben, da sie die Meridianellipsen E_1 und E_2 horizontal berühren, nach früherem gleich 0,58.

148. Endlich haben wir in unserer Figur auch noch die Schlag Schatten auf die Oberfläche der Einziehung selbst wie auf die Projektionsebenen angegeben. Im Aufriß erhält man den eigenen Schattenumriß $r't'u'$, den der obere Kreis (K_2, K'_2) auf die Oberfläche der Einziehung wirft, wie für den Punkt t' durch Hilfslinien angedeutet ist. Durch einen Punkt (v, v') des schattenwerfenden Kreises (K_2, K'_2) denkt man sich nämlich einen Lichtstrahl parallel O_1, O'_1l' gezogen, durch denselben eine Hilfsebene, und zwar eine horizontal projizierende Ebene, gelegt und mittels einiger Parallelkreise die Vertikalprojektion $v't'w'$ der Durchschnittslinie bestimmt, in welcher dieselbe die Oberfläche der Einziehung schneidet. Der Punkt t' , in welchem $v't'w'$ von der Vertikalprojektion $v't'$ des Lichtstrahles geschnitten wird, ist alsdann ein Punkt der Schlag Schatten-

kurve $r't'u'$ im Aufriß. Im Grundriß werden die Umrisse B_1C, B_1C_1 noch vom obern Begrenzungskreis (K_2, K'_2) und die ebenfalls noch sichtbaren Umrisse A_1B, A_1B_1 von der Grenzfosphote 0 auf den untern Teil der Einziehung geworfen und auf ähnliche Weise wie der Schlag Schattenumriß im Aufriß gefunden. — Die Kurven C_1D, C_1D_1 endlich geben den Schlag Schatten des obern Begrenzungskreises (K_2, K'_2) auf die H.E., und die Kurve $D_1F'G'$ denselben auf die V.E. an. Die beiden Stücke C_1D, C_1D_1 sind Bogenstücke des Kreises $D_1C_1D_1$, den man aus O_2 , der Horizontalspur des durch den Mittelpunkt (O, O'_2) gehenden Lichtstrahles ($O_1O_2, O'_1O'_2$), mit dem Radius $O'_2d'_1$ des schattenwerfenden Kreises K_2, K'_2 beschreibt. Der elliptische Schlag Schatten $D_1F'G'$ auf der Aufrißebene ergibt sich dagegen auf bekannte Weise, wenn man die Vertikalspuren der durch einzelne Punkte des schattenwerfenden Kreises (K_2, K'_2) gezogenen Lichtstrahlen sucht und gehörig verbindet. So ist W' die Vertikalspur des durch (v, v') gelegten Lichtstrahles (v_1v_1, v'_1W') und somit W' ein Punkt der Schlag Schattenkurve auf der Aufrißebene.

149. Aufgabe. Es sind die Umrisse der geraden Schraubenfläche oder der sogenannten Wendelfläche (der Schraube mit flachem Gewinde), sowie die Projektionen der Lichtstrahlung gegeben; man soll die Nephoten derselben bestimmen (Fig. 58, Blatt 15).

Auflösung. Die gerade oder flache Schraubenfläche, auch Wendelfläche genannt, entsteht, wenn sich

eine Gerade, die zu ihrer Achse senkrecht ist, so bewegt, daß jeder Punkt derselben eine Schraubenlinie beschreibt. Als Erzeugende wurde die Gerade A_0B_0 angenommen, die in der H.E. liegt und zugleich auf der Projektionsachse senkrecht ist und als Drehachse eine im Mittelpunkt O zur H.E. senkrecht stehende Gerade hat. Indem A_0B_0 sich in der Richtung des zur Seite (im Grundriß) angegebenen Pfeiles der bezeichneten Bedingung entsprechend umdreht und nacheinander die Stellungen $(a_1b_1, a'_1b'_1)$, $(a_2b_2, a'_2b'_2)$, $(a_3b_3, a'_3b'_3)$, ... einnimmt, erzeugt sie die linksgängige Schraubenfläche*), von welcher wir Dreiviertel einer Windung dargestellt haben. Dabei beschreibt der Punkt (A_0, a'_0) die Schraubenlinie (S, S') und der Punkt (B_0, b'_0) die Schraubenlinie (S, S'') , deren halbe Ganghöhe $= a'_0a'_4 = b'_2a'_6$ ist und welche zusammen den äußeren Umriß der Schraubenfläche bilden. Ebenso beschreibt auch jeder andere Punkt der Erzeugenden eine Schraubenlinie von gleicher Ganghöhe. So z. B. der Punkt (D_0, a'_0) die Schraubenlinie (S_3, S'_3) und der Punkt (E_0, b'_0) die Schraubenlinie (S_3, S''_3) .

150. Um nun zunächst die Grundrißisophoten zu bestimmen, die in Bezug auf die Achse YY symmetrisch

*) Wir nennen, entgegen dem gewöhnlichen Sprachgebrauch, eine Schraubenfläche eine linksgewundene oder linksgängige, wenn man, wie in unserem Beispiel, in derselben emporsteigend, die Schraubenachse stets zur Linken hat; im andern Fall dagegen eine rechtsgewundene oder rechtsgängige.

gelegenen sind, konstruieren wir zuerst die Isophotenpunkte auf dieser Achse. Dazu berechnen wir vor allem den Hauptparameter der Schraubenfläche:

$$\gamma = \rho \operatorname{tg} \beta = \frac{h}{2\pi}$$

worin h die Ganghöhe $= 2 \cdot a'_0a'_4$, ρ den Radius und β den konstanten Neigungswinkel bedeutet, den die Tangente an die zugehörige Schraubenlinie bildet.

In unserer Figur ist $\rho = 1 \text{ cm}$ und $\frac{h}{2} = 4,6 \text{ cm}$ angenommen worden. Man erhält: $\gamma = \operatorname{tg} \beta = \frac{4,60}{3,14} = 1,465 \text{ cm}$, welchem Wert der Tangentenwinkel $\beta = 54^\circ 44'$ entspricht.

Man mache nun $OC = \gamma = \operatorname{tg} \beta = 1,465 \text{ cm}$ und Winkel $OCP = \alpha (= 35^\circ 16')$ oder Winkel $OPC = \beta (= 54^\circ 44')$ und konstruiere für den Punkt C als Mittelpunkt und für CP als Richtung und beliebige Länge der Intensitätsfale den Normalenbüschel, so schneiden die Strahlen desselben die Achse YY in den verlangten Isophotenpunkten, wie für einige Punkte, so für +8, +9, -2, -6, ... durch Hilfslinien angedeutet ist. Dem Punkt P entspricht zugleich der hellste Punkt +10 und dem Punkt Q der dunkelste Punkt 0.

151. Um im weitem die Grundrißisophoten einer beliebigen konaxialen Schraubenlinie (S_2, S'_2) vom Radius $r = Of_2$ zu finden, konstruieren wir aus O mit $r = Of_2$ einen Kreis S_2 , welcher die Horizontalprojektion

der Schraubenlinie S'_2 ist, verbinden f_2 mit C und ziehen $f_2 g_2 \perp f_2 C$. Mit den beiden Linien Og_2 und $f_2 g_2$, die der Subnormale und Normale des Grundkreises bei den senkrechten Kreissegelflächen entsprechen, ergibt sich alsdann auf bekannte Weise der Abstand des Nullpunktes von der X-Achse und die Länge der mit der Y-Achse zusammenfallenden Beleuchtungsstake für die Grundrißisophoten des Kreises S_2 . Man mache nämlich $Cl_2 = Og_2$ und $Ch_2 = g_2 f_2$, errichte in i_2 und h_2 Senkrechte zu CO , welche die verlängerte CP in J_2 und H_2 schneiden, ziehe durch einen beliebigen Punkt o_2 der X-Achse*) mit der Y-Achse eine Parallele und trage $i_2 J_2$ nach $o_2 N_2$ und CH_2 nach $N_2 M_2$, so ist N_2 der Nullpunkt und M_2 der Maximalpunkt (+10) der dem Kreis S_2 entsprechenden Intensitätsstake. Führen wir daher durch die Teilpunkte dieser Stake Senkrechte zur Y-Achse oder Parallele zur X-Achse, so schneiden diese S_2 in den verlangten Grundrißprojektionen der Isophotenpunkte auf der Schraubenlinie (S_2, S'_2), wie durch Hilfslinien für einzelne Punkte ersichtlich gemacht ist. In unserer Figur sind weiter die Bestimmungsstücke $Og_3, f_3 g_3, Og_4, f_4 g_4, \dots$ für die Grundrißprojektionen S_3, S_4, \dots der Schraubenlinien (S_3, S'_3), (S_4, S'_4), \dots angedeutet, womit die Isophotenpunkte derselben gefunden werden können.

152. Für solche Kreise, die durch einen auf der Y-Achse liegenden Isophotenpunkt gehen und zugleich

*) In unserer Figur links unten nebenauss angenommen.

die Grundrißprojektionen der Grenzisophote, also den Kreis OO schneiden, wie z. B. für den Kreis S_1 , der durch den Punkt +10 (auf der Y-Achse) geht und den Kreis OO in t und u schneidet, läßt sich die Isophotenkonstruktion auch hier wesentlich vereinfachen. Denn die Gerade tu , gehörig verlängert, bestimmt auf der zur Y-Achse parallel gezogenen Stake (ebenfalls links unten beliebig angenommen) im Schnittpunkt N_1 den Nullpunkt, und die durch P (+10) zur X-Achse parallele Gerade schneidet auf derselben den Maximalpunkt M_1 (+10) ab.

153. Hat man auf diese Weise die Grundrißisophoten gefunden, so erhält man die Aufrißprojektionen derselben, indem man die Grundrißisophotenpunkte auf die entsprechenden Vertikalprojektionen der konaxialen Schraubenlinien (S'_1, S'_3, S', \dots), oder noch besser auf die Vertikalprojektionen der zugehörigen Erzeugenden ($a_1 b_1, a'_1 b'_1$), ($a_2 b_2, a'_2 b'_2$), \dots projiziert. So ist z. B. der Richtpol +10, der auf der konaxialen Schraubenlinie (S_1, S'_1) liegt, mittelst der Erzeugenden ($a_1 b_1, a'_1 b'_1$) bestimmt worden.

154. Um endlich die Isophotenpunkte der Schraubenachse ($O, a'_0 a'_4 \dots$), d. h. die Punkte, in welchen dieselbe von den Aufrißisophoten geschnitten wird, zu erhalten, müssen wir ebenfalls die horizontalen Erzeugenden bestimmen, auf denen diese Punkte liegen. Zu diesem Behufe konstruieren wir für den Mittelpunkt und Nullpunkt O , die Richtung OX und den horizontalen

Neigungswinkel α ($= 35^{\circ}16'$) der Lichtrichtung (l, l') den Tangentenbüschel oder für die gleichen Stücke und die Richtung OY den Normalenbüschel. Dann sind die Strahlen dieses Büschels die Grundrißprojektionen der genannten Erzeugenden. Diese Konstruktion ist in unserer Figur für den Kreis S der äußern Schraubenlinie (S, S') ausgeführt. Der Nullpunkt der Skala fällt, wie gesagt, mit dem Centrum O zusammen, und der Maximalpunkt M ($+10$) (auf OY) ergibt sich, wenn man den horizontalen Neigungswinkel α der Lichtrichtung (l, l') in eine zur V.E. parallele Lage $L_1 a'_0$ dreht und die Hypotenuse $a'_0 L_1$ des rechtwinkligen Dreiecks $L_1 a'_0 L_1$ nach OM auf der Y -Achse abträgt. Indem man hierauf die Strecken OM in zehn gleiche Teile teilt, in den Teilpunkten Senkrechte zur Y -Achse zieht, die Schnittpunkte dieser Senkrechten mit dem Kreis S auf die Schraubenlinie S' projiziert und endlich durch die Punkte, wo die letztere von den projizierenden Linien geschnitten wird, Parallelen mit der Projektionsachse führt, erhält man in den Punkten, in welchen diese Parallelen die Achse $a'_0 a'_4$. . . schneiden, die verlangten Hypotenuspunkte auf letzterer. Die Konstruktion ist für die Punkte $+8, +7, 0, -1, -3$ noch besonders durch Hilfslinien angegeben.

155. Aufgabe. Es sind die Umriffe der schiefen Schraubenfläche (der Schraube mit scharfem Gewinde), sowie die Projektionen der Lichtrichtung gegeben; man soll die Isophoten derselben bestimmen (Fig. 59 u. 60, Blatt 16).

Auflösung. Die schiefe Schraubenfläche, welche unter anderm zur Oberflächenbegrenzung der Schraube mit scharfem Gewinde dient, entsteht, wenn sich eine Gerade, die beliebig schief zur Achse ist und diese, gehörig verlängert, schneidet, so bewegt, daß sie mit der Achse stets denselben Winkel bildet und daß jeder Punkt derselben eine Schraubenlinie beschreibt. Als Erzeugende wurde die zur V.E. parallele Gerade ($A_0 o, a'_0 b'_0$) angenommen, die die Achse ($o, o' o''$) im Punkte (o, b'_0) schneidet und mit der H.E. den Neigungswinkel $b'_0 a'_0 o' = \beta$ bildet, welcher in unserer Figur dem horizontalen Neigungswinkel $L_1 o' a'_0 = \alpha = 35^{\circ}16'$ (der in eine zur V.E. parallele Lage gedreht) gleich angenommen worden ist. Indem sich die Erzeugende ($A_0 o, a'_0 b'_0$) nach der Richtung des Pfeiles der angegebenen Bedingung gemäß umdreht und nacheinander die Stellungen ($A_0 o, a'_0 b'_0$), ($a_1 o, a'_1 b'_1$), ($a_2 o, a'_2 b'_2$), . . . einnimmt, erzeugt sie die linksgängige*) eine (untere) Hälfte der schiefen Schraubenfläche**, von welcher wir etwas über Fünftel Windungen dargestellt haben.

Die Aufsichtprojektion des Umrisses dieser Schraubenfläche ist die Kurve, welche die Aufsichtprojektionen sämtlicher Erzeugenden ($A_0 o, a'_0 b'_0$), ($a_1 o, a'_1 b'_1$), ($a_2 o,$

*) Siehe die Anmerkung S. 73.

**) Die andere (obere) Hälfte wird von einer Geraden erzeugt, die über b'_0 hinaus verlängert und $a'_0 b'_0$ gleich lang angenommen wird. Die erstere Hälfte dieser vollständig schiefen Schraubenfläche dient dann zur oberen und die andere Hälfte zur untern Oberflächenbegrenzung der Schraube mit scharfem Gewinde.

$a'_2 b'_2$), ..., die wir innerhalb einer Windung in 24 Stellungen zur Hilfe dargestellt haben, einhüllt. Dabei beschreibt der Punkt (A_0, a'_0) die Schraubenlinie $(A_0 a_1 a_2 a_3 \dots, a'_0 a'_1 a'_2 a'_3 \dots)$ oder (S, S') , deren Ganghöhe $= a'_0 a'_3$ und deren Horizontalprojektion der Kreis S ist, womit die Grundrißprojektion der Schraubenfläche vollständig eingeschlossen ist, und der Punkt (o, b'_0) bleibt stets in der Achse und nimmt nacheinander die höhern Stellungen b'_1, b'_2, b'_3, \dots ein. Ebenso beschreibt auch jeder Zwischenpunkt der Erzeugenden eine Schraubenlinie. Wir haben für die Zwischenpunkte f'_1, f'_2, f'_3 die zugehörigen Schraubenlinien $(S_1, S'_1), (S_2, S'_2), (S_3, S'_3)$ dargestellt.

156. Die Grundrißprojektion der den Aufriß einhüllenden Aufrißkurve findet man wie folgt. Man mache $oc = r = \gamma \cotg \beta = f'_2 o'_2$, führe durch c zu $A_0 o$ eine Parallele cd , ziehe einen beliebigen Radius od , welcher cd in d schneidet, und mache $oe = cd$, so ist e ein Punkt der verlangten Kurve, von der man auf gleiche Weise beliebig viele andere Punkte e_1, e_2, e_3, \dots finden kann. Aus dieser Konstruktion folgt zugleich, daß die Gerade cd eine Asymptote zu dem Kurvenast oe ist und daß die Kurve aus zwei solchen zum Achsenkreuz $A_0 o$ und $a_6 o$ symmetrisch liegenden Ästen $oe_1 e_2 e_3 e_4, o e_1 e_2 e_3 e_4$ besteht. Diese Kurve ist zugleich kongruent mit der Horizontalprojektion der Maximalkurve oder hellsten Lichtlinie $or\lambda, or_1 \lambda_1$, die in Bezug auf die Richtung ol , resp. auf die damit

parallelen Geraden $pq, p_1 q_1$ auf gleiche Weise gefunden wird. Wir haben diese beiden Kurven einpunktgestrichelt gezeichnet.

157. Behufs der Bestimmung der Isoptotenpunkte auf der Maximalkurve $\lambda o \lambda_1$ haben wir der Deutlichkeit wegen in einer besondern Hilfsfigur (Fig. 60) den Bestimmungsbüschel K konstruiert, dessen Richtungslinie $K't'$ mit der Vertikalen $K'V'$ den Winkel α bildet. Auf $K'V'$ trage man die Strecke

$$K's' = o'_2 b'_0 = \gamma = \rho \operatorname{tg} \beta = \frac{h}{2\pi} = \frac{3,8}{3,14} = 1,21 \text{ cm}$$

ab und ziehe in s' zu $K'V'$ die Senkrechte $s'y'$, welche $K't'$ in t' und $K'u'$ in u' schneidet. Die Punkte, in welchen die Gerade $s'y'$ von den Strahlen des Büschels K geschnitten wird, tragen wir alsdann so auf die Y -Achse über, daß s' mit o und $s'y'$ mit der positiven Y -Achse zusammenfällt, und von den auf der Y -Achse erhaltenen Punkten führen wir Parallelen mit der X -Achse, welche die Maximalkurve $\lambda o \lambda_1$ in den verlangten Isoptotenpunkten schneidet. Trägt man z. B. $s't'$ nach ot und führt durch t mit der X -Achse eine Parallele, so schneidet sie die Maximalkurve in dem mit μ bezeichneten Lichtpol $+10$. Ebenso werden die übrigen Punkte der Maximalkurve $\lambda o \lambda_1$ durch Übertragung erhalten.

158. Um nun weiter die Isoptotenpunkte auf der Grundrißprojektion einer Schraubenlinie, z. B. auf dem Grundkreise S_2 zu finden, dessen Radius $oc = o'_2 f'_2 = \rho$ ist, und der die Maximalkurve in e und e_1

schneidet, können wir wieder wie bei den senkrechten Kreisfegelflächen verfahren, weil die Erzeugende ($\Delta_0 o$, $a'_0 b'_0$) in ihren verschiedenen Lagen zur H.E. stets denselben Neigungswinkel β macht. Ziehen wir daher $f'_2 g'_2 \perp a'_0 b'_0$, so ist $o'_2 g'_2$ die Subnormale (S) und $f'_2 g'_2$ die Normale (N) des Punktes f'_2 der Erzeugenden ($\Delta_0 o$, $a'_0 b'_0$), welche hier die zur V.E. in parallele Lage umgedrehte Meridiankurve vertritt. Die nähere Untersuchung zeigt nun, daß der Abstand des Nullpunktes der mit der X-Achse zusammenfallenden Intensitätsstafale durch $S \cdot \operatorname{tg} \alpha$ und die halbe Länge dieser Stafale durch $\sqrt{N^2 + \gamma^2 \cotg^2 \alpha} \cdot \sec \alpha$ bestimmt ist. Machen wir also $\sphericalangle u' K' i' = \sphericalangle L'_1 o' a'_0 = \alpha$, tragen $o'_2 g'_2$ nach $K' i'_2$ und errichten in i'_2 eine Senkrechte $i'_2 J'_2$, welche $K' J'_2$ in J'_2 schneidet, so ist $i'_2 J'_2 = S \cdot \operatorname{tg} \alpha$ der auf der X-Achse liegende Abstand des Nullpunktes N_2 der dem Kreis S_2 angehörenden festen Intensitätsstafale vom Koordinatenpunkt (o). Machen wir ebenso $K' v' = o'_2 f'_2 = \rho = \gamma \cdot \cotg \alpha$, ziehen $v' w'_2$ parallel $K' i'$, tragen $f'_2 g'_2$ nach $v' w'_2$, beschreiben mit $K' w'_2$ den Kreisbogen $w'_2 h'_2$ und errichten in h'_2 die Senkrechte $h'_2 H'_2$, so ist $K_1 H'_2$ die halbe Länge der mit der X-Achse zusammenfallenden Intensitätsstafale, womit auch der Maximalpunkt $M_2 (+10)$ dieser Stafale bestimmt ist. Der Einfachheit wegen haben wir jedoch die Einteilung dieser Stafale auf einer etwas nach außen verschobenen und zur X-Achse parallelen Geraden $n_2 m_2$ ausgeführt. Dazu ziehen wir durch o auf $o c_1$ eine Senkrechte und durch einen beliebigen Punkt o_2 derselben

eine Parallele zur X-Achse, machen $o_2 n_2 = i'_2 J'_2 = S \operatorname{tg} \alpha$ und $n_2 m_2 = K' H'_2 = \sqrt{N^2 + \gamma^2 \cotg^2 \alpha} \cdot \sec \alpha$, teilen $n_2 m_2$ in zehn gleiche Teile und ziehen durch die Teilpunkte, wie bei 5 angedeutet, Parallelen zu $o o_2$, so schneiden diese den Kreis S_2 in den Grundrißprojektionen der Isophotenpunkte der Schraubenlinie (S_2, S'_2), deren Grundrißprojektion eben der Kreis S_2 ist. Ebenso erhält man die Isophotenpunkte der Grundrißprojektionen der übrigen Schraubenlinien.

159. Geht ein Kreis durch einen bestimmten Isophotenpunkt der Maximalkurve $\lambda o \lambda_1$, wie z. B. der Kreis S_1 , der durch den hellsten Punkt +10 (μ) geht, so läßt sich die Isophotenkonstruktion auch hier vereinfachen. Denn im Punkt N_1 , wo der Kreis S_1 den mit der X-Achse zusammenfallenden geradlinigen Teil $o a_3$ der Grenzisophote schneidet, hat man schon zum voraus, wie dies auch bei der vorigen Konstruktion der Fall ist, den Nullpunkt o, und zieht man durch μ auf $\mu \mu_1$ eine Senkrechte, welche die X-Achse in M_1 schneidet, so hat man in M_1 auch den verlangten Maximalpunkt +10 der Beleuchtungsstafale für den Kreis S_1 . Auch diese Stafale haben wir zur Deutlichkeit zur Seite (links) auf einer Parallelen $n_1 m_1$ zur X-Achse ausgeführt.

Hat man eine hinreichende Anzahl von Punkten für das Grundrißisophotensystem auf die angegebene Weise gefunden, so hat man dieselben nur noch durch stetige krumme Linien zu verbinden, um die Grundrißisophoten 0, +1, +2, +3, ..., +8, +9, -1,

—2, —3, ... selbst zu erhalten. Und indem man die betreffenden Isophotenpunkte auf die Vertikalprojektionen S'_1, S'_2, S'_3, S' der konaxialen Schraubenlinien oder noch besser auf die Vertikalprojektionen $a'_0 b'_0, a'_1 b'_1, a'_2 b'_2, a'_3 b'_3, \dots$ der zugehörigen Erzeugenden projiziert und durch stetige krumme Linien miteinander verbindet, erhält man auch die zugehörigen Aufrißisophoten $0, +1, +2, +3, \dots, +8, +9, -1, -2, -3, \dots$

160. Will man im Aufriß auch noch die Isophotenpunkte auf der Schraubenachse bestimmen, so verfähre man auf die gleiche Weise, wie bei der geraden oder flachen Schraubenfläche gezeigt worden ist. Man konstruiere für den horizontalen Neigungswinkel α und für oI als Richtung den Tangentenbüschel oder für oY als Richtung den Normalenbüschel, dessen Centrum und Nullpunkt mit o zusammenfällt und dessen Maximalpunkte nach $+M$ und $-M$ zu liegen kommen, und betrachte die Strahlen dieses Büschels als die Grundrißprojektionen der Erzeugenden. Die Aufrißprojektionen dieser Erzeugenden bestimmen dann auf der Schraubenachse $o'o''$ die verlangten Isophotenpunkte.

Die Strahlen des Tangentenbüschels berühren in o die Grundrißisophoten. Die Punkte, in welchen die Grundrißprojektion $eo\varepsilon$ der Aufrißkontur von den Isophoten im Grundriß geschnitten wird, liefern, in die V.E. projiziert, die Punkte, in welchen die Aufrißisophoten die Konturkurve $a'_0 e'_4 e'_3 e'_2 e'_1 b'_2$ und $a'_4 e'_4 e'_3 e'_2 e'_1 b'_6$ durchschneiden.

Die Grenzisophote 0 des Grundrisses zeichnet sich bei der schiefen Schraubenfläche besonders aus, weil sie, wie man in unserer Figur sieht, nebst einem krummlinigen Teil $op_1 z$, auch einen geradlinigen Teil besitzt, der mit der Erzeugenden oa_3 zusammenfällt.

Denkt man sich die Erzeugende $(A_0 o, a'_0 b'_0)$ um ein gleiches Stück über den Punkt (o, b'_0) hinaus verlängert, so erzeugt die Verlängerung derselben (wie bereits oben in einer Anmerkung zu § 155 bemerkt worden ist) die andere (obere) Hälfte der vollständigen schiefen Schraubenfläche. Die Beleuchtung dieser zweiten Flächenhälfte ist in Bezug auf die Y -Achse zu jener der ersten Hälfte symmetrisch, und die Isophoten derselben werden ähnlich wie die der letztern gefunden.

Praktischer Teil.

I.

Über das Anlegen und Verwaschen.

(Fig. 61—76, Blatt 17—21.)

161. Nachdem wir im vorhergehenden gezeigt haben, wie sowohl die Beleuchtung als die Schattierung der Körper je nach der Gestalt und Lage ihrer Oberflächen zum direkt einfallenden oder indirekt reflektierten Sonnenlicht stufenmäßig zu- und abnimmt, soll nun die Aufgabe der Beleuchtung und Schattierung praktisch behandelt und gezeigt werden, wie die derselben zukommenden Licht- und Schattentöne mittelst Tusche und Farbe wirklich erhalten werden.

1,0 0,9, 0,8 0,7 0,6, 0,5, 0,4 0,3 0,2 0,1, 0,0

und deren Neigungswinkel durch die Zahlen:

0°, 25° 50', 36° 52', 45° 25', 53° 52', 60°, 66° 35', 72° 28', 78° 45', 84° 45', 90°

ausgedrückt sind.

Um alsdann die Rechtecke, die wir entsprechend mit:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

bezeichnet haben, mit flüssiger Tusche, Sepia, Neutraltinte oder einer andern Farbe so anzulegen, daß sie in ihrer ganzen Ausdehnung die angegebene Beleuchtungsintensität erhalten, überfahre man zuerst alle Rechtecke (1 bis incl. 11) mit einem Tusche- oder Farbenton,

162. Dabei gehen wir von der aus 11 Stufen bestehenden Skale aus, wie wir sie — unter Voraussetzung gleicher Licht- oder Helledifferenzen — schon früher (§ 24 und 25, sowie § 51) kennen gelernt haben.

Wir zeichnen hierzu in Fig. 61, Blatt 17, vor allem elf gleichgroße Rechtecke als Projektionen von ebenso vielen ebenen Flächen, deren Beleuchtungsintensität der Ordnung nach durch die Ziffernwerte:

welcher dem hellsten Licht, d. h. der Beleuchtungsintensität 1 entspricht, und wiederhole dies Verfahren noch zehnmal nacheinander, wobei das erstemal das Rechteck 1, dann 1 und 2, hierauf 1, 2 und 3 und so fort alle bis auf 11 ausgelassen und die übrigen mit dem gleichen

oder mit einem entsprechend etwas verstärkten Ton angelegt werden. Diese erste Überarbeitung ist dann noch ein zweites und drittes Mal zu wiederholen, bis die verlangte Abstufung der einzelnen Töne erhalten ist.

Man kann übrigens auch die Tusch- oder Farbtöne so verstärken, daß man die verlangten Helligkeitsgrade der Flächen schon nach der ersten oder doch wenigstens nach der zweiten Überarbeitung derselben erhält. Es ist dem Anfänger jedoch anzuraten, sich anfangs an die erstere, sicherere, wenn auch langsamere Methode zu halten und sich der andern, schnellern, aber weniger sichern Methode erst zuzuwenden, wenn er einmal im Anlegen mehr Übung erlangt haben wird. Die im vorigen bezeichnete Aufgabe betreffs des Anlegens der Figuren bildet in der praktischen Schattenlehre die erste und wichtigste Übung, welche der Schüler sich anzueignen hat. Es dürfte daher am Platze sein, die Regeln und Vorteile, die hierbei zu beobachten sind, wenn dieselbe gelingen, d. h. wenn die anzulegende Fläche in ihrer ganzen Ausdehnung denselben gleichmäßigen und gleichstarken Tusch- oder Farbtönen erhalten soll, hier vor allem näher zu erörtern.

a) Über das Anlegen der Flächenfiguren.

(Fig. 62—63, Blatt 17.)

163. Zum Anlegen, Tuschen und Kolorieren der Flächenfiguren erfordert es vor allem gutes Papier, dann aber auch gute Tusche, gute Farben und gute

Pinself, worüber schon im ersten Hefte (§ 7, 18, 19 und 20) das Nötige angegeben worden ist, hinsichtlich des Tuschens und Kolorierens hier jedoch noch folgendes bemerkt werden mag.

164. Die Tusche muß, wenn sie gut sein soll, sich sowohl beim Anreiben in der Schale als auf dem Ballen der linken Hand sanft anfühlen lassen. Denn das Gegenteil zeugt immer von einer Beimengung fremdartiger Teile, die zur Vermehrung der Tuschmasse beigemischt worden sind, diese aber mehr oder weniger verschlechtern. Gute Tusche soll ferner nicht zu weich sein, sie soll nach Moschus riechen und nicht nach Kampher, wie die minder gute, oder nach Ruß oder Leim, wie die geringe und schlechte Tusche.

Endlich soll gute Tusche schön schwarz und glänzend sein und nicht bläulich und matt aussehen. Die gute angeriebene flüssige Tusche soll zudem „stehen bleiben“, d. h. die mit ihr gezogenen Linien sollen, wenn sie hinlänglich getrocknet, bei leichtem Überfahren mit einem in Wasser oder in einer mit Wasser verdünnten Tusch- oder Farbenlösung benetzten Pinsel sich nicht auflösen, was bei schlechter Tusche jedoch der Fall ist. Um sich von dieser Eigenschaft des „Stehenbleibens“ der Tusche zu versichern, ist es daher dem Schüler anzuraten, darüber vor allem eine Probe anzustellen, darin bestehend, daß er eine fertig mit Tusch ausgezogene Linearzeichnung mit einem feinen weichen, in reinem Wasser gut ausgewaschenen und entsprechend angefeuchten Schwamm leicht

überfährt und, falls die Tuschklinien „nicht stehen bleiben“, sondern sich auflösen, diese möglichst schonend, aber rein auswäscht.

Zum Tuschen soll man darum immer eine gute chinesische oder japanische Tusche wählen, die beim Darüberfahren mit dem nassen Pinsel „stehen bleibt“ und sich nicht auflöst.

165. Das Anmachen oder Anreiben der Tusche zum Tuschen der Zeichnungen geschieht in einer Schale von Porzellan oder Glas, die inwendig eine schöne glatte Oberfläche hat und frei von Rissen sein soll, indem man in dieselbe einige Tropfen (6, 8 bis 10 Tropfen) reines Wasser nimmt, sie mit der linken Hand auf dem Zeichnungstisch festhält und mit der rechten Hand darin die Tuschstange unter fortwährendem Andrücken umrührt; oder auch auf dem Ballen der linken Hand, indem man denselben mit reinem Wasser anfeuchtet, mit der rechten Hand die Tuschstange abreibt und die abgeriebene flüssige Tusche mit dem feuchten Pinsel vom Ballen der Hand in eine reine Schale überträgt.

Nach dem Anreiben der Tusche vergesse man aber ja nie, das Tuschstück am nassen Ende mit einem sauberen (leinenen) Lappen gehörig abzutrocknen, weil sonst dasselbe sich auflöst, Risse bekommt und infolge dessen beim Wiederanreiben kleine Bröckchen oder Körnchen abgiebt, wodurch die Tusche zum sauberen, schönen Anlegen unbrauchbar wird.

Delabar, Linearzeichnen. 5.

Zuweilen bedient man sich statt der Tusche der Sepia, welche aus der Galle des Tintenfisches verfertigt wird und von Natur aus einen schönen bräunlichen Ton hat. Vermischt man die Sepia mit Bister, der aus dem besten Glanzruß der Ofen und Kamine bereitet wird, so erhält man eine noch intensivere schwarzbraune Farbe, womit die Zeichnungen ausgeführt und schattiert werden können.

166. Die Farben, die beim technischen Zeichnen gebraucht werden, sind sog. Wasserfarben, die fest in Tafelform, oder auch flüssig oder teigförmig in Glasfläschchen (Flacons) oder Zinnkapselchen (Tuben) im Handel vorkommen. Außer Weiß und Schwarz giebt es drei Haupt- oder Grundfarben, nämlich: Gelb, Rot und Blau, die annähernd durch die bekannten Pigmente oder Farbstoffe: Summigt, Karmin und Berliner- oder Pariserblau erhalten werden, indem man diese mittels des feuchten Pinsels abreibt, resp. abhebt, und in einer reinen Schale mit einer entsprechenden Menge reinen Wassers auflöst.

167. Durch geeignete Mischung dieser Farben lassen sich die meisten übrigen Farbentöne herstellen. So entsteht Orange aus Gelb und Rot, Grün aus Gelb und Blau, und Violett aus Rot und Blau. Die aus den primären oder Grundfarben durch Mischung erhaltenen Farben heißt man deshalb sekundäre oder Nebenfarben oder auch, da jede derselben mit der zugehörigen dritten primären Farbe wenn

auch kein reines Weiß, so doch ein neutrales Grau zusammensetzt, komplementäre oder Ergänzungsfarben. Orange ist somit komplementär zu Blau, Grün zu Rot, und Violett zu Gelb.

Da die komplementären Farben ein gut zusammenstimmendes, harmonisches Kolorit abgeben, so werden sie wohl auch harmonische Farben genannt. Solche komplementäre Farben haben die schätzenswerte Eigenschaft, daß sie sich gegenseitig verstärken und verschönern, d. h. an Glanz und Lebhaftigkeit gewinnen, wenn sie sich berühren. Disharmonische Farben sind dagegen solche, die zusammengemischt weder ein reines Weiß noch ein neutrales Grau geben, sondern Mißfarben liefern, die einen Stich ins Gelbe, Rote oder Blaue zeigen. Solche Farben, wie z. B. Grün und Gelb, oder Grün und Blau u., trüben und verschlechtern sich, d. h. sie verlieren an Glanz und Lebhaftigkeit, wenn sie sich berühren.

168. Werden je zwei der sekundären oder Nebensfarben in gleicher Stärke weiter zusammengemischt, so entstehen wiederum drei neue Farbentöne, die man deshalb auch tertiäre, braune oder gebrochene Farben nennen kann. So entsteht Rothbraun aus Orange und Violett, Gelbbraun aus Orange und Grün und Dunkelbraun (Blaubraun) aus Violett und Grün. Die rothbraune Farbe findet sich in der Natur ziemlich genau beim Kasanienbraun,

die gelbbraune beim Zimmetbraun und das Dunkelbraun beim Olivenbraun vertreten.

169. Es ist klar, daß man durch weitere Mischung noch unzählige andere Farbentöne erzeugen kann, was hier jedoch nicht weiter verfolgt werden soll. Dagegen mag hier noch bemerkt werden, daß man beim technischen Zeichnen außer den drei genannten Farbstoffen: Gummigutt, Karmin und Berlinerblau, auch noch Chromgelb, gebrannte Terra di Siena, Eisenrot, Ziegel- oder Backsteinrot, Indigo und Neutraltinte u. gebraucht und wie jene mit dem feuchten Pinsel annimmt, in reinem Wasser gehörig verdünnt und damit die Zeichnungen der verschiedenen technischen Gegenstände koloriert.

170. In dieser Beziehung dürften noch folgende Angaben am Platze sein:

Für Gußeisen nimmt man eine Lösung von Neutraltinte mit etwas Tusche, oder eine Mischung aus Indigo, Karmin und Gummigutt;

für Schmiedeeisen Berlinerblau mit etwas Karmin und Gummigutt;

für Stahl Neutraltinte mit etwas Karmin oder eine Mischung aus Berlinerblau mit Karmin;

für Messing und Komposition Gummigutt mit etwas Karmin;

für Kupfer eine Mischung aus Karmin mit Terra di Siena;

für Querholz Terra di Siena mit etwas Karmin zu Durchschneiden;

für Langholz Terra di Siena mit Gummigutt;

für Holzschatten und Jahresringe und Fajern Terra di Siena mit Sepia;

für Quadersteine Karmin;

für Ziegel, Backsteine und gebrannte Steine überhaupt Eisenrot, Ziegel- und Backsteinrot, oder eine Mischung aus Karmin, Terra di Siena und Gummigutt;

für Bruchsteine Mischungen von Gummigutt, Karmin und Indigo, in denen, je nach der natürlichen Beschaffenheit der Bruchsteine, das Gelb, Rot oder Blau etwas dominiert;

für Leder eine Mischung von Gummigutt und Terra di Siena und eine Spur Blau;

für Hautschul Gummigutt mit Sepia und eine Spur Blau;

für Erde Sepia oder eine Mischung von Sepia mit Terra di Siena.

für Ackerfeld Terra di Siena mit etwas Sepia und Gummigutt;

für Wald Indigo mit Gummigutt;

für Laubholzbäume dieselben Farben mit vorherrschendem Gummigutt, für Nadelholzbäume dieselben Farben mit vorherrschendem Indigo;

für Gärten Neutralkinte mit etwas Gummigutt;

für Reben Violett oder eine Mischung aus Karmin und Berlinerblau;

für Wiesen Gummigutt und Berlinerblau, und zwar die trockenen Wiesen etwas heller und die nassen etwas dunkler; und endlich

für Wasser Berlinerblau und eine Spur Gummigutt;

für Ansichten werden die angegebenen Farbtöne immer entsprechend schwächer, für Durchschnitte hingegen stärker angelegt. Bei Figuren auf Maschinenzeichnungen, die viel Blau enthalten, werden Gupfeisendurchschnitte auch mit Eisenrot koloriert*).

171. Nachdem auf die angegebene Weise die Tusche und Farben gehörig angerieben, die Pinsel gereinigt und die verschiedenen Tusch- und Farbtöne zugerichtet sind, nehme man mit dem Tusch- oder Farbenpinsel vom entsprechenden Tusch- oder Farbenton nicht zu viel, aber auch nicht zu wenig und fange an der linken oberen Seite an, die Flächenfigur damit anzulegen, indem man den Pinsel dicht von der Begrenzungslinie derselben an von oben nach unten oder von links nach rechts hin- und herfährt und dabei die flüssige Tusche an das Papier in nicht zu langen und auch nicht zu breiten oder zu schmalen Streifen abgiebt.

Daß hierbei die Grenzen der Figur genau eingehalten werden müssen, und daß man mit dem Pinsel nicht über die Umfassungslinien hinausfahren darf, versteht sich von selbst.

*) Siehe den Anhang zum vorliegenden Heft: „Das Wichtigste über die Farbenlehre“.

Falls dies aber gleichwohl unabsichtlich geschieht, so ist es das Beste, die überfließende Tusche schnellstens mit dem saubern Finger wieder hereinzustreichen und ja nicht, wie dies Anfänger gerne thun, dieselbe mit dem nassen Wasserpinsel wegzuwaschen. Denn in diesem Fall fließt die Tusche immer nach, und wird der Fleck nur noch größer.

172. Beim Anlegen muß man, um Flecken zu vermeiden, namentlich auch darauf achten, daß man nie so lange wartet, bis keine Tusche mehr im Pinsel ist, sondern daß man diesen, wie er trocken zu werden beginnt, sogleich wieder von neuem anfüllt, denselben aber, damit er nie zu stark angefüllt sei, am Rand der Schale, oder auch an einem in Bereitschaft gehaltenen mehrfach zusammengelegten Fließpapier entsprechend abstreicht. Dabei hat man sich überdies vorzusehen, daß der Pinsel nicht zu voll sei, wenn man gegen das Ende der Figur kömmt, weil sonst die flüssige Tusche oder Farbe leicht über die Grenzlinien hinausfließt und daselbst Flecken bildet. Ueberhaupt ist es zu empfehlen, die Fläche nicht zu naß anzulegen, weil sich sonst die überflüssige Tusche nach den Grenzlinien zieht und dort häßliche Wasserränder erzeugt, und weil zudem die Papierfläche uneben, wolkig wird, wodurch sich die Tusche oder Farbe in den entstehenden tiefen Stellen ansammelt und dann daselbst ebenfalls dunkle Flecken verursacht.

173. Hat man größere Flächen anzulegen, so berechne man zum voraus, wieviel flüssige Tusche oder Farbe man zum Anlegen nötig habe, und bereite, um

sicher zu sein, lieber immer etwas mehr davon. Denn würde man mit der zubereiteten Tusche oder Farbmengung nicht ausreichen, und müßte man inzwischen einen frischen Tusche- oder Farbenton bereiten, so wären Flecken fast unvermeidlich, abgesehen davon, daß man denselben Ton schwerlich wieder ganz gleich erhielt.

174. Daß man mit alter, eingetrockneter und mit Wasser wieder aufgelöster Tusche niemals, sondern immer nur mit frisch angeriebener Tusche schön tuschen könne, ist wohl zu merken. Man darf sich daher ja nicht verleiten lassen, alte, schon eingetrocknete und wieder mit Wasser aufgelöste Tusche zu gebrauchen, sondern man muß sich zur Regel machen, die Tuschtöne immer aus frisch angeriebener Tusche zu bereiten. Daselbe gilt auch für die Farbentöne.

175. Ebenso ist dem Anfänger zu empfehlen, daß er zum Probieren der Tuschtöne immer ein sauberes Stück Zeichnungspapier (womöglich von derselben Sorte des Papiers der zu fertigenden Zeichnung) zur Hand habe, und daß er zudem beim Tuschen die Hände nie unmittelbar auf die Zeichnung lege, sondern diese mit einem andern, ganz saubern, glatten Papier belege und dadurch vor dem Verunreinigen schütze.

176. Sind mehrere Flächen einer Figur oder einer Zeichnung in verschiedener Stärke anzulegen, so verfähre man, wie bereits oben (§ 162) angegeben worden ist. Dabei bleibt nur noch zu bemerken übrig, daß man nach

jedem Anlegen bis zum nächsten Anlegen so lange warten muß, bis die angelegte Fläche getrocknet oder doch eben und glatt geworden ist, weil nichts so sehr dem schönen, gleichmäßigen Anlegen einer Fläche schadet, als wenn man auf eine bereits angelegte, noch feuchte Stelle zu frühe den nassen Pinsel bringt.

177. Aus dem zuletzt angegebenen Grunde kann darum auch nicht genug davor gewarnt werden, etwa vorhandene Flecken mit dem nassen Pinsel wegwischen oder wegwaschen zu wollen. Besser und leichter geht dies, wenn man die betreffenden gefleckten Stellen mit einem feinen und weichen, gut ausgewaschenen Schwamm sachte mehrmals überfährt und zuletzt die ganze Fläche leicht auswäscht.

178. Nachdem wir im vorigen die beim Anlegen zu beobachtenden wichtigsten Regeln und Vorteile kennen gelernt, sollen nun sogleich einige Beispiele über das Anlegen der ebenen Flächenfiguren folgen.

Der Schüler kann sich hierzu verschiedene Figuren, wie z. B. Fig. 62 und 63, Blatt 17, zusammensetzen und dieselben alsdann nach den vorausgehenden Regeln anlegen. In Fig. 62 sind fünf Quadrate oder Rechtecke regelmäßig auf- oder ineinander gelegt und nach der Skale oder dem Maßstab der Fig. 61 in der Stärke der Beleuchtungsintensitäten von 0,9, 0,7, 0,5, 0,3, 0,1 mit Tusche angelegt, während die einzelnen quadratischen oder rechteckigen Felder der Fig. 63 nur in zweierlei Tönen, nämlich in der Stärke der Intensität 1 und 0 angelegt worden sind. Diese letzte Figur bietet zugleich ein Bei-

spiel der Methode Theysier dar, die sich ganz vorzüglich dazu eignet, geradlinige oder auch im Kreis eingeschriebene Figurenmuster zu allerhand technischen und industriellen Anwendungen zu erfinden, und daher wohl verdient, näher bekannt zu werden*).

179. Diese Methode besteht darin, daß man ähnlich wie in der Musik von einem beliebigen Liniensystem mit vorgelegtem Schlüssel ausgeht und in die Zwischenräume Ziffern statt der Noten setzt, die alsdann die Maße (Länge und Breite) der einzelnen Felder, woraus das Muster zusammengesetzt ist, bestimmen. Ein solches beliebig angenommenes Liniensystem mit dem vorgelegten Schlüssel, den Numerierungszahlen und den eingeschriebenen Maßziffern nennt man dann auch nur die Skale oder den Maßstab des zu suchenden Musters.

Die Skale oder der Maßstab des Musters unserer Fig. 63 ist nun folgender:

Skale zur Musterfigur 63, Blatt 17.

Schlüssel	4	1		1		1		1
	3	1		2	2		2	2
	2		1	1		1	1	
	1			2			4	
								M

*) Siehe die deutsche Ausgabe des „Industriellen Musterzeichners“ von Professor Theysier zu Paris. Leipzig, Arnoldsche Buchhandlung, 1858.

Es sind dabei, wie man sieht, 5 Linien mit 4 Zwischenräumen, und die Maßziffern, in ziemlich einfacher Zusammenstellung gewählt, wiederholen sich von der Mitte (M), der Ziffer 4 an, in umgekehrter Ordnung, wie sie in der ersten Hälfte aufeinander folgen. Damit ist nun alles vorbereitet, um das Muster selbst zu zeichnen. Man zähle die Maßziffern von Anfang bis zur Mitte (M) zusammen — wobei man von der mittlern (4) jedoch nur die Hälfte (also 2) nimmt — und nehme deren Summe zweimal. In ebenso viele gleiche Teile (Längeneinheiten) werden alsdann die Seiten ab und ac des Quadrats $abcd$ der Fig. 63 eingeteilt, welches dem Muster zu Grunde gelegt ist. Und endlich werden durch diejenigen Teilpunkte, die der Länge der aufeinander folgenden Maßziffern entsprechen, Parallelen mit den Quadratseiten ac und ab gezogen. Weiter beachte man nun die Lage der Maßziffern in Bezug auf die Zwischenräume, nämlich die erste (1) in dem vierten Zwischenraum, die zweite (1) in dem dritten Zwischenraum, die dritte (1) in dem zweiten Zwischenraum, die vierte (2) in dem ersten Zwischenraum und so fort bis zu der Ziffer 4, welche die Mitte bildet. Die Ziffern 1, 2, 1, . . . nach 4 (M) haben alsdann dieselbe Lage, d. h. sie liegen in demselben Zwischenraum wie die gleichvielten Ziffern 1, 2, 1, . . . vor der mittlern Ziffer 4. Indem man nun die dem Zwischenraum oder der Stufe des Schlüssels entsprechende Ziffer zu den den Maßziffern entsprechenden Längenmaßen der Quadratseiten ab und ac setzt und in jeder einzelnen horizontalen

Schicht diejenigen Felder schattiert, die oben mit den gleichen Ziffern bezeichnet sind, wie die betreffende Schicht links selbst, so ist das Muster beendet. — Auf dieselbe Weise lassen sich der Form und Größe nach die mannigfaltigsten Muster bilden. Man hat nur entsprechend den Schlüssel oder die Anzahl der Stufen, sowie die Maßziffern der Skale zu ändern.

Will man das Muster in rechteckiger Form erhalten, so bleibt das Verfahren dasselbe, indem die Seiten des Rechtecks wieder in gleich viele und zwar in so viele gleiche Teile zu teilen sind, als die Summe der Maßziffern Längeneinheiten beträgt. Nur werden die Teile der Seiten des Rechtecks jetzt ungleich, sonst aber bleibt alles dasselbe wie beim Quadrat.

Ebenso kann das Muster auch in eine Raute oder in ein Rhomboid und selbst in einen Kreis oder in eine Ellipse zc. eingezeichnet werden.

180. Ist die Grundfigur z. B. ein Kreis, so kann dem Muster jede beliebige Teilung des Kreises zu Grunde gelegt werden. Hält man sich an die Sechsteilung, so trage man den Radius auf der Peripherie des Kreises sechsmal ab und teile den Bogen der Sechseite in ebenso viele Teile, als die Summe der Maßziffern der zugehörigen Skale Längeneinheiten angiebt, und ziehe durch diejenigen Teilpunkte, welche der Länge der aufeinander folgenden Maßziffern entsprechen, Radien. Da diese gegen den Mittelpunkt zu stark konvergieren, die zwischenliegenden Sektoren daher sehr eng werden, so

wird aus dem Centrum ein kleiner Kreis als Kern oder Nage abgezeichnet und, der übrigen Figur angemessen, frei ausgezogen. Der übrige größere Teil des Radius wird hierauf in dieselbe Anzahl gleicher Teile wie die Sechseckbogen geteilt und durch diejenigen Punkte, die der Länge der aufeinander folgenden Maßziffern entsprechen, konzentrische Kreise gezogen und die einzelnen Felder der dadurch gebildeten Ringschichten auf die gleiche Weise wie bei den vorigen Figuren schattiert.

181. Hier sind nun auch die Kolorierübungen einzuschreiben, die wir auf Blatt 33 und 34 aufgenommen und im Anhang noch besonders erklärt haben. Auf Blatt 33 sind zunächst die physikalischen Farben, und zwar die primären oder Hauptfarben, die sekundären oder Nebenfarben, die komplementären oder Ergänzungsfarben und die tertiären, braunen oder gebrochenen Farben dargestellt, und auf Blatt 34 finden sich dann auch die technischen Farben angegeben, wie sie für die beim Maschinenzeichnen, Bauzeichnen und Planzeichnen vorkommenden Gegenstände vorzugsweise angewendet werden.

b) über das Verwaschen der Flächenfiguren.
(Fig. 64—76, Blatt 17—21.)

182. Will man eine Fläche nicht an allen Orten gleich stark anlegen, soll sie vielmehr von einer Seite nach der andern stetig dunkler oder heller werden, und

zwar so, daß der Übergang vom Dunklen zum Hellern so allmählich und so unmerklich stattfindet, daß man den Ort durchaus nicht wahrnehmen kann, wo der dunklere Ton aufhört und der hellere anfängt, so geschieht dies durch das Verwaschen.

183. Dazu bedient man sich zweier durch einen Stab miteinander verbundener Pinsel, von welchen der eine (kleinere) zur Tusche und der andere (größere) zum Wasser bestimmt ist. Der Tuschepinsel muß immer hinlänglich angefüllt sein, der Wasserpinsel hingegen soll immer nur wenig (reines) Wasser enthalten. Beim Verwaschen wird dann am besten mit der dunkelsten Stelle begonnen, indem man dieselbe mit dem Tuschepinsel zuerst mit einem schwachen und nach und nach mit einem stärkeren Tushton überfährt und dann die Fläche mit dem Wasserpinsel gegen die hellste Stelle hin auswäscht.

184. Da man durch einmaliges Verwaschen ebenfalls nicht ausreicht, so muß man dasselbe Verfahren noch ein-, zwei- oder mehreremal, d. h. so oft wiederholen, bis die Fläche gehörig verwaschen ist.

Ist die Fläche von einiger Ausdehnung, so thut man immer gut, mehrere Tuschtöne von verschiedener Stärke, die vom Dunklern zum Hellern ineinander übergehen, zu gebrauchen, im übrigen aber auf gleiche Weise zu verfahren, wie vorhin (§ 183) angegeben worden ist.

Bei dem Verwaschen der Flächenfiguren, das die zweite Hauptübung des Tuscheus bildet,

merke sich der Anfänger aber noch ganz besonders folgende Regeln.

185. Die flüssige Tusche trage man nicht zu naß, aber auch nicht zu trocken auf. Ebenso beachte man wohl, daß die aufeinander folgenden Tuschtöne niemals zu sehr voneinander differieren, sondern, wie gesagt, schön und unmerklich ineinander übergehen.

186. Den Wasserpinsel halte man immer im richtigen Verhältnis mit der angelegten Tusche angefeuchtet, und fülle ihn ja nie zu stark mit Wasser, weil sonst die aufgetragene, noch flüssige Tusche unregelmäßig und zu schnell in den mit Wasser angefeuchteten Flächenteil fließt und dadurch leicht Flecken verursacht.

187. Ist eine Fläche zu lang, als daß man sie in einem Zug gut anlegen oder verwaschen könnte, so muß beides absatzweise der Länge nach geschehen, aber so, daß die Ansatzstellen gut und unmerklich ineinander übergehen.

188. Eine Fläche kann auch dadurch schön und leicht verwaschen werden, daß man sie mehreremal mit einem schwachen Tushton anlegt, und zwar so, daß man zuerst die Stelle, wo sie am dunkelsten sein soll, und hierauf, wenn sie trocken geworden ist, nach und nach immer etwas breiter anlegt und auf diese Weise so lange fortfährt, bis die ganze Fläche gehörig schattiert ist. Die erstere Methode (§ 183) führt natürlich schneller zum Ziele, verlangt aber größere Übung und Gewandtheit als letztere (§ 188).

189. Endlich nehme man sich ganz besonders davor in acht, daß man mit dem Pinsel niemals auf solche Stellen nochmals kommt, auf welchen man bereits war, bevor sie ganz trocken sind. Denn sonst sind Flecken unvermeidlich, namentlich wenn man mit dem Wasserpinsel eine noch nicht getrocknete schattierte Stelle auf diese Weise überfährt.

190. Haben sich aber beim Verwaschen einer Fläche Flecken oder Streifen gebildet, so ist es auch hier das Einfachste und Beste, dieselben mit einem feinen, weichen, angefeuchteten Schwämmchen sorgfältig auszuwaschen, und hierauf, nachdem die ausgewaschene Fläche getrocknet, das Verwaschen mit den Tuschtönen wieder aufs Neue zu beginnen.

191. Das schöne und richtige Verwaschen der Flächen setzt übrigens nicht nur viele praktische Übung, sondern auch die genaue Kenntnis der Beleuchtungsgesetze voraus, wie wir sie im ersten, theoretischen Teile entwickelt und kennen gelernt haben.

Bei ebenen Flächen hat man vor allem den Neigungswinkel und damit die entsprechende Beleuchtungsintensität derselben zu bestimmen. Die im Schatten befindlichen ebenen Flächen sind dann von der Trennungslinie an zwischen Schatten und Licht so zu verwaschen, daß sie an dieser Linie am stärksten und von derselben an rückwärts stetig schwächer getuscht werden, während die Lichtflächen umgekehrt an jener Linie am hellsten und

von derselben an gegen die entgegengesetzte Seite stetig etwas dunkler zu halten sind.

192. Zur Übung im Verwaschen solcher ebenen Flächen dient jede beliebige, zur Bildfläche geneigte ebene Fläche. Wir haben dazu in Fig. 64, Blatt 17, eine achteckige Sternfigur ausgewählt. Dabei werden die Schattenflächen, wie acb , von a gegen b und die Lichtflächen, wie acd , von d gegen a verwaschen. Da die Projektion der Lichtstrahlung gerade mit ec zusammenfällt, sind beide Flächen, ecd und ecf , im Licht und sind, wie angegeben, von d und f gegen ec hin zu verwaschen.

193. Bei krummen Flächen hingegen hat man zuerst die zugehörigen Isophoten zu bestimmen, und alsdann, den Beleuchtungsintensitäten derselben entsprechend, die von ihnen eingeschlossenen Flächenanteile zu schattieren, indem man, wie bereits früher (§ 28 und 32) angedeutet worden ist, dieselben nacheinander — von der hellsten bis zur dunkelsten Isophote an gezählt — mit einem entsprechenden Ton einmal, zweimal, dreimal bis elfmal überarbeitet, und mit einem entsprechend verstärkten Ton je noch ein-, zwei- oder mehrmal das Verwaschen oder Tuschieren wiederholt.

194. Die am meisten vorkommenden krummen Flächen sind Cylinderflächen, Kegelflächen und Kugelflächen. Der Anfänger hat sich daher vor allem im Tuschen dieser dreierlei Arten von krummen Flächen zu üben, wie wir sie in verschiedenen Lagen auf Blatt

18—21 getuschelt und schon früher auf Blatt 3—6 mit den Isophoten und auf Blatt 9—10 mit den Isophengen dargestellt haben, und zwar die Kreiscylinderfläche in Fig. 65—69, Blatt 18 und 19, die Kreiskegelfläche in Fig. 71 und 72, Blatt 20, und die Kugelfläche in Fig. 74 und 75, Blatt 21, nach der wahren oder einfach geometrischen Beleuchtungsmethode, dagegen die Cylinderfläche in Fig. 70, Blatt 18, die Kegelfläche in Fig. 73, Blatt 20, und die Kugelfläche in Fig. 76, Blatt 21, nach der scheinbaren oder zusammengesetzten geometrischen Beleuchtungsmethode. Wie man aus der Vergleichung der Figuren 65 und 70, 71 und 73 und 74 und 76 ersieht, tritt, wie bereits früher bemerkt worden ist, das Licht bei der scheinbaren Beleuchtung in allen drei Fällen mehr vor und der Schatten mehr zurück, und erscheinen die nach der scheinbaren Beleuchtungsmethode getuschten Flächen etwas natürlicher, d. h. der wirklich beobachteten Beleuchtung mehr genähert als die andern nach der wahren Beleuchtungsmethode getuschten Flächen.

Weil jedoch die nach der scheinbaren Beleuchtungsmethode getuschten Figuren bezüglich der Konstruktion der Isophoten umständlicher und zum Teil auch schwieriger auszuführen sind, als die nach der wahren Beleuchtungsmethode getuschten Figuren, so haben wir uns im folgenden mehr nur an die letztere Beleuchtungsmethode gehalten.

Bezüglich der Fig. 75, welche die getuschte hohle Halbkugel darstellt, mag nur noch bemerkt werden,

daß die Projektionen derselben, wie man aus der Vergleichung mit Fig. 74 sieht, denen der soliden erhabenen Kugel gerade entgegengesetzt sind.

In dem folgenden Abschnitt sollen nun zur Übung zunächst eine Reihe von Elementaraufgaben nach der

gewöhnlichen orthogonalen, sodann eben solche nach der polaren und parallelperspektivischen Darstellung und zuletzt einige schwierigere Beispiele über praktische Anwendungen behandelt werden.

II.

Übungsbeispiele und praktische Anwendungen über das Tuschen.

(Fig. 77—105, Blatt 22—32.)

a) Elementaraufgaben verschiedener Beleuchtungs- und Schattenkonstruktionen in rechtwinkliger Darstellung.

(Fig. 77—84, Blatt 22—24.)

195. Aufgabe. Es sind die Projektionen eines regulären fünfseitigen Prismas, das auf der Horizontalebene senkrecht aufsteht, sowie die Projektionen der Licht- richtung gegeben, man soll den Schlag Schatten desselben auf die beiden Projektionsebenen bestimmen und denselben, wie die Licht- und Schattenflächen des Prismas selbst nach den vorhergehenden Erklärungen richtig schattieren (Fig. 77, Blatt 22).

Auflösung. Die Beleuchtungsintensitäten der einzelnen Flächen bestimmt man, wie in § 127, Fig. 50 erklärt worden ist. Die gefundenen Intensitäten sind in den betreffenden Flächen selbst, ähnlich wie die Sophoten bei krummen Flächen mit entsprechenden Ziffern eingeschrieben. Und damit und mit Berücksichtigung des

Beleuchtungsmaßstabes (Fig. 61, Blatt 17) ist man leicht im Stande, sowohl die Licht- als die Schattenflächen des gegebenen Prismas gehörig zu tuschen. Beim Tuschen selbst hat man nur die früher angegebenen Regeln über das Anlegen und Verwaschen gehörig anzuwenden. Die Schattenfläche $a'b'c'e'_1$ ist daher von $a'b'$ gegen $e'e'_1$ hin zu verwaschen, die Lichtfläche $e'l'g'h'$ dagegen von $e'l'$ gegen $g'h'$ hin, während die beiden Flächen $a'b'h'g'$ und $bodeh$ gleichmäßig anzulegen sind.

Den Schlag Schatten zu finden, muß man vorher die Grenzsophote O oder die Trennungslinie von Schatten und Licht ($AbcdeF$, $a'b'o'd'e'f'$) auffuchen, durch die Punkte (b, b') , (c, c') , (d, d') , ... derselben mit der Lichtrichtung (l, l') Parallelen $(bb_1, b'B')$, $(cc_1, c'C')$, $(dd_1, d'D')$, ... ziehen und deren Spuren $B', C', D' \dots$ bestimmen und gehörig verbinden, womit die Schlag Schattengrenze $Ab_1B'C'D'E'f_1F$ gefunden

ist und der Schlagschatten selbst in gehöriger Stärke ausgeführt werden kann. Derselbe ist, früheren Erklärungen zufolge, vom Umfang $b_1 B' C' D'$ hin etwas zu verwaschen.

196. Aufgabe. Es sind die Projektionen einer regulären sechsseitigen Pyramide, die auf der Horizontalebene senkrecht aufsteht, sowie die Projektionen der Licht- richtung gegeben; man soll den Schlagschatten derselben auf die beiden Projektionsebenen bestimmen und denselben wie die Licht- und Schattenflächen der Pyramide nach den vorhergehenden Erklärungen richtig schattieren (Fig. 78).

Auflösung. Die Beleuchtungsintensitäten der einzelnen Seitenflächen bestimmt man, wie in § 128, Fig. 51, erklärt worden ist. Dieselben sind ebenfalls in den einzelnen Flächen der Figur eingeschrieben. Den Schlagschatten zu bestimmen, ziehe man durch die Spitze (s, s') der Pyramide eine Parallele mit der Licht- richtung (l, l') und suche die Spuren S und S' derselben mit den Projektionsebenen. Ziehe dann von S , der hier außer die Zeichnungsfläche fallenden Horizontalspur, die die Basis einschließenden Geraden $SA (A a_1)$ und $SB (B b_1)$ und verbinde die Punkte, worin diese die Projektionsachse, wie in b_1 , durchschneiden, mit S' , so ist in $A a_1 S' b_1 B$ die Schlagschattengrenze gefunden.

Bezüglich des Tuschierens sind im Grundriß die Schattenflächen AsC, CsD, DsE von der Spitze s an gegen die Grundlinien AC, CD, DB und die

Lichtflächen EsF, EsB, FsA von den Grundlinien EF, EB, FA an gegen die Spitze s zu verwaschen, während im Aufriß die Schattenfläche $a's'c'$ von $a's'$ gegen $c's'$ und die Lichtfläche $e's'f'$ von $e's'$ an gegen $f's'$ und die mittlere Lichtfläche $f's'a'$ von der Spitze s' an gegen die Grundlinie $f'a'$ zu verwaschen und der Schlagschatten vom Umfang $A C D B$ des Körpers an gegen a_1 und b_1 und von da gegen S' anzulegen und ebenfalls etwas zu verwaschen ist.

197. Aufgabe. Es sind die Projektionen eines regulären Dodekaeders, der mit zwei Flächen parallel zur Horizontalebene und beliebig gedreht zur Vertikal- ebene ist, sowie die Projektionen der Licht- richtung gegeben; man soll die Beleuchtungsintensitäten der Ober- flächen wie den Schlagschatten desselben auf die Pro- jektionsebenen bestimmen und diesen wie jene richtig tuschieren (Fig. 79).

Auflösung. Die Beleuchtungsintensitäten der einzelnen Oberflächen, die ebenfalls in letztem ein- geschrieben sind, werden, wie § 129, Fig. 52, ge- zeigt worden ist, gefunden, und den Schlagschatten $KA a_1 B' C' D' E' F' G H I K$ findet man aus der Schattengrenze ($abedef \dots k, a'b'c'd'e'f' \dots k'$) zwischen Licht und Schatten auf bekannte Weise, indem man durch die Eckpunkte (a, a'), (b, b'), \dots derselben mit der Richtung (l, l') Parallelen zieht und ihre Spuren A, B, C, \dots sucht.

Das Tuschieren sowohl der Licht- und Schattenflächen

als des Schlagschattens ist in der Figur sichtlich gemacht und vom Schüler auf gleiche Weise auszuführen.

198. Aufgabe. Es sind die Projektionen eines auf der Horizontalebene senkrecht stehenden Kreiszylinders sowie die Projektionen der Lichtrichtung gegeben; man soll die Isophoten der Cylinderoberfläche, sowie den Schlagschattenumriß bestimmen und den Schlagschatten wie die Cylinderoberfläche richtig tuschieren (Fig. 80, Blatt 23).

Auflösung. Die Isophoten der Cylinderfläche findet man wie in § 60, Fig. 25, und der Schlagschattenumriß $Aa_1B'C'D'E'F'g_1G$ wird aus der Schattengrenze ($AbcdofG, a'b'c'd'e'f'g'$) auf bekannte Weise gefunden, indem man nämlich durch die einzelnen Punkte (b, b'), (c, c'), . . . der schattenwerfenden Linie Parallelen mit der Lichtrichtung (l, l') zieht und ihre Spuren B', C', D', \dots bestimmt und in gehöriger Ordnung miteinander verbindet.

Sind auf diese Weise die Isophoten wie der Umriß des Schlagschattens gefunden, so ist das Schattieren der Cylinderfläche wie des Schlagschattens, wie ebenfalls schon früher (Fig. 65) angegeben worden ist, auszuführen. Von der hellsten Linie 8,2 (mit der Intensität 0,82) an lege man nämlich mit einem ersten (der angegebenen Beleuchtungsintensität entsprechenden) Ton die Fläche zu beiden Seiten ganz an, sodann mit einem zweiten, etwas stärkeren Ton von den Isophoten $+8 + 8, +8 + 8$ angefangen wieder bis ans Ende zu beiden Seiten (links

und rechts), hernach ebenso von den Isophoten $+7 + 7, +7 + 7$ angefangen bis zu beiden Seiten, womit auf der linken Seite das Tuschen zu Ende ist, während auf der rechten Seite von den Isophoten $+6 + 6$ bis ans Ende, nachher von $+5 + 5$ bis $-5 - 5$, von $+4 + 4$ bis $-4 - 4$, von $+3 + 3$ bis $-3 - 3$, von $+2 + 2$ bis $-2 - 2$, von $+1 + 1$ bis $-1 - 1$ noch weiter, und zwar jedesmal mit einem entsprechend stärkeren Ton getuschelt werden muß, bis bei 00, dem stärksten eigenen Schatten, die Schattierung der ersten Überarbeitung zu Ende geht.

Um eine schöne, allmählich ineinander übergehende Rundung zu erhalten, muß die gleiche Arbeit aber noch ein-, zwei- oder mehreremal wiederholt und bezüglich der einzelnen Schichten zudem die oben angegebenen Regeln des Verwaschens und Tuschierens möglichst berücksichtigt und angewendet werden. Wie früher im theoretischen Teile wiederholt hervorgehoben worden ist, sind die im Schatten zwischen 00 und $-1 - 1, -1 - 1$ und $-2 - 2, \dots$ befindlichen Schichten jedoch merklich dunkler als die entsprechenden im Licht befindlichen Streifen zwischen 00 und $+1 + 1, +1 + 1$ und $+2 + 2, \dots$. Deshalb erfordern die im Schatten liegenden und nur durch Reflexlicht beleuchteten Flächenschichten je nach der Stärke des Tuschtönen noch eine oder mehrere Überarbeitungen, wobei die erwähnten Regeln des Verwaschens und Tuschens in gleicher Weise zu berücksichtigen und in Anwendung zu bringen sind.

199. Aufgabe. Es sind die Projektionen eines auf der Horizontalebene senkrechten Kreiskegels sowie die Projektionen der Lichtrichtung gegeben; man soll die Isophoten der Kegeloberfläche und den Umriss des Schlagschattens bestimmen und die Kegeloberfläche wie den Schlagschatten im Grund- und Aufsriß richtig tuschieren (Fig. 81).

Auflösung. Die Isophoten der Kegelfläche findet man, wie in § 70, Fig. 30, gezeigt worden ist, und den Umriss des Schlagschattens, indem man durch die Spitze (s, s') des Kegels mit der Lichtrichtung (l, l') eine Parallele zieht, deren Spuren A und B' sucht, von A an den Grundkreis die Tangenten AC und AD zieht und die Punkte c_1 und d_1 , wo letztere die Projektionsachse schneiden, mit B' verbindet. Sind auf diese Weise die Isophoten der Kegelfläche im Grund- und Aufsriß, sowie der Umriss des Schlagschattens gefunden, so ist das Tuschieren der Kegelfläche wie des Schlagschattens auf bekannte Weise (siehe Fig. 71) auszuführen. Man beginne nämlich wieder mit der hellsten Linie 9,6 (deren Beleuchtungsintensität 0,96 ist) und einem schwachen Tuschtone, der der angegebenen Intensität entspricht, indem man damit im Grundriß den im Licht befindlichen Teil der Kegelfläche von den dunkelsten Isophoten Cs und Ds gegen die hellste Isophote Fs und gleichzeitig vom Kreisumfang DFC an radial gegen das Centrum s , den Schattenteil aber umgekehrt von den dunkelsten Isophoten Cs und Ds gegen sE und von der Spitze s gegen den Kreisumfang DEC und im

Aufsriß von der dunkelsten Isophote Os' nach beiden Seiten bis zur hellsten Linie $+9,6s'$ und dann auch von der äußersten Seite links bis zu $+9,6s'$, sowie von der Spitze s' bis zur Grundlinie (in der Achse) verwäscht und dasselbe Verfahren mehrmals nacheinander wiederholt und bei jeder neuen Überarbeitung wieder eine Schicht oder ein zwischen zwei aufeinander folgenden Isophoten befindliches Flächenelement ausläßt. Wegen der angedeuteten doppelten Verwäschung und des besondern Umstandes, daß die Isophoten gegen die Spitze (s, s') zu immer näher zusammenfallen und sich in dieser wirklich in einem Punkt vereinigen, bietet das Schattieren der Kegelfläche dem Anfänger immer besondere Schwierigkeit und erfordert daher die größte Aufmerksamkeit.

Es ist aber nicht zu verkennen, daß nach unserer Methode bei Benützung der Isophoten die Aufgabe des Tuschens einer Kegelfläche bedeutend erleichtert ist und daher bei gehöriger Aufmerksamkeit von jedem Schüler ziemlich bald befriedigend gelöst werden kann.

200. Aufgabe. Es sind die Projektionen eines hohlen kreisförmigen, auf der Horizontalebene senkrecht aufstehenden Cylinders sowie die Projektionen der Lichtrichtung gegeben; man soll die Isophoten der hohlen Cylinderfläche wie die Umrisse des Schlagschattens auf die beiden Projektionsebenen und die hohle Cylinderfläche selbst bestimmen und diese wie den Schlagschatten richtig tuschieren (Fig. 82).

Auflösung. Die Isophoten der hohlen Cylinderfläche findet man, wie in § 130, Fig. 53, gezeigt worden ist, und den Umriss des Schlagschattens auf die Projektionsebenen, wie bereits § 198, Fig. 80, angegeben wurde. Ebenso erhält man auch den Schlagschatten ($GHi, g'h'i'n'h', h'_2$), indem man durch einzelne Punkte des Bogens ($hki, h'k'i'$), wie (k, k'), Strahlen parallel (l, l') zieht und deren Durchschnittspunkte, wie (n, n'), mit der hohlen Cylinderfläche bestimmt.

Die Schattierung der hohlen Cylinderfläche wird auf gleiche Weise wie die Mantelfläche des massiven Cylinders Fig. 65 und Fig. 82 nur in umgekehrter Ordnung ausgeführt. Bezüglich des Schlagschattens auf die hohle Cylinderfläche ist noch besonders zu bemerken, daß derselbe von der Grenzlinie $h_1 h_2$ gegen $h'g'$ hin etwas zu verwaschen ist.

201. Aufgabe. Es sind die Projektionen eines regulären sechsseitigen, auf der Horizontalebene senkrecht stehenden Prismas mit cylindrischem Wulst, sowie die Projektionen der Sichtrichtung gegeben; man soll den Schlagschatten, den der cylindrische Wulst (im Aufsicht) auf die vordern Flächen des Prismas und der obere Teil des letztern auf die obere Kreisfläche des Wulstes (im Grundriß) und den die ganze Körperzusammensetzung auf die Projektionsebenen wirkt, sowie die Beleuchtungsintensitäten der Prismenflächen und die Isophoten der Cylinderfläche des Wulstes bestimmen und die ganze Figur richtig tuschieren (Fig. 83, Blatt 24).

Auflösung. Die Beleuchtungsintensitäten der Oberflächen des Prismas und die Isophoten des cylindrischen Wulstes findet man, wie früher § 127, Fig. 50, und § 60, Fig. 25, für jeden Körper besonders gezeigt worden ist. Dieselben sind in der Figur eingeschrieben, resp. eingezeichnet. Den Schlagschatten auf die Projektionsebenen erhält man am einfachsten, wenn man jeden Körper besonders ins Auge faßt und den Schlagschatten, den er auf dieselben wirft, einzeln für sich bestimmt, dann aber von den Umrisslinien nur diejenigen beibehält, welche der Grenzlinie des ganzen Schlagschattens angehören. Auf diese Weise findet man $A_1 A_2 BD'e'O'F'_1 F'_2 GHJA_1$ als Umriss des Schlagschattens des cylindrischen Wulstes und $kk', K'E'M'N'n, n$ als Schlagschattenumriss des sechsseitigen Prismas. Damit ist alsdann die Grenzlinie $kJA_1 A_2 BD'E'M'N'O'F'_1 F'_2 GHn$ des ganzen Schlagschattens bestimmt, von dem horizontal das Stück $kihn$ und vertikal das Stück $M'N'O'F'_1 F'_2 G$ verdeckt ist.

Bezüglich des Schlagschattens des cylindrischen Wulstes wird die Konstruktion im Grundriß vereinfacht, wenn man zuerst den Schlagschatten C_1 und C_2 des Centrum (e, e_1) und (e, e_2) sucht und mit dem Radius ae aus C_1 und C_2 Kreisbogen $A_1 JHG$ und BA_2 beschreibt, welche durch die Tangente $A_1 A_2$ miteinander verbunden sind. Vertikal müssen dagegen die elliptischen Bogen $BD'e'O'F'_1$ und $F'_2 G$ punktweise mittels der Vertikalspuren D', e', F'_1, \dots der Schatten-

werfenden Strahlen gesucht werden, wie dies auch mit dem halben Sechseck $K'E'M'N'$ der Fall ist.

Den Schlagschatten des obern Prismenstückes auf die obere Kreisfläche des cylindrischen Wulstes (im Grundriß) erhält man ebenfalls am einfachsten, wenn man zuerst den Schlagschatten C_3 des Centrum (e, e') auf die obere Kreisfläche sucht und das zugehörige Sechseck, soweit es auf die letztere zu liegen kommt, verzeichnet. Wie man sieht, kommt dasselbe nur mit dem Stück k, δ auf die Kreisebene zu liegen. Der übrige Teil fällt außerhalb und bildet sich vertikal bei $D'E'M'N'$ ab.

Den Schlagschatten, den die untere Kreisfläche auf die Prismenfläche (im Aufriß) wirft, findet man ebenfalls, indem man durch eine hinreichende Anzahl Punkte des schattenwerfenden Bogens (p, r, t , p', r', t') Parallelen mit der Lichttrichtung zieht, ihre Durchschnittspunkte (p_1, p'_1), (q_1, q'_1), (r_1, r'_1), (s_1, s'_1), ... bestimmt und die Vertikalprojektionen p'_1, q'_1, r'_1 , sowie r'_1, s'_1, t'_1 durch stetige trumme Linien verbindet. Hinsichtlich der Ausführung des Schattierens ist nichts weiter mehr zu bemerken, als daß der Schlagschatten $kk_1, \delta h$ etwas stärker als jener $iJA_1A_2BD'E'M' \dots GHh$ zu halten ist, und daß ebenso der Schlagschatten auf die Prismenflächen an den Grenzlinien $p'_1q'_1r'_1$ und $r'_1s'_1t'_1$ etwas stärker als nach oben, sowie auch stärker als der Schlagschatten auf die V.E. zu halten ist.

202. Aufgabe. Es sind die Projektionen eines auf der Horizontalebene senkrecht stehenden Kreisylinders

mit einer regulären sechsseitigen Deckplatte sowie die Projektionen der Lichttrichtung gegeben; man soll die Beleuchtungsintensität der Oberflächen der Deckplatte und die Isophoten des senkrechten Kreisylinders sowie den Schlagschatten, den die Deckplatte auf den Cylinder und die ganze Körperzusammenstellung auf die Projektionsebenen wirft, bestimmen (Fig. 84).

Auflösung. Die Beleuchtungsintensitäten für die Oberflächen der Deckplatte und die Isophoten der Cylinderfläche findet man, wie § 127, Fig. 50, und § 60, Fig. 25, angegeben worden ist. Dieselben sind in der Figur ebenfalls eingeschrieben resp. eingezeichnet.

Den Schlagschatten auf die Projektionsebenen bestimmt man wieder zuerst einzeln für sich und behält hernach bloß jene Umrißlinien bei, die der Grenzlinie des ganzen Schlagschattens angehören. Man erhält auf diese Weise den Schlagschattenumriß $HH_1A_1A_2a, B'D'E_1E_2F'J'_1J$, von dem das Stück $Hh d i J$ im Grundriß und das Stück $\delta'D'E_1E_2F'J'_1$ im Aufriß verdeckt ist.

Beim Schlagschatten der Deckplatte im Grundriß ist es wiederum am einfachsten, die Schlagschatten C_2 und C_3 der Mittelpunkte (e, e') und (e, e') zu bestimmen und die zugehörigen regulären Sechsecke, soweit diese eben noch auf die Horizontalebene fallen, zu verzeichnen. Man sieht, daß im vorliegenden Fall vom untern Sechseck bloß noch das Stück A_1H_1 auf die H.E. fällt und daß die aufrechte Kante (a, a_1, a'_2) ihren Schatten in A_1A_2 und das obere Sechseck aber

feinen Schlagschatten in $A'_2 a_1$ in der H.E. und in $a_1 B'D'E'_1 \dots$ in der V.E. hat. Den Schatten der Deckplatte auf die Zylinderfläche erhält man, indem man durch einzelne Punkte der Schattenwerfenden Linie (p, g, t , p', g', t') mit der Lichtrichtung Parallelen zieht und deren Durchschnittspunkte (p_1, p'_1), (q_1, q'_1), ... mit der Zylinderfläche bestimmt und deren Vertikalprojektionen p'_1, q'_1, g'_1 , sowie g'_1, s'_1, t'_1 durch stetige krumme Linien aus freier Hand verbindet.

Bezüglich der Ausführung des Schattierens halte man sich an die früher erklärten Regeln und an die betreffs der vorigen Figuren angegebenen Erläuterungen.

b) Elementaraufgaben verschiedener Beleuchtungs- und Schattenkonstruktionen in parallel- und polarperspektivischer Darstellung.

(Fig. 85—92, Blatt 25.)

203. Nehmen wir auch hier bezüglich der Lichtrichtung den einfachsten Fall an, daß die Projektionen des Lichtstrahles mit der zwischen denselben liegenden Koordinatenachse OX einen Winkel von 45° einschließen, so findet man die Richtung des Lichtstrahles selbst für die Schattenkonstruktion in orthographisch parallelperspektivischer Darstellung wie folgt.

Ist $OZXY$ (Fig. 85) das gegebene Achsenkreuz für das den folgenden Darstellungen zu Grunde gelegte Projektionssystem $z:x:y = 1:1:\frac{1}{2}$, wofür bekanntlich die Achsenwinkel $H_1 OZ = H_2 OZ = 90^\circ$,

$\sphericalangle H_2 OX = \gamma = 7^\circ 11'$ und $H_1 OY = \theta = 41^\circ 25'$, und macht man $O1 = O1_2$ (beliebig groß) und $O1 = \frac{1}{2} O1 = \frac{1}{2} O1_2$ und zieht l_1 und l_2 , so sind dies die Projektionen des Lichtstrahles auf die Ebenen XY und XZ ; und zieht man durch l_1 eine Parallele mit OZ und durch l_2 eine Parallele mit OY und verbindet man l mit L , dem Durchschnittspunkt beider Parallelen, so ist die Verbindung lL die Richtung des einfallenden Lichtstrahles selbst. Macht man noch $O1_0 = O1_2 = O1$ und $l_0 \lambda = l_0 l_2$ und zieht durch λ eine Parallele mit OZ und durch l_2 eine Parallele mit OH_1 und verbindet L_2 , den Durchschnittspunkt beider Parallelen, mit l_0 und zieht endlich auch noch $l_0 l_2$, so erhält man in der letztern Linie die Vertikalprojektion der Lichtrichtung, welche mit der Projektionsachse H_1, H_2 den Winkel $O1_0 l_2 = 45^\circ$ einschließt, und in der Geraden $l_0 l_2$ die in die Vertikalebene umgedrehte Lichtrichtung selbst, deren horizontaler Neigungswinkel $\sphericalangle l_0 l_2 = \alpha = 35^\circ 16'$ beträgt. Damit ist man nun im Stande, den Schatten irgend eines Gegenstandes nach dem angegebenen orthographisch-parallelperspektivischen Projektionssystem zu finden.

204. Aufgabe. Es sei in Fig. 86 die orthographisch-monometrische Projektion $ABDE$ eines aus dem vertikalen Stab AB und dem horizontalen Stab DE bestehenden Kreuzes, sowie die parallelperspektivische Lichtrichtung lL und die Grundrißprojektion $l_1 l$ der

lehtern gegeben; man soll den Schlagschatten des Kreuzes auf die Ebenen XY und XZ finden.

Auflösung. Zieht man durch A, sowie durch D_1 und E_1 , die Grundrißprojektionen von D und E, Parallelen Aa , D_1d_1 und E_1e_1 mit l_1l_1 , der Grundrißprojektion des Lichtstrahles, errichtet in a , d_1 und e_1 Senkrechte zur Horizontalen H_1H_2 und zieht durch B, C, D und E Parallelen Bb , Cc , Dd und Ee mit der Lichtrichtung l_1l_1 , so erhält man in $Aacbde$ den verlangten Schatten, wovon der Theil Aa auf die Ebenen XY und der übrige Teil auf die Ebene XZ zu liegen kommt.

Der Schüler versuche nun ebenso den Schlagschatten eines Kreuzes mit körperlichen Dimensionen, dessen beide Stäbe also eine bestimmte Länge, Breite und Dicke haben, zu bestimmen.

205. Aufgabe. Es sei in Fig. 87 die orthographisch-monodimetrische Projektion eines quadratischen Pfostens mit Fuß- und Deckplatte, sowie die parallelperspektivische Lichtrichtung LH und ihre Grundrißprojektion IR gegeben; man soll sowohl den eigenen als den Schlagschatten bestimmen und mit Tusche und Pinsel wirklich ausführen.

Auflösung. Um zunächst den Schlagschatten zu bestimmen, denke man sich durch die einzelnen Punkte der schattenwerfenden Linien Strahlen parallel zu LH und durch deren Grundrißprojektionen Parallelen mit IR gezogen und die Spuren oder Durchschnittspunkte der

Del a b a r, Linearzeichen. 5.

erstern (der Lichtstrahlen) mit der Ebene XY, resp. XZ gesucht und gehörig miteinander verbunden. Auf diese Weise geben die Eckpunkte A, B, C der Oberfläche der Deckplatte die Schatten a, b, c, sowie die Endpunkte D und E der Unterfläche derselben die Schatten d und e auf der Ebene XZ. Es sind folglich ab und bc die Schatten der liegenden Kanten AB und CB, sowie cd und ae die Schatten der aufrechten Seitenkanten CD und AE der Deckplatte. Zieht man nun noch dh parallel ab, und eh parallel bc, so hat man in abcdhe die vollständige Umgrenzung des Schattens der obren Deckplatte, von welchem ein kleiner Teil bei ae vom Körper selbst verdeckt ist.

Zieht man ferner durch die Grundrißprojektionen F und G derjenigen aufrechten Kanten des Mittelpfostens, wo Licht und Schatten voneinander begrenzt sind, mit der Grundrißprojektion IR der Lichtrichtung die Parallelen Ff und Gg bis zur Achse OX und errichtet in f und g die Parallelen fi und gk mit OZ, so sind dieselben die in der Ebene XZ sichtbaren Schatten der genannten Seitenkanten des Mittelpfostens.

Zieht man ebenso durch die Eckpunkte M, N, P der Oberfläche der Fußplatte Lichtstrahlen parallel LH und durch die Endpunkte Q und R der Unterfläche derselben Parallelen mit der Grundrißprojektion IR der Lichtrichtung, so erhält man in p und m die Schatten der zugehörigen obren Eckpunkte P und M; und zieht man durch p eine Parallele mit PN und durch m eine Parallele mit MN, so erhält man in RmngkfpQ den

vollständigen Umriß des Schlagschattens der ganzen Körperzusammenstellung auf der Grundrißebeane, wovon wieder ein Stück, das hinten von Qpufv begrenzt wird, unsichtbar ist.

Nun fehlen nur noch die Schlagschatten, welche der Mittelpfosten auf die Fußplatte und die Deckplatte auf den Mittelpfosten wirft. Diese zu erhalten, hat man bloß durch S und T, die untern Eckpunkte des Mittelpfostens, Parallelen mit IR und durch H eine Parallele Hh₁ mit der Lichtrichtung und durch h₁ eine Parallele h₁d₁ mit der untern Kante HD der Deckplatte zu ziehen.

Was den eigenen Schatten betrifft, so befinden sich in demselben unter den sichtbaren Flächen diejenigen, welche zur rechten Seite an die Schattenwerfenden aufrechten Kanten RM, Sd₁ und DC anstoßen.

Es mag noch bemerkt werden, daß bei unserer Annahme des Lichtstrahles die Diagonale H₁B₁ der Grundplatte mit der Grundrißprojektion IR der Lichtrichtung parallel ist. — Auf gleiche Weise verfährt man, wenn der Schatten irgend einer andern Körperzusammenstellung nach dieser Methode zu suchen ist.

206. Wenden wir uns zur Klinographisch-monodimetrischen Projektionsart und nehmen wir ebenfalls für die folgenden Konstruktionen das System: $z : x : y = 1 : 1 : \frac{1}{2}$ und den Winkel $\theta = 30^\circ$ und den Winkel $\eta = 0^\circ$ an, so sei OZXY (Fig 88) das zugehörige Achsenkreuz, also $OZ \perp OX$ und

Winkel $X_1OY = \theta = 30^\circ$. Macht man dann $O1 = O1_2$ und $O1_1 = \frac{1}{2} O1 = \frac{1}{2} O1_2$ und zieht l_1l und l_2l , so sind dies die Projektionen der Lichtrichtung in den Ebenen XY und XZ. Zieht man noch durch l_1 eine Parallele mit OZ und durch l_2 eine Parallele mit OY, und verbindet ihren Durchschnittspunkt L mit l, so ist Ll die Lichtrichtung selbst. Macht man noch $l_0 = l_2$ und zieht durch l_0 eine Senkrechte und in l_2 eine Parallele zu OX und verbindet den Durchschnittspunkt L_2 mit l, so stellt $\sphericalangle l_0lL_2$ zugleich den in die Vertikalebene umgedrehten horizontalen Neigungswinkel $\alpha = 35^\circ 16'$ der Lichtrichtung mit der Grundrißebeane dar. Damit ist man nun im stande, den Schatten irgend eines Gegenstandes nach dem angegebenen Klinographisch-monodimetrischen Projektionsystem zu finden.

207. Aufgabe. Es sei in Fig. 89 die klinographisch-monodimetrische Projektion eines senkrechten Kreiskegels gegeben, sowie die Lichtrichtung und ihre Grundrißprojektion; man soll die Nephoten des Kegels wie den Schatten desselben auf die Grundrißebeane und auf das nebenbeigelegte Prisma, samt Schatten des letztern bestimmen und mittels Tusch und Pinsel ausführen.

Auflösung. Die Nephoten des Kegels nach der angegebenen klinographisch-monodimetrischen Projektionsmethode findet man, wie in § 103, Fig. 44, Blatt 9,

erklärt worden ist. Dazu denken wir uns den Grundkreis des Kegels, dessen Centrum in e und dessen Radius in ef angenommen ist, in die Ebene XZ , die hier zugleich als Bildfläche angenommen ist, umgelegt. Ziehen wir dann eA_1 so, daß $\angle feA_1 = 45^\circ$, so ist dies die Richtung für die Beleuchtungsstafe der Isophotenkonstruktion des Grundkreises. Zieht man hierauf fs und $fg \perp fs$, trägt eg und fg nach li und lk in Fig. 88, errichtet in i und k Senkrechte, welche die umgelegte Lichtrichtung lL_2 in J und K durchschneiden, und trägt hierauf iJ nach eN_1 und lK nach $N_1M_1(A_1)$, so ist N_1 der Nullpunkt und M_1 (der zufällig mit A_1 zusammenfällt) der Maximalpunkt der Beleuchtungsstafe für den umgelegten Grundkreis K_1 . Führt man nun damit die Isophotenkonstruktion desselben aus, indem man die Strecke N_1M_1 in zehn gleiche Teile teilt und auch noch solche Teile von N_1 rückwärts bis zum Kreisumfang abträgt und in den Teilpunkten Senkrechte zur Stafe N_1M_1 errichtet, welche den Umfang des Kreises K_1 in den verlangten Isophotenpunkten durchschneiden, und trägt die letztern in die kinographische Projektion k über und verbindet die erhaltenen Isophotenpunkte der Ellipse k mit der Spitze s , so sind die Verbindungslinien die verlangten Isophoten der Kegelfläche. Um den Schlagschatten zu finden, ziehe durch die Spitze s eine Parallele mit der Lichtrichtung $L1$ (in Fig. 88) und durch das Centrum e eine Parallele mit der Grundrißprojektion l_1l der Lichtrichtung (in Fig. 88), welche die erstere in s_1 durchschneidet. Von diesem

Punkte ziehe an die Ellipse k die beiden Tangenten s_1u und s_1v , so bestimmen diese den Schlagschatten auf der Ebene XY . Errichtet man hierauf in σ_1 eine Vertikallinie, welche den durch s gehenden Lichtstrahl in s' schneidet, und zieht man durch σ_2 eine Parallele zu cs_1 , welche den Lichtstrahl ss_1 in s_2 schneidet, und verbindet s' mit w und x und s_2 mit y und z , so ist auch der Schlagschatten des Kegels auf das zur Seite liegende vierseitige Prisma gefunden. Um endlich auch noch den Schlagschatten des Prismas auf die Grundrißebene zu erhalten, ziehe man durch die Endpunkte Q, R, T der Oberflache desselben Parallelen mit der Lichtrichtung ss_1 (oder $L1$ der Fig. 88) und durch die Eckpunkte P_1 und P_2 der Unterflache desselben Parallelen mit der Grundrißprojektion l_1l der Lichtrichtung (in Fig. 88) und endlich durch den Durchschnittspunkt q eine Parallele mit QR^* und durch t eine Parallele mit RT , so bildet P_1qrtP_2 den Umriß des verlangten Schlagschattens des Prismas auf die Grundrißebene.

Ebenso erhält man auch nach dieser Projektionsmethode den Schatten irgend einer andern Körperzusammenstellung.

208. Indem wir auch noch einige Schattenkonstruktionen in polarperspektivischer Darstellung beifügen, sei in Fig. 90 und 91 G_1G_2 die Grundlinie der Bildfläche, H_1H_2 der Horizont und

*) Der Durchschnittspunkt q , wie die Parallele zu QR durch denselben fällt nicht mehr auf die Zeichnungsfläche.

darauf A der Augpunkt, der zugleich der Fluchtpunkt für die auf der Bildfläche senkrecht stehenden Kanten des mit der vordern Fläche CKMN in der Bildfläche liegenden Würfels ist. Zur Bestimmung der hintern perspektivischen Punkte, wie J in Fig. 90, dient der Distanzpunkt, der hier jedoch außerhalb der Zeichnungsfläche fällt und durch den Viertelsdistanzpunkt $\frac{D}{4}$ ersetzt ist. Bei dem schräggestellten quadratischen Prisma in Fig. 91 laufen die parallelen Seiten OE und KJ mit NP und MQ nach dem im Horizont gelegenen Fluchtpunkt F, und die hintern Punkte, wie E, findet man mittelst des zugehörigen Teilpunktes T, der ebenfalls linterhand auf dem Horizont liegt. An das vierseitige Prisma ist noch, wie man sieht, ein Strebepfeiler angelehnt, dessen Basis ebenfalls ein Viereck ist, von welchem zwei Seiten nach dem Fluchtpunkt F zulaufen, und dessen beide andere Seiten mit den Seiten CK und EJ denselben unzugänglichen Fluchtpunkt haben.

209. Aufgabe. Es ist, wie im vorigen kurz erläutert, in Fig. 90 die polarperspektivische Projektion eines Würfels in gerader Ansicht und in Fig. 91 die polarperspektivische Projektion eines aufrechten quadratischen Pfostens samt angelehntem Strebepfeiler in schräger Ansicht gegeben, sowie die Richtrichtung; man soll die Schatten dieser Körperformen in polarperspektivischer Darstellung bestimmen.

Auflösung. Man denke sich in A, dem Aug-

punkt, eine Senkrechte, gleich der Entfernung des Auges von der Bildfläche, errichtet und alsdann durch das im Endpunkt dieser Senkrechten gelegene Auge eine Parallele mit der Richtrichtung gezogen und ihren Durchschnittspunkt mit der Bildfläche bestimmt. Derselbe ist alsdann der Fluchtpunkt für alle parallelen Lichtstrahlen. S sei dieser Punkt. Errichtet man dann noch durch S eine Senkrechte zum Horizont, so ist der Durchschnittspunkt V der Fluchtpunkt für alle perspektivischen Grundrissprojektionen der Lichtstrahlen. Nach S laufen somit alle durch die Eckpunkte N, P, Q des Würfels in Fig. 90, sowie durch die Eckpunkte N, P, Q des quadratischen Pfostens in Fig. 91 gehenden perspektivischen Lichtstrahlen; und ebenso laufen alle durch die zugehörigen Grundrissprojektionen C, E, J gehenden Grundrissprojektionen der Lichtstrahlung in beiden Figuren nach V. Die Durchschnittspunkte n, p, q beider Liniensysteme liefern dann die perspektivischen Schattenpunkte der obern Eckpunkte, und durch deren Verbindung erhält man endlich den Schattenumriß CnpqJ in beiden Figuren. Zieht man die Linie RV, welche CK in r schneidet, und verbindet r mit U, so hat man in Rr und rU auch den Schlag Schatten des schiefen Strebepfeilers auf die Grundriss ebene und den quadratischen Pfosten.

Was den eigenen Schatten betrifft, so sind in Fig. 91 unter den sichtbaren Flächen die an die Kanten CN und RU stoßenden rechten Seitenflächen im eigenen Schatten. Bei der Ausführung mit Tusche und Pinsel sind dann diese Flächen, wie die Figur zeigt, nach hinten etwas zu

verwaschen, während umgekehrt die Lichtfläche von den hintern Kanten LW, KM, PQ nach vorne gegen RU, CN, MN zu verwaschen sind. Dasselbe gilt auch für die Flächen KJQM und MQPN in Fig. 90, während die vordere Fläche KCNM dieser Figur dagegen gleichmäßig anzulegen ist. Die Flächen im eigenen Schatten sind bei diesem Körper unsichtbar.

Bei XZ (Fig. 92) ist noch eine Vertikale, die die Höhe einer menschlichen Figur vorstellen mag, aufgestellt, und in Xz durch die Strahlen ZS und XV ihr Schatten auf die Grundrißebebene bestimmt.

Ähnlich verfährt man, wenn man nach der perspektivischen Projektionsart den Schatten irgend einer andern Körperzusammenstellung zu bestimmen hat.

c) Schattenkonstruktionen verschiedener praktischer Anwendungen.

(Fig. 93—105, Blatt 26—32.)

210. Auf Blatt 26 und 27 haben wir zur Übung eine Reihe von Schattenkonstruktionen verschiedener praktischer Anwendungen aufgenommen, welche für diejenigen Schüler, welche die vorausgehenden Elementaraufgaben über Beleuchtungs- und Schattenkonstruktionen gut verstanden haben, fast ohne weitere Erklärungen verständlich sein werden. Auf dem Blatt 26 finden sich in Fig. 93 bis 96 vier verschiedene Beispiele von einfachen Treppen mit ihren Schlagschatten angegeben. Die Konstruktion der letztern ist durch Hilfslinien angedeutet, so daß in der That jede weitere Erklärung überflüssig

erscheint. Auf Blatt 28 sind in Fig. 97—98 zunächst die Schlagschatten zweier Wandpfeiler und in Fig. 99 bis 100 sodann die Schlagschatten zweier Thüreingänge konstruiert, und auch diese Konstruktionen werden vom aufmerksamen Schüler ohne weiteres verstanden werden, da dieselben ebenfalls durch Hilfslinien angedeutet sind. Die weiteren praktischen Beispiele auf Blatt 28—32, die hinsichtlich der Konstruktion der Schatten schon mehr Schwierigkeiten darbieten, sollen dagegen noch etwas näher erklärt werden.

211. Beim Dampfzylinder, von dem in Fig. 101, Blatt 27, ein Horizontal- und Vertikalschnitt samt den Projektionen der Lichtrichtung gegeben, sind nacheinander folgende Beleuchtungs- und Schattenkonstruktionen auszuführen.

Zuerst suche man die Isophoten des hohlen Dampfzylinders, des cylindrischen Kolbens und der cylindrischen Stange, die beide massiv gedacht und nicht geschnitten sind, wie früher (§ 130, Fig. 53, und § 60, Fig. 25) ausführlich erklärt worden ist.

Sodann bestimme man den eigenen Schlagschatten, den die Kante (a, a', a'') und der Bogen ($ab, a'b'$) des obern Kreisumfangs des hohlen Dampfzylinders auf die innere Mantelfläche selbst und auf die obere Kreisfläche des Kolbens, sowie den Schlagschatten, den der Dampfzylinder selbst auf den untern Rand und auf die Projektionsebenen wirft, wie dies in § 200, Fig. 82, erklärt worden ist.

Ferner bestimme man den Schlagschatten, den der Kolben auf die innere Mantelfläche und die Schnittfläche des Cylinders (rechter Hand) und auf die Projektionsebenen wirft, und endlich den Schlagschatten, den die Kolbenstange auf die innere Mantelfläche und auf die obere Kolbenfläche bildet, indem man, wie bekannt, durch einzelne Punkte der schattenwerfenden Linien Strahlen parallel der gegebenen Lichtrichtung (l, l') zieht und ihre Spuren oder Durchschnittspunkte mit den betreffenden Flächen sucht und gehörig miteinander verbindet.

Auf diese Weise erhält man die Schlagschattenumrisse $a'_1 a'_2 b' d'_2 d'_1$ auf die innere Mantelfläche im Aufriß, $a d b a$ auf die obere Kreisfläche des Kolbens im Grundriß, $ff_1 m_1 m$ auf den untern vorspringenden Rand des Dampfcylinders im Grundriß, $G_1 G_2 F_1 F_2 H_1 H_2 h_1 k_1 K_1 k$ in der Grundrißebene, $h_1 F'_3 F'_4 G'_3 G'_4 J'$. . . in der Aufrißebene, $n'_1 o'_1 p'_1$ auf die innere Mantelfläche, $p'_1 q'_1 r'_1 s'_1$ auf die ebene Schnittfläche, $tt_1 u_1 u$ auf die obere Kolbenfläche und $v'_1 w'_1 x'_1 y'_1 z'_1$ auf die innere Mantelfläche des Dampfcylinders im Aufriß.

212. Bei der cylindrisch-sphärischen Nische, von der in Fig. 102 die vordere Ansicht und ein Horizontalschnitt, sowie die Projektionen der Lichtrichtung gegeben, sind folgende Beleuchtungs- und Schattenkonstruktionen auszuführen.

Zuerst sind die Isophoten der innern Mantelfläche des hohlen Cylinders und der hohlen Kugel zu

suchen, wie das früher (§ 130, Fig. 53, und § 95, Fig. 34) gezeigt worden ist; sodann die Schlagschattenumrisse $a d b a$ und $x X_1 x_1 z_1 z$ in der Grundrißebene, $a'_1 a'_2 g' h' f' h'_1 i'_1 g'_1 d'_1 d'$ auf die innere Mantelfläche des hohlen Cylinders und der hohlen Kugel im Aufriß und $x_1 X'_1 Y'_1 Z'_1 z_1$ auf die Aufrißebene, indem man wieder durch einzelne Punkte der schattenwerfenden Linien Strahlen parallel mit der Lichtrichtung (l, l') zieht und ihre Durchschnittspunkte mit den betreffenden Flächen bestimmt.

Die Schlagschattenkurve $d' d'_1 g'_1 i'_1 h'_1 f'$ auf die innere Gewölbefläche der Nische im Aufriß besteht, wie man sieht, aus drei Teilen: aus dem geradlinigen Teil $d' d'_1$, welcher von der durch die aufrechte Kante ($a, a'_1 a'_2$) gehenden Strahlenebene herrührt, sodann aus dem krummlinigen Stück $d'_1 g'_1 i'_1$, das von dem durch den Bogen $a'_2 g'_1 i'$ gehenden Strahlencylinder auf dem sphärischen Nischenteil herrührt, und aus dem krummlinigen Stück $i'_1 h'_1 f'$, welches von dem durch den Bogen $i' h' f'$ gehenden Strahlencylinder auf dem sphärischen Nischenteil gebildet wird. Das erste Stück $d' d'_1$ ist unmittelbar durch den Durchschnittspunkt ($d' d'_1$) des Strahles ($a d, a'_2 d'_1$) mit der cylindrischen Nische bestimmt. Das andere $d'_1 g'_1 i'_1$ erhält man ebenso durch die Durchschnittspunkte (g_1, g'_1), (i_1, i'_1), . . . der Strahlen ($g g_1, g' g'_1$), ($i i_1, i' i'_1$), . . . mit der innern Mantelfläche der Nische. Und um das dritte Stück $i'_1 h'_1 f'$ zu erhalten, suche man wiederum die Durchschnittspunkte einzelner Strahlen mit der sphärischen Nische. Um 3. B.

den Punkt h'_1 — als Durchschnittspunkt des Strahles ($es, h'h'_1$) mit derselben — zu erhalten, suche man die Durchschnittslinie ($epqrs, h'p'q'r's'$) der durch den Strahl gelegten horizontalprojizierenden Ebene mit der sphärischen Nische mittels der horizontalen Parallelkreisschnitte ($tru, t'r'u'$), ($gqf, g'q'f'$) und ($vpw, v'p'w'$). Denn die erhaltene Vertikalprojektion $h'p'q'r's'$ dieser Durchschnittskurve wird dann von der Vertikalprojektion $h'h'_1$ des Strahles im verlangten Punkt h'_1 geschnitten. Auf gleiche Weise findet man andere Punkte und damit die ganze auf die Kugelfläche fallende Kurve $i'_1h'_1f'_1$, welche, als Projektion eines größten Kreises, sich auf letzterer als Ellipse darstellt, die auch auf folgende Weise gefunden werden kann.

213. Man denke einen Lichtstrahl, z. B. ($gg_2, g'e'$), in eine zur Vertikalebene parallele Ebene (bg_2) umgelegt, mache also $g'G'_1 = gb = cg_2$ und ziehe $c'G'_1$, sodann damit die Parallele $g'a''$, welche den nach unten ergänzten Kreis $a'_2d'_1e'_2$ in a'' schneidet, und hierauf $a''a'$ senkrecht zu $g'g'_1$, so ist $c'a'$ die kleine Halbachse und $c'f'$ die große Halbachse der gesuchten Ellipse, womit diese selbst gefunden werden kann.

214. Zieht man den Radius $c'a''$ und denkt man sich die sphärische Nische durch Ebenen, senkrecht zur V.E. stehend und durch einen entsprechenden Lichtstrahl gehend, geschnitten und die zugehörigen Kreisschnitte, wie z. B. jenen von $h'e'_2$ nach $h'_2e'_3$, parallel mit sich selbst in den mittlern Kreisschnitt gerückt und nach $h'_2h''_1e'_3$

in die zur V.E. parallele Ebene ($ae, a'_2h'e'_2$) umgelegt und den Durchschnittspunkt h''_1 desselben mit dem Radius $c'a''$ nach h'_1 , senkrecht zu $h'e'_2$, zurückgebracht, so ist h'_1 wiederum ein Punkt der Ellipse, welche auf der Kegelfläche die Grenze des Schlagschattens angiebt. Andere Punkte derselben ergeben sich auf gleiche Weise.

215. Der Punkt i'_1 , in welchem sich die beiden Schattenkurven $i'_1g'_1d'_1$ und $i'_1h'_1f'$ auf der Cylinderfläche und Kugelfläche aneinander berührend anschließen, ist der Wendepunkt beider Kurven und liegt notwendig auf dem horizontalen Durchmesser $a'_2e'_2$. Dieser Wendepunkt kann direkt, wie folgt, gefunden werden. Man mache $ed = e'_3\beta'$ und ziehe cd und projiziere i_1 nach i'_1 , so ist i'_1 , der verlangte Wendepunkt, gefunden. Oder man ziehe $\gamma''_1\gamma'$ senkrecht zu $g'g'_1$, projiziere γ' nach γ auf die Parallele $d\gamma$ zur Projektionsachse und ziehe $e\gamma$, so schneidet diese Gerade den Kreisumfang ade wieder in i_1 , welcher Punkt, vertikal projiziert, in i'_1 den verlangten Wendepunkt liefert.

216. Wollte man auch noch die gemeinschaftliche Tangente im Wendepunkt i'_1 der beiden Schattenkurven $i'_1g'_1d'_1$ und $i'_1h'_1f'$ erhalten, so ziehe man im Grundriß im Punkt i an den Kreis ade die Tangente i_1z und projiziere z nach z' auf den verlängerten Durchmesser $g''f'$ und ziehe $z'i'_1$, so ist dies die verlangte Tangente. Den Punkt z' erhält man auch direkt als Durchschnittspunkt des verlängerten Durchmessers $g''f'$ mit der Kreistangente $i'z'$.

217. Endlich haben wir in der geschlossenen Kurve $i'_1 g'_1 d'_1 k'_1 m'_1 n'_1 o'_2 o'_1 i'_1$ noch den vollständigen Durchschnitt des schiefen Strahlencylinders (dessen Erzeugende parallel zum Lichtstrahl und dessen Leitende der Kreisbogen ae , $a'_2 h' e'_2$ ist) mit dem senkrechten Cylinder der Nische ade , $a'_1 a'_2 e'_2 e'_1$ konstruiert, welches keine ebene Kurve, sondern eine räumliche Kurve und zwar eine Kurve vierter Ordnung ist.

218. Bei der flachen Schraube, von der in Fig. 103, Blatt 29, der Grund- und Aufriß, sowie die Projektionen der Lichtstrahlung (l, l') gegeben sind, haben wir folgende Beleuchtungs- und Schattierungsaufgaben zu lösen:

1) Die Isophoten oder die Linien gleicher Lichtintensität der beiden Spindel-Cylinderflächen vom Radius OA_0 OB_0 zu bestimmen;

2) die Isophoten oder die Linien gleicher Lichtintensität der obern und untern windschiefen Schraubensfläche des flachen Schraubengewindes zu finden;

3) den Schlagschatten des Schraubengewindes auf die innere Spindelfläche zu suchen;

4) den Schlagschatten des Schraubengewindes auf die obere windschiefe Schraubensfläche zu suchen;

5) den Schlagschatten zu suchen, den das obere vorstehende cylindrische Spindelstück auf die obere windschiefe Schraubensfläche des Schraubengewindes wirft; und

6) den Schlagschatten der Schraube auf die Projektionsebenen zu bestimmen.

Die Isophoten der beiden Spindelcylinderflächen findet

man auf bekannte Weise, wie in § 60, Fig. 25, indem man die beiden entsprechenden Grundkreise vom Radius OA_0 und OB_0 nach dem Normalenbüschel (für den Mittelpunkt O , die Richtung XX , die mit OI zusammenfällt, und den horizontalen Neigungswinkel $a'_0 o' l'_1 = \alpha = 35^\circ 16'$ der Lichtstrahlung) einteilt und die dadurch erhaltenen Isophotenpunkte aus dem Grundriß in den Aufriß projiziert. Die Intensitätsstafe OM für den ersten Kreis ist auf der X -Achse selbst und diejenige O_m für den andern Kreis ist zur Seite (rechts) in $o_1 m_1$ wirklich eingeteilt.

219. Die Isophoten der obern und untern windschiefen Schraubensfläche findet man dagegen, wie in § 149—154, Fig. 58, ausführlich erklärt worden ist. Dabei genügt es, bloß die zwischen den konaxialen Schraubenslinien ($A_0 a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 \dots, a'_0 a'_1 a'_2 a'_3 a'_4 a'_5 \dots$) und ($B_0 b_1 b_2 b_3 \dots, b'_0 b'_1 b'_2 b'_3 \dots$) der äußern und innern Spindel gelegenen Stücke derselben zu suchen. Diese ergeben sich zunächst im Grundriß aus den Isophotenpunkten, welche für die Kreise S, S_1, S_2 , als Horizontalprojektionen der äußern, innern und mittlern konaxialen Schraubenslinien (S, S'), (S_1, S'_1) und (S_2, S'_2), auf die in den erwähnten Paragraphen (§ 149—154) erklärte Weise gefunden werden. Für den innern Kreis S_1 ist die Intensitätsstafe in $o_2 m_2$ auf der Y -Achse selbst und in $o_3 m_3$ auf einer beliebigen Parallelen zur Y -Achse zur Seite (links) noch besonders angegeben. Der Nullpunkt o_2 , resp. o_3 , bestimmt sich durch den Abstand $O o_2$

$= o_3 = f_1 \lambda_1$ und die Länge der Skale durch den Abstand $o_2 m_2 = o_3 m_3 = o' l_1$ mittels des Neigungswinkels $a'_0 o' l_1 = \alpha$ und der entsprechenden Subnormalen Of_1 und Normalen $f_1 g_1$, die zu diesem Behufe nach $o' l_1$, resp. nach $o' a_0$ getragen werden, womit sich die Stücke $f_1 \lambda_1$ und $o' l_1$ ergeben.

Für die beiden andern Kreise zieht man auf gleiche Weise zu Og und Og_2 die Senkrechten (Normalen) fg und $f_2 g_2$ *) und bestimmt mittelst Of , fg und Of_2 , $f_2 g_2$ und des Neigungswinkels $a'_0 o' l_1 = \alpha$ die zugehörigen Intensitätskaten.

Verbindet man alsdann die entsprechenden Isoptotenpunkte, wie z. B.: +4 auf S , +4 auf S_2 und +4 auf S_1 , durch stetige krumme Linien, so erhält man die verlangten Grundrißisophoten. Und projiziert man dieselben Punkte auf die vertikalen Projektionen S' , S'_2 , S'_1 der Schraubenlinien, so erhält man die zugehörigen Aufrißprojektionen der Isoptoten auf der untern und obern windschiefen Schraubenfläche.

220. Den Schlagschatten ($p_1 q_1 r_1$, $p'_1 q'_1 r'_1$) des Schraubengewindes auf die innere Spindel findet man, indem man durch einzelne Punkte (p , p'), (q , q'), (r , r'), ... der schattenwerfenden Schraubenlinie (S , S') Strahlen parallel der Lichtrichtung (l , l') zieht und ihre Durchschnittpunkte (p_1 , p'_1), (q_1 , q'_1), (r_1 , r'_1), ... mit der innern Spindelfläche sucht.

*) Die Punkte f und f_2 auf OX fallen in unserer Figur nicht mehr auf die Zeichnungsfläche.

221. Den Schlagschatten $r'_1 s'_1 t'_1$ des äußern Schraubengewindes S' auf die obere windschiefe Schraubenfläche zu finden, denke man sich durch die Lichtstrahlen, wie z. B. (ss_1 , $s' s'_1$), horizontalprojizierende, d. h. zur H.E. senkrechtführende Ebenen gelegt und die Durchschnittpunkte (wie $ss_1 a_5$, $s' s'_1 a'_5$) derselben mit der windschiefen Schraubenfläche — mittels der horizontalen Erzeugenden, wie ($a_3 b_3$, $a'_3 b'_3$) — bestimmt. Der Punkt (s_1 , s'_1), in welchem die Durchschnittpunkte ($ss_1 a_5$, $s' s'_1 a'_5$) von dem Strahl (ss_1 , $s' s'_1$) geschnitten wird, ist dann ein Punkt der Schlagschattenkurve ($r'_1 s'_1 t'_1$), von welcher ebenso noch andere Punkte gefunden werden können.

222. Den Schlagschatten ($r_1 u_1 v_1 \dots w_1$, $u' u'_1 v'_1 \dots w'_1$) des obern vorstehenden Spindelstückes auf die obere windschiefe Schraubenfläche des Schraubengewindes findet man auf ähnliche Weise. Zuerst bestimmt man das Stück $u' u'_1$, welches von der geradlinigen Grenzisophote $u' u'$ der Spindel auf die windschiefe Schraubenfläche geworfen wird, indem man, wie vorhin, die Schnittlinie der durch dieselbe gelegten horizontal projizierten Ebene in der Schraubenfläche — mittelst der horizontalen Erzeugenden — sucht. Und hierauf bestimmt man ebenso das Stück ($u_1 v_1 w_1$, $u'_1 v'_1 w'_1$), welches der obere schattenwerfende Kreis ($r_1 v w_1$, $u' v' w'$) auf die windschiefe Schraubenfläche wirft.

223. Den Schlagschatten der ganzen Schraube (der Spindel samt Gewinde) auf die Projektions-

ebenen findet man endlich auf bekannte Weise, indem man durch einzelne Punkte der schattenwerfenden Linie ($A_0 a_1 a_2 a_3 a_5 a_6 a_7 \dots a'_0 a'_1 a'_2 a'_3 a'_4 a'_5 a'_6 a'_7 \dots$) Strahlen parallel zur Lichtrichtung (l, l') zieht und deren Spuren bestimmt. Man erhält auf diese Weise die Begrenzungslinie $A_0 A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 A_7 A'_8 A_9 A_{10} A_{11} A'_{12} A'_{13} A'_{14} A'_{15} Z'_1 Z'_2 A'_7$ des Schlagschattens auf beide Projektionsebenen, von der jedoch nur die äußern Umrisse als wirklich vorhanden gezeichnet und zwar die sichtbaren Teile derselben ausgezogen und die unsichtbaren punktiert sind.

Wie im vorigen die flache Schraube der Beleuchtungs- und Schattenkonstruktion zu Grunde gelegt worden ist, so kann der Schüler nun auch versuchen, die Beleuchtung und Schattierung der scharfen Schraube nach den Erklärungen in § 156—160, Fig. 59 und 60, zu bestimmen.

224. Auf Blatt 30, Fig. 104, haben wir die flache Schraube mit den im vorigen erklärten Beleuchtungs- und Schattierungsaufgaben mit Tusche und Pinsel wirklich dargestellt. Dabei sind die Hilfslinien gänzlich weg-

gelassen worden, damit die Beleuchtung und Schattierung um so reiner und schöner hervortreten kann.

Auf gleiche Weise sind vom Schüler auch alle übrigen Schattenkonstruktionen zu behandeln, sei es, daß die getuschten Figuren auf demselben oder auf einem besondern Blatt, immerhin aber ohne alle Hilfslinien, dargestellt werden.

225. Als Musterblatt für das Tuschen haben wir in Fig. 105 auf Blatt 31 und 32 den jonischen (attischen) Säulenfuß in einem gegen die vorausgehenden Figuren bedeutend vergrößerten Maßstab bildlich dargestellt, um zugleich an einem Beispiel zu zeigen, was die im vorhergehenden theoretisch und praktisch erklärte Methode zu leisten im Stande ist. Dabei sind die Beleuchtungs- und Schattenkonstruktionen nach den früher beim massiven und hohlen Cylinder (§ 60 und 130, Fig. 25 und 53) der hohlen Halbkugel (§ 95, Fig. 34), des Kreisrings (§ 137—142, Fig. 56) und der elliptischen Einziehung (§ 143—147, Fig. 57) gegebenen Erklärungen auszuführen, indem, wie man sieht, der Säulenfuß einzig aus solchen Körperformen zusammengesetzt ist.

Anhang.

Das Wichtigste aus der Farbenlehre.

(Fig. 106—130, Blatt 33—34.)

226. Bisher haben wir vorzugsweise nur auf die Beleuchtung und Schattierung der Körper Rücksicht genommen. Soll aber auch auf das Kolorit oder auf die Färbung derselben Rücksicht genommen werden, so geschieht dies bei der Darstellung durch das Kolorieren oder die Farbengebung. Dazu ist es aber nötig, daß der Schüler vorher mit den wichtigsten Eigenschaften der Farben, der Farbmischung und der Farbengebung bekannt gemacht werde. Deshalb soll hier zu diesem Behufe das Wichtigste aus der Farbenlehre noch besonders behandelt werden, und zwar zuerst eine kurze theoretische Betrachtung über die physikalischen und physiologischen Farben und sodann eine kurze praktische Anleitung über den Gebrauch der technischen Farben.*)

*) Siehe Newtons *Optik*. London 1704. Goethes *Farbenlehre*. 2 Bde., Tübingen 1810. Doves *Farbenlehre*. Berlin 1853. Unger, *Perspektive und Lehre von der Abbildung nach Form, Beleuchtung und Farbe*. Göttingen 1856.

a) Über die physikalischen und physiologischen Farben.

(Fig. 106—112, Blatt 33.)

227. Die Farbe eines Körpers hängt von der Natur der Lichtquelle, vorzüglich aber von der Geschwindigkeit der Schwingungen ab, welche die Lichtstrahlen besitzen, die derselbe unserm Auge zusendet, und insofern wir denselben überhaupt sehen.

Die Sonnenstrahlen, die unzerlegt in unser Auge gelangen, erscheinen uns weiß, während das irdische Licht der meisten künstlichen Beleuchtungsmittel uns mehr oder weniger gelblich erscheint.

Reimgrub, *Die Farbengebung in ihrer praktischen Anwendung auf die Gewerbe* (Gewerbehalle, Jahrg. 1864, Nr. 3).
Helmholtz, *Handbuch der physiologischen Optik*. Leipzig 1867.
Schreiber, G., *Die Farben* u. Karlsruhe, Druck und Verlag von J. Neith, 1868. Thiele, Jul., *Die Farbenlehre als Hilfswissenschaft für Künstler und Industrielle*. Berlin 1873.
Bezold, Dr. W. v., *die Farbenlehre im Hinblick auf Kunst und Kunstgewerbe*. Braunschweig 1874.

Wird das Sonnenlicht durch Brechung, Interferenz oder Absorption zerlegt oder sonst verändert, so erscheint es verschieden gefärbt. Das Farbenspektrum des zerlegten Sonnenlichtes zeigt, wie zuerst Newton (1672) durch Versuche nachgewiesen, die ineinander übergehenden sieben Regenbogenfarben: Rot, Orange, Gelb, Grün, Blau (Hellblau), Indigo (Dunkelblau) und Violett. Unter denselben besitzen die roten Strahlen die kleinste und die violetten die größte Schwingungsgeschwindigkeit, indem jene bei der stärksten Brechung 450 Billionen und diese bei der schwächsten Brechung sogar 790 Billionen Schwingungen per Sekunde machen. Im Vergleich der Farben mit den Tönen der Musik stellt daher Rot die tiefste und Violett die höchste Farbe dar. Helmholtz, und nach ihm auch Bezold, bezeichnet das Hellblau mit Cyanblau und das Dunkelblau mit Ultramarinblau und ergänzt die Reihe der Spektralfarben noch durch die beiden Zwischenfarben Gelbgrün und Blaugrün.

Es mag auch noch bemerkt werden, daß Goethe die Richtigkeit des Newtonschen Fundamentalversuches über die Zerlegung des weißen Sonnenlichtes in die bunten Spektralfarben angegriffen hat, ohne denselben je selbst einmal wiederholt zu haben. Seine Farbentheorie, auf die Erscheinung der Farben trüber Medien basiert, hat darum auch auf die Entwicklung der Wissenschaft durchaus keinen bleibenden Einfluß ausgeübt und ist längst als widerlegt anzusehen, während der erwähnte Newtonsche

Versuch für die Farbenlehre für alle Zeiten den Ausgangspunkt bilden wird.

228. Da man die Spektralfarben durch Farbstoffe nur sehr mangelhaft nachahmen kann, so war die Schwierigkeit, sich über bestimmte Farben des Spektrums zu verständigen, lange Zeit hindurch sehr fühlbar. Nach verschiedenen Versuchen gelang es aber endlich dem berühmten Optiker Fraunhofer 1814, diesem Uebelstande durch die Entdeckung abzuwehren, wonach er in dem mit äußerster Sorgfalt hergestellten Spektrum eine große Menge feiner schwarzer, dem Spalte (des einfallenden Sonnenlichtes) paralleler Linien bemerkte, von denen einzelne durch besondere Schwärze oder durch eigentümliche Gruppierung sich so auszeichnen, daß sie leicht im Gedächtnis zu behalten sind und als unverkennbare Marken für die Spektralfarben dienen. Eben deshalb wurden schon von ihm die wichtigsten derselben mit großen und einige minder wichtige mit kleinen Buchstaben bezeichnet. Diese Linien wurden allgemein angenommen und nach ihrem Entdecker Fraunhofersche Linien genannt*).

*) Den beiden deutschen Forschern Kirchhoff und Bunsen war es vorbehalten, 46 Jahre später die bewunderungswürdigste Konsequenz aus dieser Entdeckung zu ziehen und, wie Bezold sehr treffend bemerkt, aus ihr eines der gewaltigsten Werkzeuge menschlicher Forschung zu schmieden: die Spektralanalyse, durch welche man im Stande ist, die chemische Beschaffenheit der fernsten Himmelskörper zu untersuchen und Vorgänge auf ihnen zu beobachten, von denen man noch vor vier Decennien glauben mußte, daß sie sich für immer dem menschlichen Auge entziehen würden.

Die relative Lage derselben zu den Spektralfarben ist aus folgendem Schema zu entnehmen.



229. Die durch Zerlegung des Sonnenlichts in einem Glasprisma entstehenden bunten oder prismatischen Farben sind indessen von sehr verschiedener Helligkeit. Am hellsten ist nach Fraunhofer die Stelle des Spektrums, die zwischen Orange und Gelb und nahe der Linie liegt, die von ihm mit dem Buchstaben D bezeichnet worden ist. Von dieser Linie an werden die Farben des Spektrums nach beiden Seiten allmählich dunkler. Auf der Seite des Violetten nimmt aber die Dunkelheit von der Grenze des Indigo an allmählich wieder ab.

Setzt man die größte Helligkeit zwischen Gelb und Orange = 1000, so beträgt sie von Orange nur 640, von Grün 480, von Hellblau 170, von der Mitte des Rot 94, vom äußern Rot 32, zwischen Dunkelblau und Violett 31 und die Mitte von Violett 5. Teilt man dagegen die Breite des ganzen Spektrums in 100 gleiche Teile, so kommen auf Rot 11, auf Orange 8, auf Gelb 14, auf Grün 17, auf Blau (Hellblau) 17, auf Indigo (Dunkelblau) 11 und auf Violett 22 Teile.

Diese Eigenschaft der verschiedenen Leuchtbarkeit nehmen wir auch bei den objektiven Farben oder

Farbstoffen wahr. Dieselbe muß bei der Mischung der Farben mittelst der dazu benützten Pigmente oder Farbstoffe wohl berücksichtigt werden.

230. Die Farbenintensität eines Körpers kann zunächst durch die sogen. Interferenzerscheinungen verändert werden. Wenn sich nämlich zwei Lichtbündel kreuzen, so entsteht an der Stelle, wo sich die beiden Bündel begegnen, eine Verdunkelung, resp. Farbenschwächung, die man eben mit dem Namen Interferenz bezeichnet. Diese Erscheinung zeigt sich namentlich deutlich bei Lichtstrahlen, die aus verschiedenen Entfernungen kommen und sich unter sehr kleinen Winkeln kreuzen, sowie auch durch die Beugung der an einer Ecke oder Kante vorbeistreichenden Lichtstrahlen. Der Grund oder die Ursache der dabei erfolgenden Licht- und Farbenschwächung beruht darauf, daß sich solche Lichtstrahlen im Kreuzungspunkt zerlegen und teilweise aufheben.

Verschieden hiebon ist die Fluorescenz- und Phosphorescenzerscheinung, die sich an solchen Körpern zeigt, welche das auf sie fallende Licht umwandeln in solches anderer Farben. Dabei ist der Körper fluorescierend, wenn die Vibration seiner Atome mit der Einwirkung der erregenden Lichtstrahlen aufhört, dagegen phosphorescierend, wenn sie nach der Einwirkung derselben noch eine Zeitlang fortbauert.

231. Die Färbung eines Körpers kann aber ebenso auch durch Absorption verändert werden. In dieser Beziehung nennen wir einen Körper durchsichtig und

farblos, wenn er das auf ihn einfallende Licht unverändert durchläßt, dagegen durchsichtig und farbig, wenn er das Licht in einer bestimmten Farbe durchläßt. Manche durchsichtige Körper absorbieren die nicht durchgelassenen Farben so, daß auch das von ihnen reflektierte Licht dieselbe Farbe zeigt, wie das durchfallende, während bei andern das reflektierte Licht von einer andern Farbe ist, als das durchscheinende. So reflektiert z. B. das Wasser der größern Ströme und Landseen das Licht grün und läßt das Licht azurblau durch. Die Luft hingegen reflektiert das Licht blau und läßt es orangefarben durch, wie wir dies an der blauen Färbung des Firmamentes und an der orangegelben Färbung des Abendhimmels in der Nähe der untergehenden Sonne und der vom Abendlicht erleuchteten Wolken sehen können.

232. Die Färbung eines undurchsichtigen Körpers ist weiß, wenn das auffallende Licht unverändert und ungeschwächt reflektiert wird, und grau, wenn er das Licht nur geschwächt zurückwirft, ohne jedoch eine in demselben enthaltene Farbe stärker als eine andere zu absorbieren. Ein Körper aber, der alles Licht und damit auch alle Farben verschluckt, erscheint schwarz. Indessen erscheinen die meisten Körper weder völlig weiß noch ganz schwarz, sondern mehr oder weniger hellgrau oder dunkelgrau oder buntgefärbt. Ein Körper erscheint in bunter Färbung, wenn er nur einzelne Farben des Sonnenspektrums reflektiert und andere absorbiert, und zwar diejenigen, welche erstern zu Weiß

fehlen. Man nennt solche Farben, die einander zu Weiß ergänzen, komplementäre oder Ergänzungsfarben. Doch erfolgt auch diese Absorption gewöhnlich nur unvollständig, so daß das reflektierte farbige Licht fast immer noch mit weißem Licht gemischt ist.

233. Unter den bunten Farben des Sonnenspektrums werden Gelb, Rot und Blau als die drei Haupt- oder Grundfarben angenommen*). Aus ihnen lassen sich alle andern Farben durch Mischung erhalten. Unter den bekantnen Pigmenten oder Farbstoffen besitzen wir jedoch keine, welche diese primären Farben ganz rein (denen des Sonnenspektrums entsprechend) wiedergeben. Das Rot des Sonnenspektrums erhält man am natürlichsten aus reinem Karmin oder

*) Helmholtz und Bezold schreiben den Grundfarben keine physikalische, sondern eine physiologische Bedeutung zu. Sie nehmen an, daß das Auge drei Grundempfindungen zugänglich sei, die man sich allenfalls durch drei verschiedene Arten von Nervenfasern oder von Nervenenden vermitteln denken könne. Dem Zusammenwirken dieser drei Grundempfindungen des Gesichtsinnes sollen alsdann sämtliche Farbenempfindungen ihren Ursprung verdanken, ähnlich wie im Gebiete des Geschmacksinnes aus den Grundempfindungen des Sauern, Süßen und Bittern durch gleichzeitige Anreizung der entsprechenden Nervenenden alle möglichen Geschmacksempfindungen hervorgebracht werden können. Diese Forscher nehmen darum nicht Rot, Blau und Gelb, sondern Rot, Blau und Grün als Grundfarben an. Wir glauben jedoch aus praktisch-technischen Gründen die bis herigen Hauptfarben Rot, Blau und Gelb aufrecht erhalten zu sollen, wie dies auch von G. Schreiber u. a. gesehen ist.

Karminlack (mit etwas Zinnober gemischt), das Gelb aus Kadmiumgelb oder aus reinem Gummigutt, das sich dem hellen Chromgelb nähert, und das Blau aus Kobaltblau oder Berliner- oder Pariserblau, das nicht ins Grünliche flücht. Ist letzteres der Fall, so wird dem Blau etwas Karmin beigelegt. Die drei Hauptfarben, Grundfarben oder primären Farben finden sich einzeln in Fig. 106, Blatt 33, dargestellt.

234. Die Mischung der aus solchen Farbstoffen erzeugten drei Grundfarben liefert aus dem angegebenen Grunde (ihrer nicht völligen Reinheit wegen) kein reines Weiß, sondern Grau, und zwar ein neutrales Grau, wenn alle drei Hauptfarben in gleicher Stärke gemischt worden sind, oder ein gelbliches, röthliches oder bläuliches Grau, je nachdem die eine oder andere Grundfarbe etwas vorsteht. Wir haben das neutrale Grau, nebst Weiß und Schwarz als Grenzfarben oder Farbenpole, in Fig. 107 dargestellt.

235. Mischt man von den drei primären oder Grundfarben in gleicher Stärke je nur zwei miteinander, so erhält man drei weitere Farben, die man die sekundären oder Nebenfarben nennt. Dieselben sind zu der Hauptfarbe, die nicht in ihnen enthalten, komplementär, d. h. sie ergänzen sie zu Weiß. Sie heißen deshalb auch komplementäre oder Ergänzungsfarben. So erhält man Orange aus einer Mischung von Gelb und Rot, Grün aus Gelb und

Blau, und Violett aus Rot und Blau. Wir haben diese sekundären, komplementären oder Ergänzungsfarben einzeln in Fig. 108 dargestellt. Orange ist hiernach komplementär zu Blau, Grün zu Rot und Violett zu Gelb, oder umgekehrt: die komplementäre Farbe zu Gelb ist Violett, zu Rot Grün und zu Blau Orange.

236. Werden je zwei dieser sekundären Farben als Grundfarben betrachtet und weiter zusammengemischt, so entstehen wieder drei neue Farben, die man tertiäre oder braune Farben nennt. Aus Orange und Grün entsteht auf diese Weise bei gleicher Stärke der Mischfarben Gelbbraun (Zimmetbraun), aus Orange und Violett ebenso Rotbraun (Kastanienbraun), und aus Grün und Violett Dunkelbraun*) (Olivenbraun), (siehe Fig. 109, welche diese Farben einzeln darstellt.)

Indessen sind diese tertiären Farben zu den entsprechenden sekundären, woraus sie durch Mischung erzeugt worden sind, keineswegs in dem oben angegebenen Sinne komplementär. Denn Rotbraun z. B. besteht aus Orange und Violett, müßte also komplementär sein zu Grün, was aber nicht möglich ist, da nach obigem Rot zu Grün komplementär ist.

*) Da bei dieser tertiären Farbe Blau im Ueberschuß vorhanden ist, so sollte man sie entsprechend Blaubraun heißen, was aber nicht üblich ist, weil sich unser Gefühl in der That gegen diese Benennung sträubt. Die Bezeichnung Dunkelbraun scheint dagegen für diese Farbe um so zweckmäßiger, als das Braun durch Blau wirklich dunkler wird.

237. Durch Zerlegung der tertiären Farben in die primären Grundfarben findet man Gelbbraun zusammengesetzt aus Orange (Gelb und Rot) und Grün (Gelb und Blau), also aus zwei chromatometrischen Teilen Gelb, einem solchen Teil Rot und einem Blau, oder aus einem chromatometrischen Teil Gelb und einem solchen Grau; Rotbraun ebenso aus einem Teil Rot und Grau, und Dunkelbraun (Blaubraun) aus einem Teil Blau und Grau. Die braunen Farben sind also hiernach Zusammensetzungen von Grau mit einer der primären Grundfarben Gelb, Rot oder Blau.

238. Es ist leicht zu begreifen, daß durch weitere Mischung der Haupt- und Nebenfarben noch unzählige andere Farbtöne erzeugt werden können. So erhält man durch Mischung von Gelb und Orange bei gleicher Stärke die Zwischenfarbe Gelborange, von Gelb und Grün ebenso Gelbgrün, von Rot und Orange Rotorange, von Rot und Violett Rotviolett, von Violett und Blau Blaubiolett und von Blau und Grün Blaugrün, von denen einige noch besondere Namen erhalten haben. So wird Rotorange auch Scharlach und Rotviolett Purpur genannt.

Von diesen Farbenabstufungen sind dann Gelborange und Blaubiolett, Gelbgrün und Rotviolett, Rotorange und Blaugrün komplementär, d. h. sich zu Weiß oder doch zu neutralem Grau ergänzend. Denn z. B. Gelborange und Blaubiolett geben, reine Farbstoffe vorausgesetzt, Gelb, Gelb, Rot und Blau, Blau, Rot, also

2 Gelb, 2 Rot und 2 Blau, oder 2 Grün und 2 Rot, und sind daher komplementär.

239. Zur Darstellung dieser verschiedenen Farbmischungen eignen sich ganz besonders die Farbkreise, wie wir sie in den Figuren 110—112 veranschaulicht haben.

In dem ersten Farbkreis (Fig. 110) haben wir die drei primären oder Hauptfarben Gelb, Rot, Blau und die durch Mischung von je zweien derselben entstehenden sekundären oder Nebenfarben Orange, Grün, Violett durch Kreis sektoren so dargestellt, daß jeder Hauptfarbe die zugehörige komplementäre Farbe gegenüber zu liegen kommt. So liegen in diesem Kreise Gelb und Violett, Rot und Grün, Blau und Orange einander gegenüber, also je die zu einander gehörigen komplementären Farben.

Auf gleiche Weise sind im mittlern Kreise (Fig. 111) die drei primären und drei sekundären und die zwischen ihnen liegenden sechs weitem Abstufungen der Nebenfarben: Gelborange und Gelbgrün, Rotorange und Rotviolett, Blaubiolett und Blaugrün durch Kreis sektoren nach radialer Richtung nebeneinander liegend dargestellt worden.

Im dritten Farbkreise (Fig. 112) haben wir ebenso die sekundären und tertiären Farben durch Kreis sektoren nach radialer Richtung in der Art zusammengestellt, daß zwischen je zwei sekundäre oder Nebenfarben die zugehörige tertiäre oder gebrochene (braune) Farbe zu liegen kommt.

240. Die im letzten Farbkreis (Fig. 112) einander entgegengesetzten Farben, wie Orange und Dunkelbraun,

Grün und Rotbraun, Violett und Gelbbraun, sind jedoch, wie schon oben § 236 angedeutet worden ist, nicht mehr komplementär, wie jene in Fig. 110, was darauf hinweist, daß die tertiären Farben nicht nach Kreissectoren radial zwischen die sekundären — wie diese zwischen die primären — eingefügt werden sollten, sondern nach peripherischer Richtung durch Zonen oder Kreisringe in der Art, daß in den ersten oder äußern Ring die drei primären oder Hauptfarben, in den zweiten oder mittlern Ring die drei sekundären oder Nebenfarben und in den dritten oder innern Ring die drei tertiären, gebrochenen oder braunen Farben zu liegen kommen. Wir haben diese Darstellung nur aus dem Grunde unterlassen, weil bei dem kleinen Maßstab unserer Figur die Zonen oder Kreisringe zu klein ausgefallen wären. Wir empfehlen aber dem Schüler, dieselbe im größern Maßstab wirklich auszuführen.

Ebenso können beim mittlern Farbkreis (Fig. 111) die einzelnen Farbentöne zugleich von innen nach außen oder umgekehrt verwaschen oder verdünnt angelegt werden. Und der Schüler wird gut thun, diese Tonleitern oder Farbenskalen wenigstens für die drei Hauptfarben und die drei komplementären Nebenfarben und je elf Zwischenstufen — entsprechend der Tuschskale Fig. 61, Blatt 17 — nicht nur im Farbkreise, sondern auch in gerader Richtung, nebeneinander gestellt, auszuführen.

In unserer Figur sind die einzelnen Farbentöne nach fünf Stufen gegen das Centrum, wo sie in Weiß übergehen, verwaschen.

De Labar, Vinearzeichen. 5.

241. Bezeichnet man die drei Hauptfarben Gelb, Rot, Blau der Ordnung nach mit a, b, c, so lassen sich ebenso einfach die drei sekundären oder Nebenfarben durch ab, ac, bc und die sechs Zwischenstufen dieser Nebenfarben durch aab, aac, abb, acc, bbc, bcc und die drei tertiären, gebrochenen oder braunen Farben durch aabc, babc und cabc bezeichnen, wobei abc dem neutralen Grau oder eigentlich dem Weiß entspricht. Aus dieser Bezeichnung, die wir in unsern Figuren den einzelnen Farben beigelegt haben, ergiebt sich dem Schüler die Mischung der aus den primären Farben zusammengesetzten sekundären und tertiären Farben gleichsam von selbst.

242. Im vorigen haben wir die Farbmischungen rein nur nach den normalen Farbentönen, wie sie den Spektralfarben bei der Maximalsättigung zukommen, ins Auge gefaßt. Bei der Mannigfaltigkeit der in der Anwendung vorkommenden Farbmischungen haben wir aber auch noch auf die Helligkeit und Reinheit der Farbe Rücksicht zu nehmen, und um so mehr, als ihre Sättigung auch von diesen beiden Elementen abhängt. Nun aber bringen unter allen Farben bei gleicher und zwar bei mittlerer Helligkeit stets die reinsten, die Spektralfarben, den Eindruck der größten Sättigung hervor, und sowohl bei größerer als bei kleinerer Helligkeit nimmt der Sättigungsgrad der Farbe wieder ab, und geht letztere bei größter Helligkeit in Weiß und bei kleinster Helligkeit in Schwarz über.

Denkt man sich daher eine Kugel durch sechs größte Kreise (Meridiankreise) in zwölf gleiche Zweiecke und den als Achse angenommenen Durchmesser in elf gleiche Teile geteilt und durch die Teilpunkte senkrechte Ebenen (Parallelkreise) gelegt, so wird die Oberfläche der Kugel in elf Zonen geteilt, welche ihrerseits jedes der zwölf Zweiecke — entsprechend der früher aufgestellten Tuschskala — in elf Zwischenstufen abteilen.

Denkt man sich weiter die mittlere Zone entsprechend der mittlern Helligkeit von 0,5 mit denselben zwölf Farbentönen in der Maximalsättigung wie bei den Sektoren des Farbkreises der Fig. 111 aufgetragen und die fünf Zonen einerseits entsprechend den Helligkeiten von 0,6, 0,7, 0,8, 0,9, 1 mit Weiß ins Helle und die fünf Zonen anderseits entsprechend den Helligkeiten von 0,4, 0,3, 0,2, 0,1, 0 mit Tusch (Schwarz) ins Dunkle abgestuft, so kann diese Farbkugel für das Kolorieren ebenso wie die Tusch-Kugel für das Tuschen als Norm gebraucht werden, indem dieselbe in der That ebenfalls alle möglichen Farbennuancierungen enthält.

Geht man auf derselben vom Äquator (dem mittlern Parallelkreis), also von den ganzen (primären und sekundären) gesättigten Farbentönen aus zu den beiden Polen Weiß und Schwarz, so gelangt man auf dem erstern Wege zu den hellen, abgeblähten und auf dem andern zu den dunkeln, lichtschwachen Farbentönen der gleichen Art. Die Achse repräsentiert hierbei das neutrale Grau vom reinen Weiß einerseits bis zum völligen Schwarz

anderseits, und die Punkte im Innern der Kugel zwischen der Oberfläche und der Achse entsprechen den Übergängen von den reinen Farbentönen bis zu dem neutralen Grau, also den gebrochenen (tertiären oder braunen) Farben, die einerseits in die verschiedenen Nuancierungen der hellbraunen und anderseits in die der dunkelbraunen Farben übergehen. Chevreul, dem man die erste praktische Farbenlehre*) verdankt, hat sein Farbensystem, das zuerst in der Gobelinsfabrik zu Paris eingeführt und angewendet worden ist, wirklich auf die Kugel gebaut.

Bezold hat dagegen sein Farbensystem mit Rücksicht auf das Mischungsgesetz nicht auf die Kugel, sondern auf den Kreiskegel basiert. Die ganzen gesättigten Farben finden sich alsdann auf dem Umfang der Grundfläche vor, die hellen, abgeblähten Farben auf der Grundfläche, deren Mittelpunkt das reine Weiß vorstellt, die dunkeln auf der Mantelfläche, die an der Spitze in völliges Schwarz übergehen, das neutrale Grau (vom Weiß bis zum Schwarz) auf der Kegelsachse, und die gebrochenen (hellen und dunklen braunen) Farben im Innern des Kegels zwischen der Achse und Mantelfläche. Es hat dies seine Richtigkeit, wenn man von dem Mischungsgesetz ausgeht, wonach die Mischungsfarbe aus irgend zwei andern Mischungsfarben erhalten wird,

*) Siehe dessen Schriften: La loi du contraste simultané des couleurs. Strasb. 1839. Théorie des effets optiques que présentent les étoffes de soie. Lyon 1846 etc.

indem man diese ihren Mischungsverhältnissen proportional als Gewichte an den entsprechenden Stellen der Farbentafel anbringt und den Angriffspunkt (Schwerpunkt) ihres mittlern Gewichtes sucht. Sofern man aber nur den Inbegriff aller Farbenempfindungen in einem geometrischen Bilde zu veranschaulichen wünscht, so dürfte die Farbkugel als die geeignetste Form erachtet werden. Die Darstellung der Farbkugel wie des Farbenkegels müssen wir hier jedoch als zu weit führend übergehen und dem fleißigen und strebsamen Schüler selbst überlassen.

243. Bei der Anwendung ist es nun von der höchsten Wichtigkeit, wie die Farben nebeneinander gestellt werden, damit sie eine angenehme, harmonische Wirkung hervorbringen.

Die Harmonie der Farben ist ähnlich aufzufassen wie die Harmonie der Töne. Erstere hängt von der Eigentümlichkeit unseres Sehens wie diese von der des Gehöres ab. Wie es viele Personen giebt, die kein „musikalisches Gehör“ haben, die also auch nicht von einer „Harmonie der Töne“ sprechen können, ebenso giebt es auch einzelne Personen, deren Augen für gewisse Farben „unempfindlich“ sind, für die es daher auch keine „Harmonie der Farben“ giebt. Am häufigsten findet sich dieser Mangel des „Farbensinnes“ beim Rot und Grün, und zwar bei den Nordländern mehr als bei den Südländern. In England soll sogar durchschnittlich unter 20 Personen je eine sein, die Rot und Grün nicht unterscheiden könne.

244. Für ein Auge, das alle Farben, wie sie sich objektiv zeigen, wahrnehmen und unterscheiden kann, werden nun aber immer diejenigen nebeneinander gestellten Farben von angenehmer, harmonischer Wirkung sein, die zu einander komplementär sind, die sich also zu Weiß ergänzen. Die nicht komplementären Farben hingegen werden in unmittelbarer Berührung immer einen unangenehmen, disharmonischen Eindruck auf ein solches Auge hervorbringen.

245. Als harmonische Farben, die somit an Glanz und Lebhaftigkeit gewinnen, wenn sie sich berühren, sind daher zunächst Rot und Grün, Blau und Orange, Gelb und Violett zu bezeichnen. Denn ein roter Gegenstand wirft grüne Strahlen zurück, wie ein grüner Gegenstand rote Strahlen zurückwirft. Rot ist somit die Farbe, welche das Grün ergänzt, und Grün diejenige, welche das Rot ergänzt. Dasselbe gilt auch für Gelb und Violett sowie für Blau und Orange. Jede der beiden Farben hebt daher die andere mehr hervor, und beide gewinnen also durch Berührung, nebeneinander gestellt, an Schönheit und Intensität, d. h. an Glanz und Lebhaftigkeit.

246. Von ähnlicher harmonischer Wirkung ist die Zusammenstellung der übrigen im Farbkreis (Fig. 111) einander entgegengestellten komplementären Farbenabstufungen, nämlich Gelborange und Blauviolett, Gelbgrün und Rotviolett, Rotorange und Blaugrün. Desgleichen

die Zusammenstellung von einer der Hauptfarben Gelb, Rot, Blau oder von einer der Nebensfarben Orange, Grün, Violett mit Grau. Ihre gegenseitige Intensität gewinnt dadurch ebenfalls, wenn auch nicht so stark, wie bei den reinen harmonischen Ergänzungsfarben Gelb und Violett, Rot und Grün, Blau und Orange.

247. Als disharmonische Farben sind nach obigem die nicht komplementären Farben anzusehen. Dieselben verlieren an Glanz und Lebhaftigkeit, wenn sie, nebeneinander gestellt, sich berühren. Von solcher Wirkung sind Rot und Orange, Rot und Violett, Gelb und Grün, Gelb und Orange, Blau und Grün, Blau und Violett. Denn z. B. bei Rot und Orange wird das Rot durch die Einwirkung des Orange, indem dessen komplementäre Farbe hervorgerufen wird, etwas blau und ebendadurch etwas dunkler und trüber, also weniger glänzend und lebhaft. Und ebenso wird das Orange durch die Einwirkung des Roten durch Hervorrufung der komplementären Farbe etwas grün, was dem Orange die Röte etwas nimmt und es gelber erscheinen läßt. Ebenso wird beim Rot und Violett das Rot durch die Einwirkung des Violetten schwächer, weil es durch die komplementäre Farbe von Violett einen Stich ins Gelbe erhält. Und das Violett wird durch die Einwirkung von Rot etwas grün, was dem Violett etwas an Röte nimmt und es blauer erscheinen läßt. Beim Gelb und Grün nimmt das Grün einen Stich ins Rote an und wird dadurch dem Orange

genähert, während das Grün an Gelb verliert und durch dessen komplementäre Farbe blauer erscheint. Und endlich beim Gelb und Orange nimmt das Gelb durch die komplementäre Farbe des Orange einen Stich ins Blaue an und wird dadurch grünlich, während es an Gelb verliert und durch dessen komplementäre Farbe etwas rötlich wird.

248. Verschieden von den objektiven oder physikalischen Farben, wie wir sie im vorigen betrachtet haben, sind die sogen. subjektiven oder physiologischen Farben. Dieselben sind entweder, wie schon früher (§ 43) bemerkt worden ist, die Wirkung des Kontrastes zwischen Hell und Dunkel oder des subjektiven Sehens der komplementären Farbe neben oder nach einer gegebenen objektiven Farbe oder des subjektiven Nachempfindens einer gewissen Farbe, nachdem diese bereits dem Auge objektiv verschwunden ist, wie dies z. B. der Fall ist, wenn man beim Sonnenuntergang in die Sonnenscheibe schaut und alsdann nach einer andern Stelle sieht, indem das Sonnenbild noch eine Zeit lang nachklingt.

249. Der Kontrast zwischen dem Hellen und Dunkeln macht sich nicht nur bei der Beleuchtung, sondern auch bei der Färbung der Körper geltend. Auch die Farben erscheinen heller und dunkler, je nach dem Grade der Helligkeit oder Dunkelheit der Farben, von welchen sie umgeben sind. So hebt Schwarz alle Farben, während Weiß sie dämpft.

Die größere Helligkeit oder Dunkelheit einer Farbe verleitet sehr leicht, sie mit einer ähnlichen zu verwechseln, welche einen andern Grad der Leuchtbarkeit besitzt. Dies tritt besonders dann ein, wenn eine Farbe gesättigt ist, also ihre höchste färbende Kraft besitzt. Sie nimmt dann durch angrenzende hellere Farben scheinbar die Stimmung der minder leuchtenden Farbe an, welche ihr im Sonnenspektrum zunächst liegt. So geschieht es, daß Orange neben Weiß mehr rötlich und Blau neben Weiß mehr violett wird, und daß dasselbe Rot auf schwarzem Grund bläulich gefärbt zu sein scheint.

250. Die subjektive Erscheinung der physiologischen komplementären oder Kontrastfarben sieht man leicht im Nachbilde, wenn man einen farbigen Papierstreifen auf weißes Papier legt und, nachdem man ihn eine Zeitlang betrachtet hat, plötzlich wieder entfernt. Nach einiger Zeit erscheint das Bild desselben Streifens auf dem weißen Blatt in der komplementären Farbe, jedoch nicht unveränderlich an derselben Stelle, sondern den Bewegungen des Auges folgend. Die gleichzeitige Erscheinung der komplementären Farbe zeigt sich auf einer weißen oder grünen, weniger deutlich auf einer schwarzen Fläche am Rande jeder bunten Farbe, die sich scharf von derselben abhebt. Doch wird sie häufig erst deutlich, nachdem das Auge längere Zeit mit Aufmerksamkeit auf die bunte Farbe geheset war. Man nennt diese Erscheinung den *successiven* oder *nachfolgenden* Kontrast. Sind hingegen zwei verschieden gefärbte Flächen

berührend nebeneinander gestellt, so erleidet jede derselben durch die benachbarte eine scheinbare Änderung in der Helligkeit und in der Färbung, wodurch, je nach der Beschaffenheit der Farben, ihr Glanz und ihre Lebhaftigkeit erhöht oder vermindert wird. Diese Erscheinung nennt man den *simultanen* oder *gleichzeitigen* Kontrast.

Satte Farben sind zur Hervorbringung des gleichzeitigen Kontrastes weniger geeignet als blasse, dunkle oder gebrochene Farben. Durch Beimischung von Weiß läßt sich darum auch die Erscheinung des gleichzeitigen Kontrastes verstärken. Und aus gleichem Grunde wird die komplementäre Kontrastfarbe in verstärktem Maße hervorgerufen, wenn z. B. ein schwarzes Papierstück auf farbigem Grund mit einem durchscheinend weißen Papier bedeckt wird. Statt des schwarzen Papierstückes kann man auch schwarze Buchstaben, die auf farbigem Grund aufgedruckt sind, benützen, wie dies durch Druckproben auf naturgefärbtem Papier leicht nachgewiesen werden kann. So z. B. erscheint schwarzer Druck auf purpurnem Grunde, durch ein daraufgelegtes feines weißes Papier betrachtet, grün und schwarzer Druck auf grünem Grunde, durch ein daraufgelegtes feines weißes Papier betrachtet, purpurrot. Ubrigens kann man die komplementäre Kontrastfarbe auch ohne das darübergelegte durchscheinende weiße Papier hervorrufen, wenn man das bedruckte Blatt so hält, daß die schwarzen Buchstaben Glanzlicht ins Auge senden, was bei geeigneter Haltung namentlich im Sonnenlicht leicht geschieht.

251. Auf diese Weise findet man, daß nach unserer Einteilung des Farbenkreises Fig. 111 folgende Farbenspaare physiologisch komplementär sind:

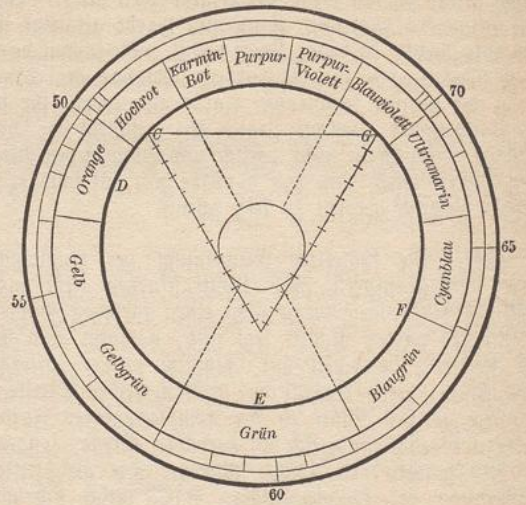
1. Grün und Purpur (statt Rot),
2. Rot und Blaugrün (statt Grün),
3. Violett und Gelbgrün (statt Gelb),
4. Gelb und Blauviolett (statt Violett),
5. Blau und Gelborange (statt Orange),
6. Orange und Blaugrün (statt Blau).

252. Nimmt man aber nach Bezold Purpur, Karminrot (Tiefrot), Zinnoberrot (Hochrot), Orange, Gelb, Gelbgrün, Grün, Blaugrün, Cyanblau (Hellblau), Ultramarinblau (Dunkelblau), Blauviolett und Purpurviolett als die einzelnen Farbtöne des zwölfteiligen Farbenkreises an, so erhält man folgende physiologische Ergänzungspaare:

1. Purpur und Grün,
2. Karminrot und Blaugrün,
3. Zinnoberrot und Cyanblau,
4. Orange und Ultramarinblau,
5. Gelb und Blauviolett,
6. Gelbgrün und Purpurviolett.

253. Dabei ist aber zu bemerken, daß der Farbenkreis nicht in gleich große Sektoren eingeteilt sein kann, sondern daß man vielmehr die Sektoren ungleich groß und zwar vom Purpur aus zu beiden Seiten gegen Grün hin den zugehörigen Schwingungszahlen entsprechend größer annehmen muß. Diese Einteilung des

zwölfteiligen Farbenkreises unter der Voraussetzung gleicher Farbenunterschiede ist aus folgender Figur zu entnehmen.



Daraus sieht man, daß dem einen Farbtönen Grün hier drei verschiedene Ergänzungsfarben: Karminrot, Purpur und Purpurviolett, gegenüberstehen. Zugleich bemerkt man auf dem Kreisumfang Zeilstriche, welche die Schwingungszahlen (in Einheiten von je 10 Billionen Schwingungen per Sekunde) der entsprechenden Farben angeben, so daß z. B. die Zahl 50 zwischen Hochrot

und Orange die Lichtgeschwindigkeit dieser Farben von 500 Billionen Schwingungen in der Sekunde bedeutet. Auch ist angegeben, wie der Farbkreis mittelst des Farbdreiecks konstruiert ist und als Ausschnitt aus demselben bezw. als Vergrößerung des in das Farbdreieck eingeschriebenen kleinen Kreises betrachtet werden kann.

254. Nach dem Bisherigen könnte man leicht glauben, es gäbe zu jeder Farbe nur eine einzige Ergänzungsfarbe. Dies ist allerdings der Fall, wenn man einen ganz bestimmten Grad der (optischen) Reinheit und Helligkeit verlangt. Sieht man aber von dieser (technisch) schwer zu erfüllenden Forderung ab, so giebt es zu jeder gegebenen Farbe unendlich viele, dieselbe zu Weiß ergänzende Farben, die freilich alle demselben Farbenton angehören müssen, in Helligkeit und Reinheit aber alle möglichen Variationen zulassen.

255. Eine andere Frage ist aber die, ob alle diese Ergänzungspaare für die Anwendung in den Künsten und Gewerben gleich gute Farbenzusammenstellungen abgeben. In dieser Beziehung kann zwar als Regel angenommen werden, daß solche komplementäre Farbenpaare niemals geradezu geschmacklos wirken, daß sie aber in ihrer ästhetischen Wirkung von ungleichem Werte sind. So sind z. B. die Zusammenstellungen von Blau und Gelb sowie von Hochrot und Blaugrün weniger geschmackvoll als die von Rot und Blau oder von Gelb und Violett. Zu Purpur stimmt jedoch keine Farbe besser als das ergänzende Grün. Dasselbe gilt auch für die

übrigen oben als vorzüglich erkannten, physiologisch komplementären Farbenpaare: Karminrot und Blaugrün, Zinnoberrot und Cyanblau, Orange und Ultramarinblau, Gelb und Blauviolett, Gelbgrün und Purpurviolett.

256. An die erwähnten physiologischen Erscheinungen reiht sich die weitere Eigentümlichkeit, welche gewisse Farben auf unsere Gemütsstimmung ausüben. In dieser Beziehung ist es bekannt, daß die tiefen Farben von Rot bis Gelb ähnlich wie gewaltige Posaunen- oder Orgeltöne aufregend und erwärmend, die höhern Farben von Blau bis Violett dagegen gleich den sanften Klarinetten- und Flötentönen beruhigend und herabstimmend, erkältend auf unser Gemüt einwirken. Die erstern Farben werden darum auch nur die warmen und die letztern die kalten Farben genannt. Das in der Mitte liegende Grün ist die mildeste unter allen Farben. Sie ist ihres wohlthuenden Charakters wegen als Farbe der Hoffnung angenommen worden. Sie ist daher für die tägliche Umgebung günstiger als jede andere. Sie ist zugleich auch das heitere Gewand der Natur, die uns darum auch immer, so lange sie dasselbe trägt, so mild und freundlich anspricht. Und auch in den Künsten und Gewerben, wie namentlich bei der Ausrüstung unserer Wohnungen, verdient diese Farbe aus gleicher Ursache ihre gehörige Vertretung. Insofern kommt dem Grün allerdings die Bedeutung einer Hauptfarbe zu*).

*) Es mag hier noch besonders bemerkt werden, daß in früherer Zeit das menschliche Auge für Farbenempfindungen

b) über die technischen Farben.
(Fig. 113—130, Blatt 34.)

257. Die Kenntnis der im vorigen kurz erklärten Eigenschaften, Erscheinungen und Wirkungen der physikalischen (objektiven) und physiologischen (subjektiven) Farben ist für den Maler und Künstler von höchster Wichtigkeit. Für den Techniker und Gewerbetreibenden ist sie zwar von geringerer Bedeutung, aber auch für diese ist sie viel wichtiger als gewöhnlich angenommen wird, weil das Kolorit oder die Farbengebung auch für die technischen und kunstgewerblichen Zeichnungen die Deutlichkeit und das Verständnis wie die Schönheit derselben wesentlich erhöht.

In dieser Beziehung haben die großen internationalen Industrieausstellungen die für uns Europäer nicht sehr schmeichelhafte Thatsache konstatiert, daß die ältern und insbesondere die asiatischen Völker, wie die Ägypter und Araber, die Perser und Indier, die Chinesen und

überhaupt viel weniger ausgebildet war als in neuerer Zeit. So bezeugen die Vedas der Indier, die ältesten schriftlichen Urkunden, daß man in der ältesten historischen Zeit nur zwei Farben, Schwarz und Rot, gekannt habe, und daß es lange ging, bis das Auge zur Erkenntnis der gelben Farbe gelangte, und noch länger, bis es auch die grüne Farbe unterschied. Selbst die ältern Griechen zu Alexanders Zeit, die doch schon einen sehr ausgebildeten Farbensinn hatten, kannten, spätern Schriftstellern zufolge, die blauen und violetten Farben noch nicht, wie auch wir dato die Farben des photographierten Farbenspektrums hinter Blau und Violett nicht mehr als Farben zu unterscheiden vermögen.

Japanesen, bis jetzt das Moment der Farbengebung bei ihren kunstgewerblichen Erzeugnissen viel besser gepflegt und kultiviert haben als selbst die fortgeschrittensten europäischen Völker. Unter diesen sind bekanntlich die Franzosen in dieser Hinsicht noch am weitesten voran. Infolge dieser Thatsache haben denn auch bereits mehrere gewichtige Stimmen in Deutschland, Osterreich, England u. sich für eine bessere Pflege des Kolorits oder der Farbengebung bei technischen und kunstgewerblichen Zeichnungen und Arbeiten überhaupt ausgesprochen. Und es ist nur zu wünschen, daß diese Bestrebungen nicht vereinzelt bleiben, sondern allgemein werden und von gutem Erfolge begleitet sein mögen.

258. Im folgenden werden wir nun noch eine kurze Anleitung geben, wie bei technischen Zeichnungen das Kolorit der dargestellten Gegenstände mittelst der sogenannten Wasserfarben erhalten wird. Dabei ist es nun freilich nicht gerade nötig, daß die hierzu verwendeten Farbstoffe den natürlichen Farben der dargestellten Materialien genau entsprechen. Wohl aber ist es von großem Wert, wenn die zur Darstellung der technischen Gegenstände einmal gewählten Farben überall dieselbe konventionelle Bedeutung haben. Dieser Forderung möglichst zu entsprechen, haben wir auf Blatt 34 eine Zusammenstellung der technischen Farben aufgenommen, wie sie vorzugsweise im Maschinenzeichnen, im Bauzeichnen und im Pflanzenzeichnen gebraucht werden.

259. Die Wasserfarben, die beim technischen Zeichnen gebraucht werden, kommen im Handel fest in Tafelform oder flüssig oder teigförmig in Glasfläschchen (Flacons) oder Zinnkäpfelchen (Tüben) vor.

Außer den schon im ersten Heft (4. Aufl. S. 19) unserer „Anleitung“ empfohlenen Wasserfarben mögen hier noch besonders die Wasserfarben von Newman in London und von Lefranc in Paris in Tafelform, sowie von Dr. Schönfeld u. Comp. in Düsseldorf in Tübenform empfohlen werden. Ebenso mag noch bemerkt werden, daß die in hiesigen Schulen viel gebrauchten und beliebten Wasserfarben von Brunschweiler u. Sohn in St. Gallen nun ebenfalls in Tüben wie in Flacons bezogen werden können.

Die drei Grundfarben: Gelb, Rot und Blau werden annähernd durch die bekannten Pigmente oder Farbstoffe: Gummigutt, Karmin und Berliner- oder Pariserblau erhalten, indem man diese mittelst des feuchten Pinsels abreibt resp. aus dem Fläschchen oder von dem Käpfelchen abhebt und in einer Schale mit einer entsprechenden Menge reinen Wassers auflöst.

Der Karmin muß möglichst rein sein, und für den Fall, daß er einen Stich ins Violette zeigt, wird ihm etwas Zinnober beigemischt.

Der Gummigutt muß ebenfalls rein und nicht schlackig oder kieselig sein, und wenn er einen Stich ins Grüne zeigt, kann ihm derselbe durch eine Spur Karmin genommen werden. Die schönste gelbe Farbe erhält man

Delabar, Lineargeichnen. 5.

durch Kadmiumgelb, das für den Schulgebrauch aber wohl teuer ist.

Für Blau könnte man ebenso statt des Berliner- oder Pariserblau das schönere Kobaltblau nehmen, das eventuell, wenn es zu hellblau sein sollte, mit etwas Ultramarin oder Indigo dunkler gemacht werden kann.

260. Durch geeignete Mischung dieser Farbstoffe lassen sich auch die übrigen Farbentöne herstellen. So erhält man durch Mischung gleicher chromatischer „Äquivalente“ von Gummigutt und Karmin die Zwischenfarbe Orange, von Gummigutt und Berlinerblau Grün, von Karmin und Berlinerblau Violett, und von Gummigutt, Karmin und Berlinerblau Grau, und zwar, je nachdem die eine oder andere der drei Grundfarben vorherrscht, ein gelbliches, rötliches oder bläuliches Grau.

Wird die Mischung der drei Farbstoffe: Gummigutt, Karmin und Berlinerblau, genau in dem Verhältnisse gemacht, wie sie in je zwei Nebenfarben Orange und Grün, Orange und Violett, Grün und Violett enthalten sind, so erhält man die braunen Farben, und zwar Gelbbraun, Rotbraun und Dunkelbraun.

Hieraus ersieht man, daß man durch weitere Mischung der drei Farbstoffe: Gummigutt, Karmin und Berlinerblau, alle möglichen Farbentöne erzeugen kann. Beim Kolorieren technischer Zeichnungen werden aber außerdem auch noch Chromgelb, Terra di Siena und Sepia, Zinnober, Eisenrot, Ziegel- oder Backsteinrot,

Ultramarin, Indigo und Neutraltinte zc. gebraucht und, wie jene, mit dem feuchten Pinsel angemacht und in reinem Wasser gehörig verdünnt.

261. Fürs Maschinenzeichnen haben wir als Musterproben der Farbengebung für die am meisten gebrauchten Materialien die Figuren 113—118 aufgenommen, nämlich:

Fig. 113 für Gußeisen: bläulich Grau aus Neutraltinte mit Tusche, oder aus Indigo, Karmin und Gummigutt*);

Fig. 114 für Schmiedeseisen: gedämpftes Blau aus Berlinerblau mit etwas Karmin und Gummigutt;

Fig. 115 für Stahl: Violett aus Neutraltinte mit etwas Karmin, oder aus Berlinerblau und Karmin;

Fig. 116 für Kupfer: Rotorange aus Karmin mit Terra di Siena event. mit etwas Gummigutt;

Fig. 117 für Messing und Komposition: Gelb und Gelborange aus Gummigutt und etwas Karmin, oder aus Chromgelb;

Fig. 118 für Leder und Hautschuf: Gelbbraun aus Gummigutt mit Siena resp. Dunkelbraun aus Sepia und einer Spur Blau.

Die in der obern Hälfte der Figuren angegebenen

*) Gußeisendurchschnitte werden übrigens auch, namentlich bei Figuren, die viel Blau enthalten, mit Eisenrot koloriert; desgleichen Schmiedeisendurchschnitte mit einem etwas tiefern Rot, das aus Karmin und Zinnober erhalten wird.

Schraffuren werden bei Durchschnitten dieser Materialien auch ohne Farben angewendet.

262. Fürs Bauzeichnen dienen dagegen als Muster der Farbengebung für die am meisten angewendeten Materialien die Figuren 119—124, nämlich:

Fig. 119 für Quaderstein: Rot aus Karmin mit einer Spur Zinnober oder Terra di Siena;

Fig. 120 für Ziegel, Backsteine und gebrannte Steine überhaupt: Orange aus Zinnober, Eisenrot, Ziegel- oder Backsteinrot, oder aus einer Mischung von Karmin, Siena und Gummigutt;

Fig. 121 für Bruchstein: gelblich, rötlich oder bläulich Grau aus einer entsprechenden Mischung von Gummigutt, Karmin und Indigo, worin, je nach Beschaffenheit der Bruchsteine, das Gelb, Rot oder Blau dominiert;

Fig. 122 für hartes Holz: Rotbraun aus Terra di Siena mit etwas Sepia;

Fig. 123 für weiches Holz: Gelbbraun aus Terra di Siena mit etwas Gummigutt;

Fig. 124 für Erde und Boden: Dunkelbraun aus Sepia mit Siena und einer Spur Neutraltinte oder Indigo.

Die in der obern Hälfte der Figuren angegebenen Zeichnungen der Steinfugen und Holzfasern zc. werden für Ansichten dieser Materialien oft auch ohne Farben angewendet. Bei den Holzdurchschnitten (Fig. 122 und 123) mit engern und weitern Jahresringen ist dasselbe zu bemerken.

263. Fürs Planzeichnen endlich sind als Proben der Farbengebung für die am meisten vorkommenden Parzellierungen die Figuren 125—130 ausgewählt worden, nämlich:

Fig. 125 für Waldboden: Gelbgrün aus Gummigutt mit etwas Indigo;

Fig. 125 für Laubholzbäume: dieselben Farben in stärkerer Mischung mit vorherrschendem Hellgrün;

Fig. 125 für Nadelholzbäume: dieselben Farben mit vorherrschendem Dunkelgrün;

Fig. 125 für Baumschatten: Tusche mit Indigo;

Fig. 126 für Ackerfeld und Brachfeld: Dunkelrotbraun aus Terra di Siena mit Sepia und etwas Gummigutt;

Fig. 127 für Wiesen: Hell- und Dunkelgrün aus Gummigutt mit Berlinerblau, und zwar die trockenen Wiesen etwas heller und die nassen etwas bläulicher oder dunkler;

Fig. 128 für Gemüsegärten: Dunkelviolett aus Neutraltinte mit etwas Karmin;

Fig. 128 für Baumgärten: Dunkelgrün aus Neutraltinte oder Indigo mit Gummigutt;

Fig. 129 für Reben: Violett aus Neutraltinte mit etwas Karmin, oder aus einer Mischung von Berlinerblau mit Karmin; die obere Hälfte der Figur zeigt die ältere und die untere die neuere Darstellung;

Fig. 130 für Wasser: Blau mit einem Stich ins Grüne aus Berlinerblau mit einer Spur Gummi-

gutt; die obere Hälfte der Figur zeigt die Ansicht von Wasser in Flüssen und Kanälen, die untere dagegen den Durchschnitt von Wasser in Kanälen.

264. Wie aus unsern Figuren ersichtlich ist, werden die verschiedenen Farbtöne für Ansichten der betreffenden Materialien (jeweilen in der obern Reihe a angegeben) immer schwächer, für Durchschnitte dagegen (siehe die untern Figurenhälften unter b) immer bedeutend stärker angewendet.

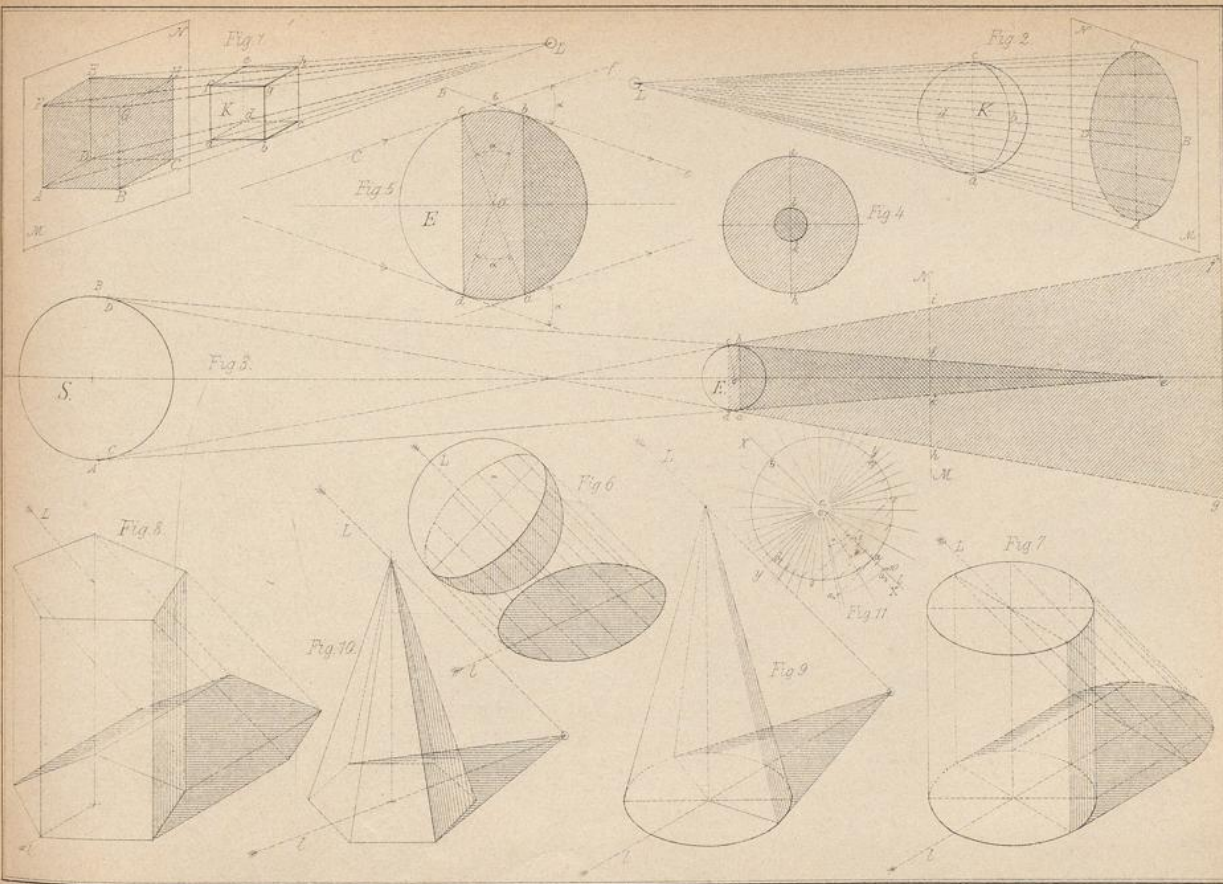
Bei Ansichten wird es, je nach der Gestalt des darzustellenden Gegenstandes, auch beim Kolorieren wie beim Tuschen häufig nötig, daß die Farbe ins Helle oder Dunkle verwaschen, also mehr erhellt oder mehr verdunkelt werden muß, ohne dabei ihren Charakter sondern bloß ihre Schattierung zu ändern. Das Erhellten geschieht am besten durch Verdünnen des betreffenden Farbentones mit Wasser. Das Verdunkeln hingegen erreicht man am schnellsten und kräftigsten durch Beimischung von guter Tusche mit etwas Indigo, weil dann das dunkle Orange der Tusche durch dessen komplementäre Farbe (Blau) zu Grau neutralisiert wird, welches durch die Beigabe von Indigo dunkel oder blaugrau wird. Soll die Verdunkelung nur schwach sein, so setzt man der zu verdünnenden Farbe ihre komplementäre Farbe bei, also z. B. dem grünlichen Gummigutt etwas Karmin — als das Komplement von Grün —, das sich dann in Grau verwandelt, während das Gelb, wenn auch etwas verdunkelt, so doch reiner sich zeigen wird.

265. Beim Kolorieren mit Wasserfarben wird man selten im Falle sein, ganz reine und gesättigte Farbtöne zu erhalten, weil dieselben meist selbst nicht ganz rein sind und nicht in starker, gleichmäßiger Intensität wie eine Deckfarbe aufgetragen werden können.

Durch Anwendung solcher nicht ganz reiner Farbstoffe entsteht leicht ein disharmonisches, hartes Kolorit. Dieses kann aber immer, wie schon erwähnt, harmonischer und weicher gemacht werden, wenn man den betreffenden Farbtönen in passendem Verhältniß ihre komplementären Farben beimischt.

Auch wenn nach bereits geschehenem Auftragen einer Farbe dieselbe zu grell oder zu schreiend erscheinen sollte, geschieht die beste Abhilfe durch eine leichte Lasur (ein schwaches Überziehen) mit der zugehörigen komplementären Farbe. Fände man, daß z. B. ein Grün zu sehr ins Gelbe spiegle, so könnte dem Uebelstand augenblicklich durch eine Lasur mit verdünntem Purpur oder Rotviolett abgeholfen werden, weil dadurch das Gelb mehr gedämpft und das Gelbgrün reiner hervortreten würde.

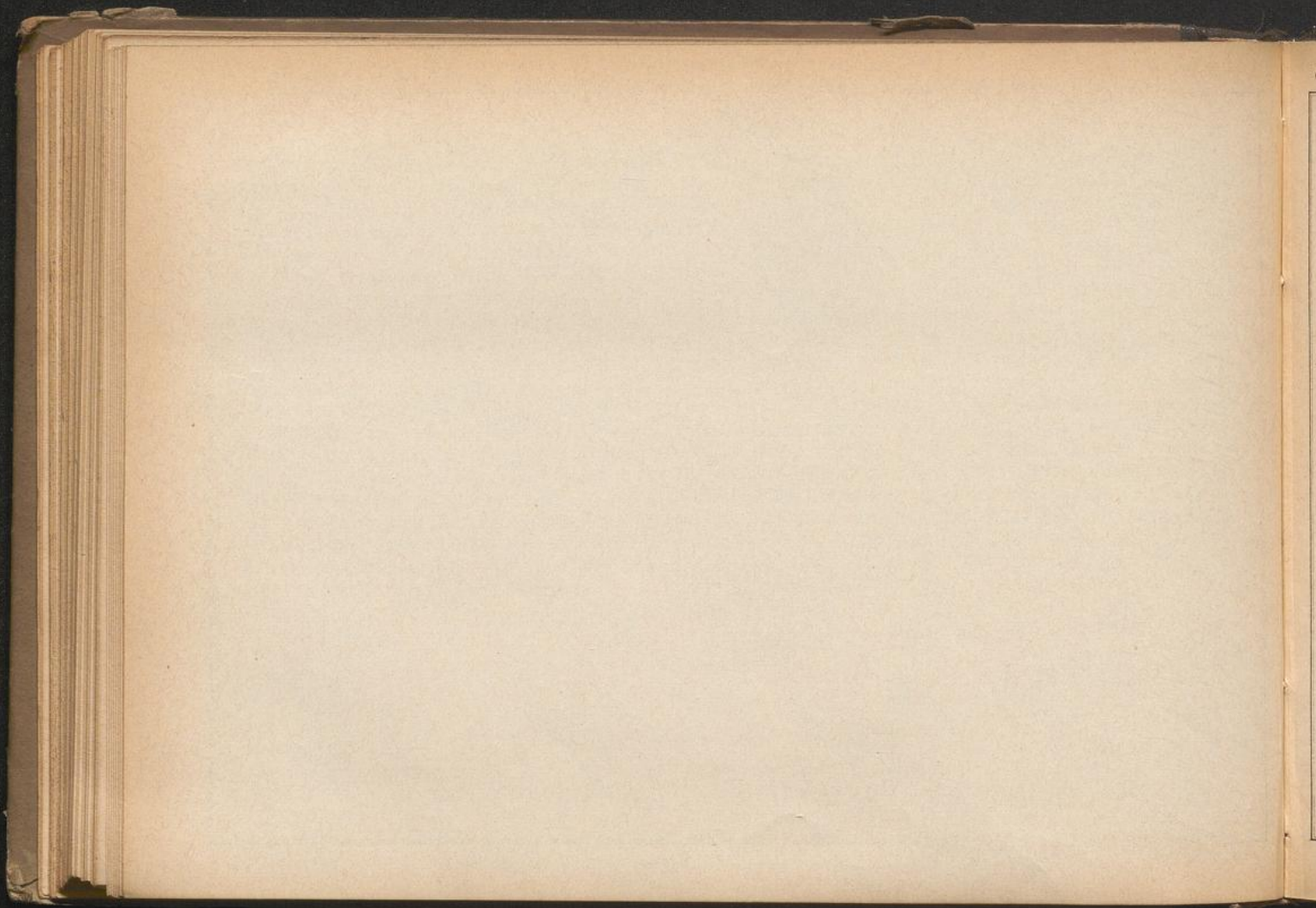
266. Endlich ist auch bei den technischen Farben auf ihre verschiedene Leuchtbarkeit oder färbende Kraft wie auf ihren harmonischen Effekt gehörige Rücksicht zu nehmen. Deshalb darf den energischen hellen (gelben, orangen und roten) Farben in einem Farbenbilde, sollen anders darin die Farben in ihrer Gesamtheit einen befriedigenden harmonischen Eindruck machen, nicht so viel Raum wie den dunklen, weniger mächtigen (blauen, blaugrünen und violetten) zugewiesen werden. Andererseits sollen dagegen auf jeder Farbenzusammenstellung die warmen (roten) Farbtöne an Flächenraum stets über die kalten (blauen) vorherrschen. Zudem müssen, wenn der chromatische Effekt vollkommen sein soll, darin die drei Hauptfarben Gelb, Rot, Blau entweder rein vorkommen oder doch durch gelbliche, rötliche oder bläuliche Nebentöne vertreten und stets nach den früher angegebenen Regeln über die physikalischen und physiologischen, die harmonischen und disharmonischen Farben zusammengestellt sein.

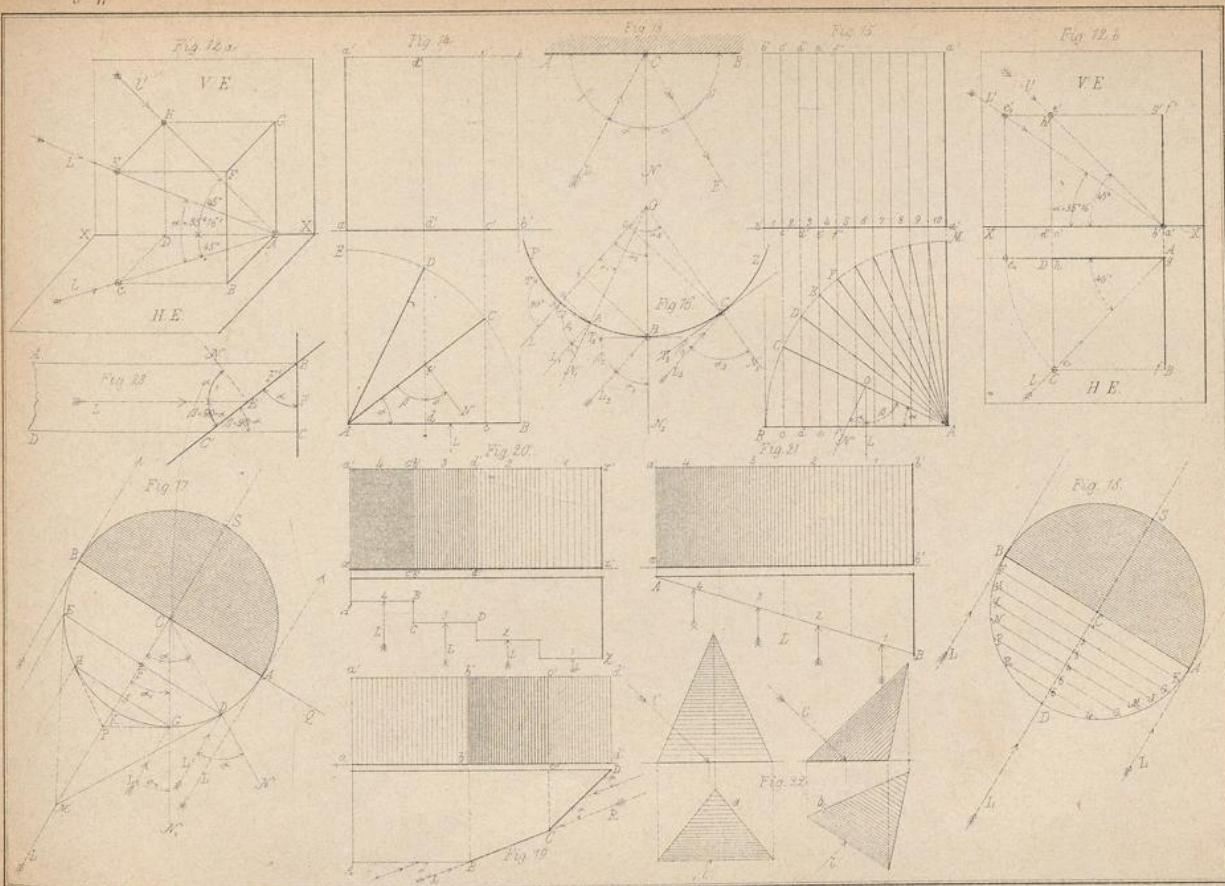


Edw. v. Oet. Bischof. St. Gallen.

Des quatrieme. Wochens. 5. Blatt.

Gez. v. G. Delaunay.

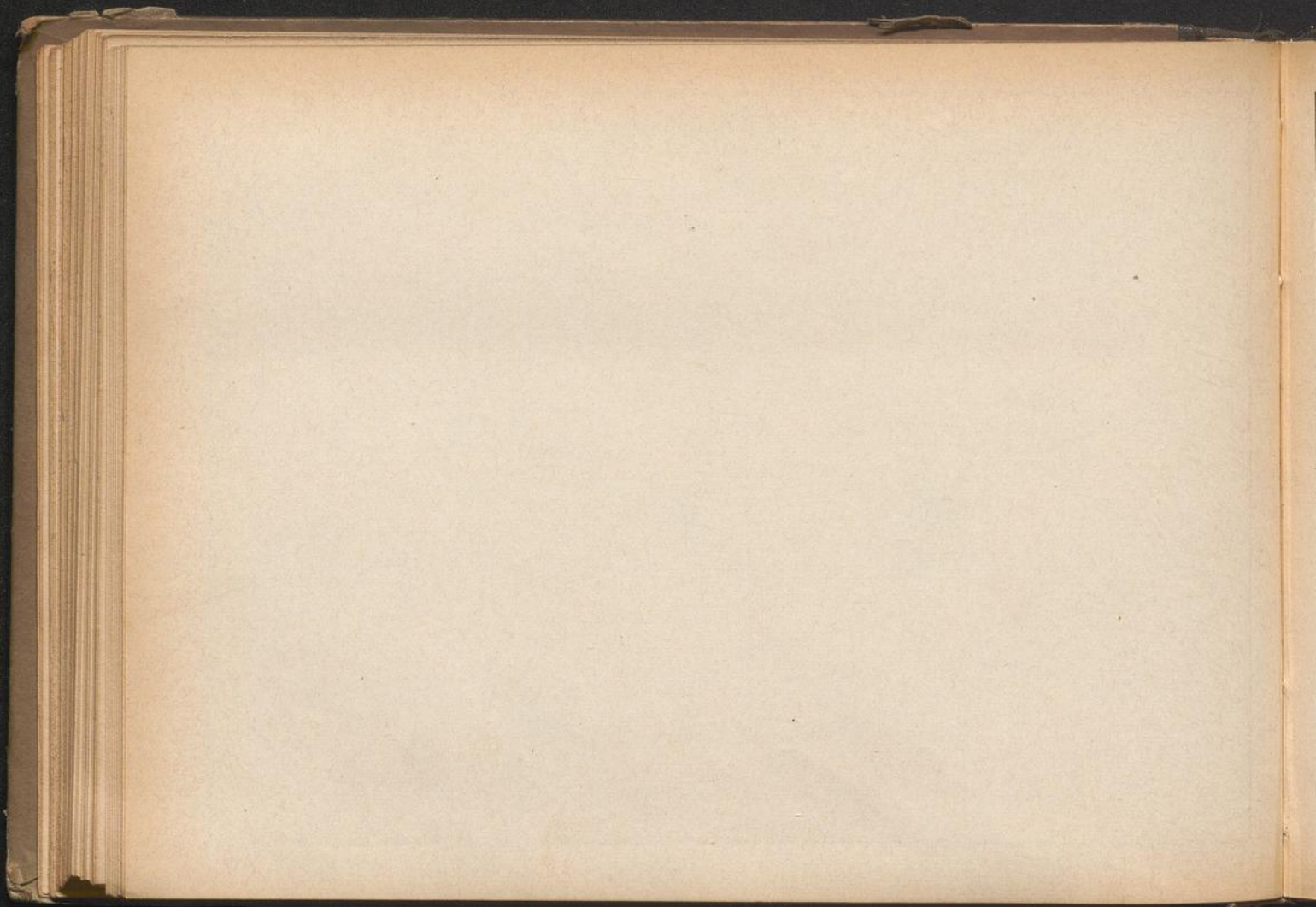


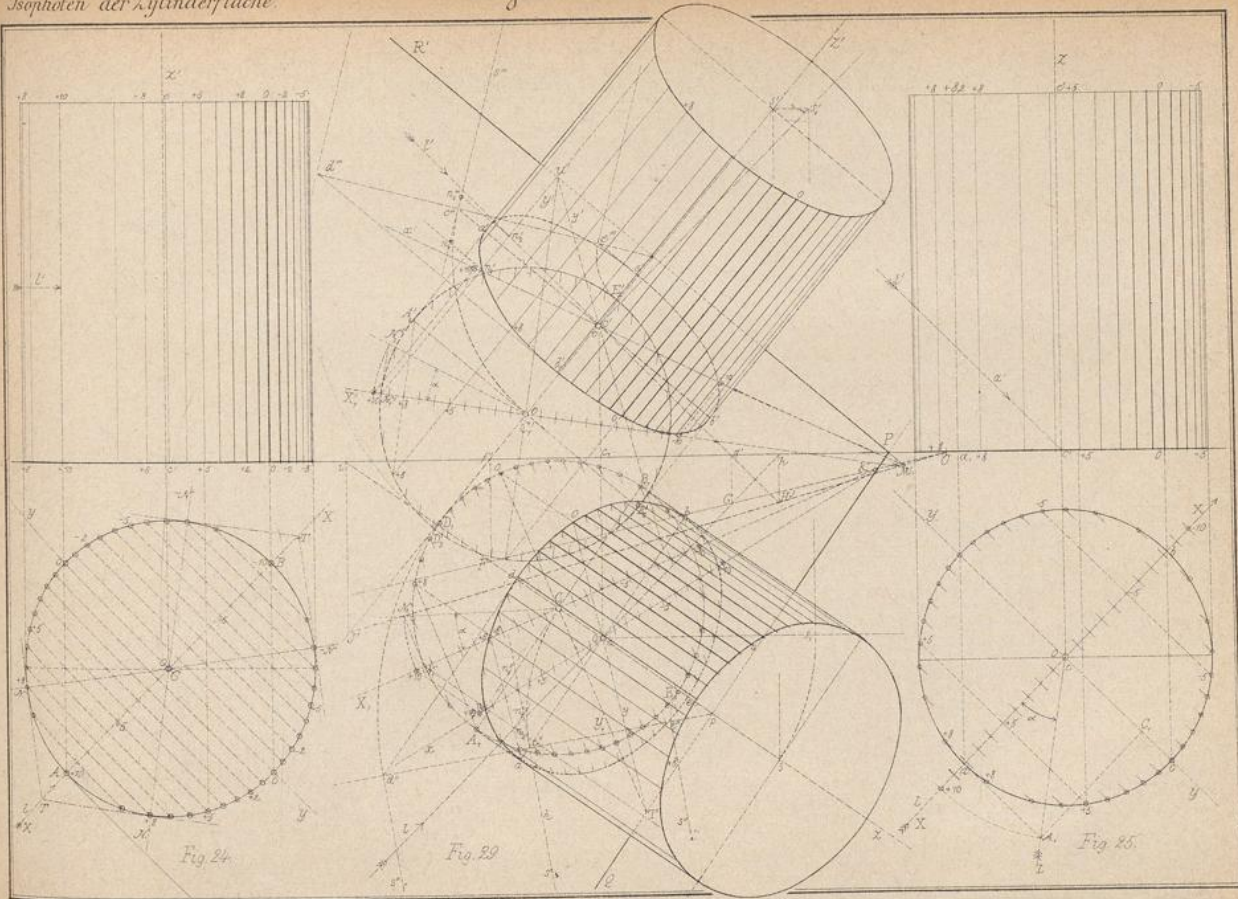


Lith. Ch. Buschhof, St. Gallen.

Das ganze Werk 5 Hefte.

Gr. v. 4. Deitman.

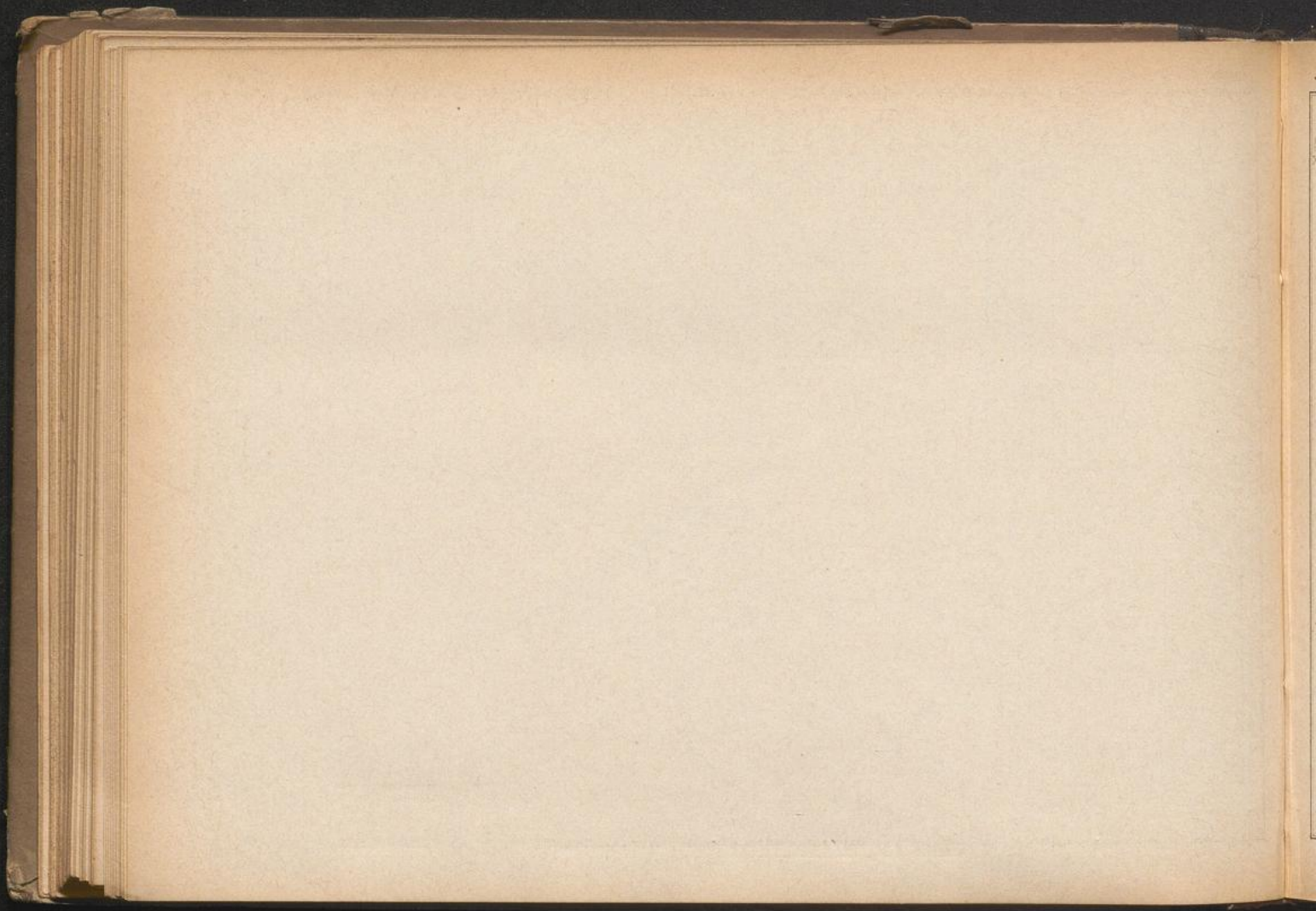




Lehr. v. Ch. Bischof, St. Gallen.

Des ganzen Werkes 5. Heft

Gez. v. G. Delabar



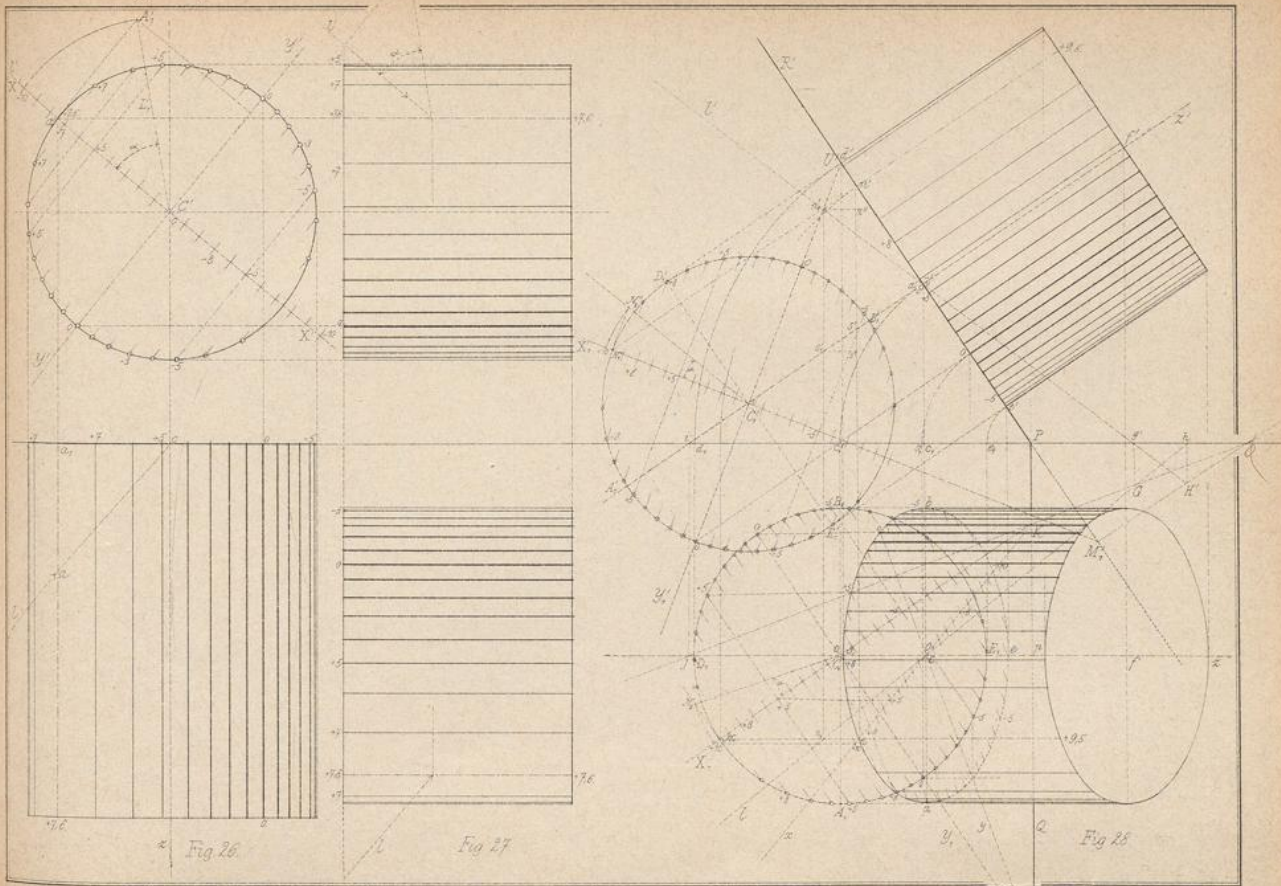


Fig 26

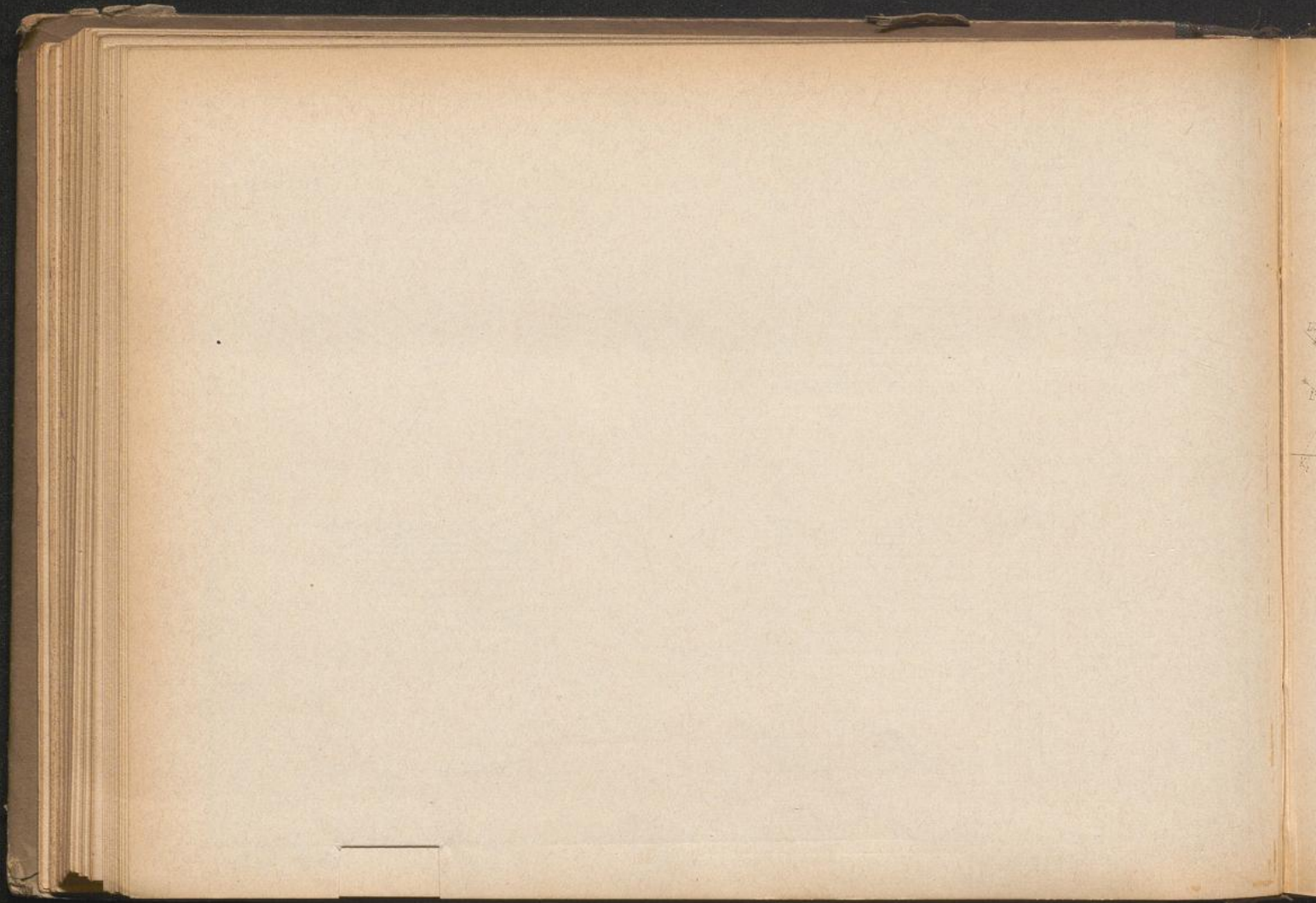
Fig 27

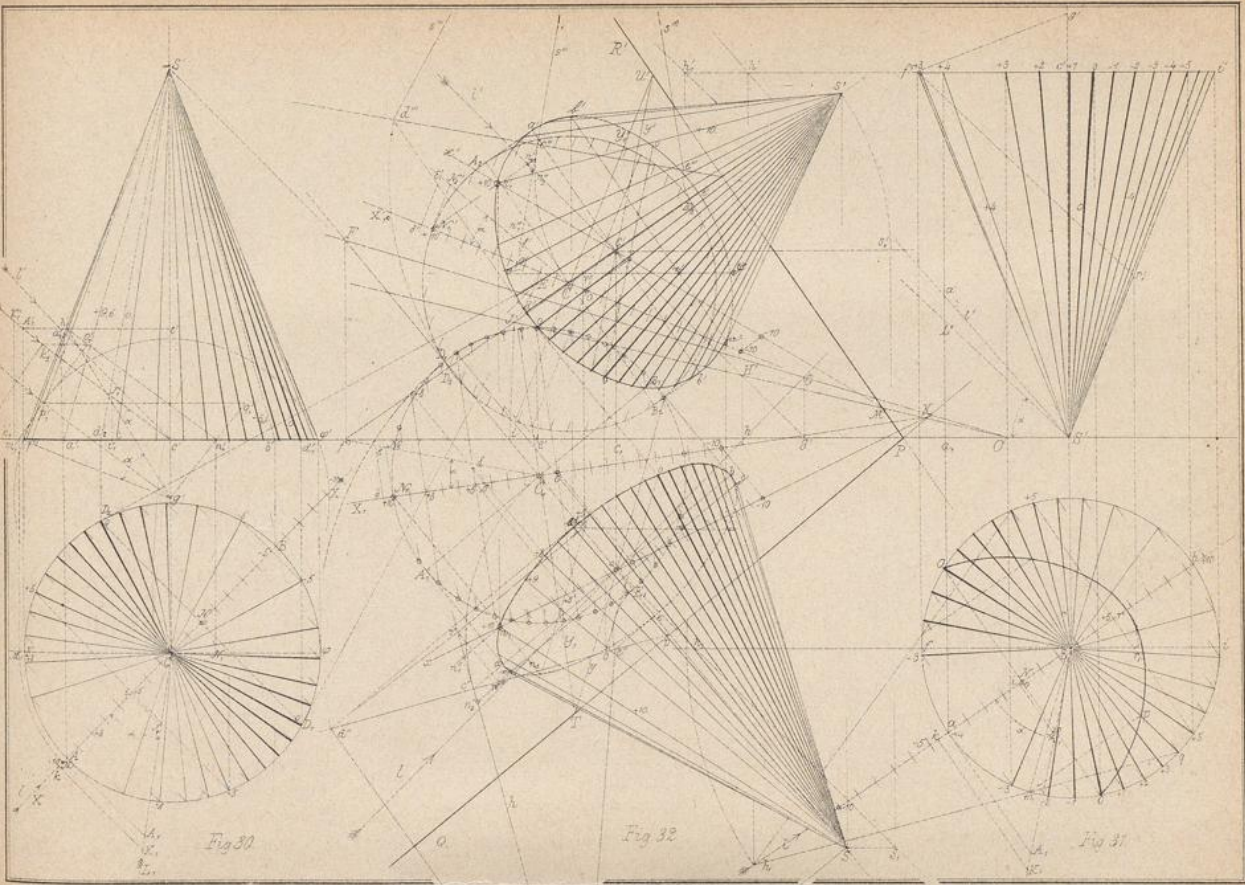
Fig 28

Lehr- u. O.H. Bischof, St. Gallen.

Des ganzen Werkes 6. Heft.

Gez. v. G. Delabar.





Itzh. v. Ch. Bischof, u. Gallen.

Des ganzen Werkes 5. Heft.

Ger. v. G. Delabar.

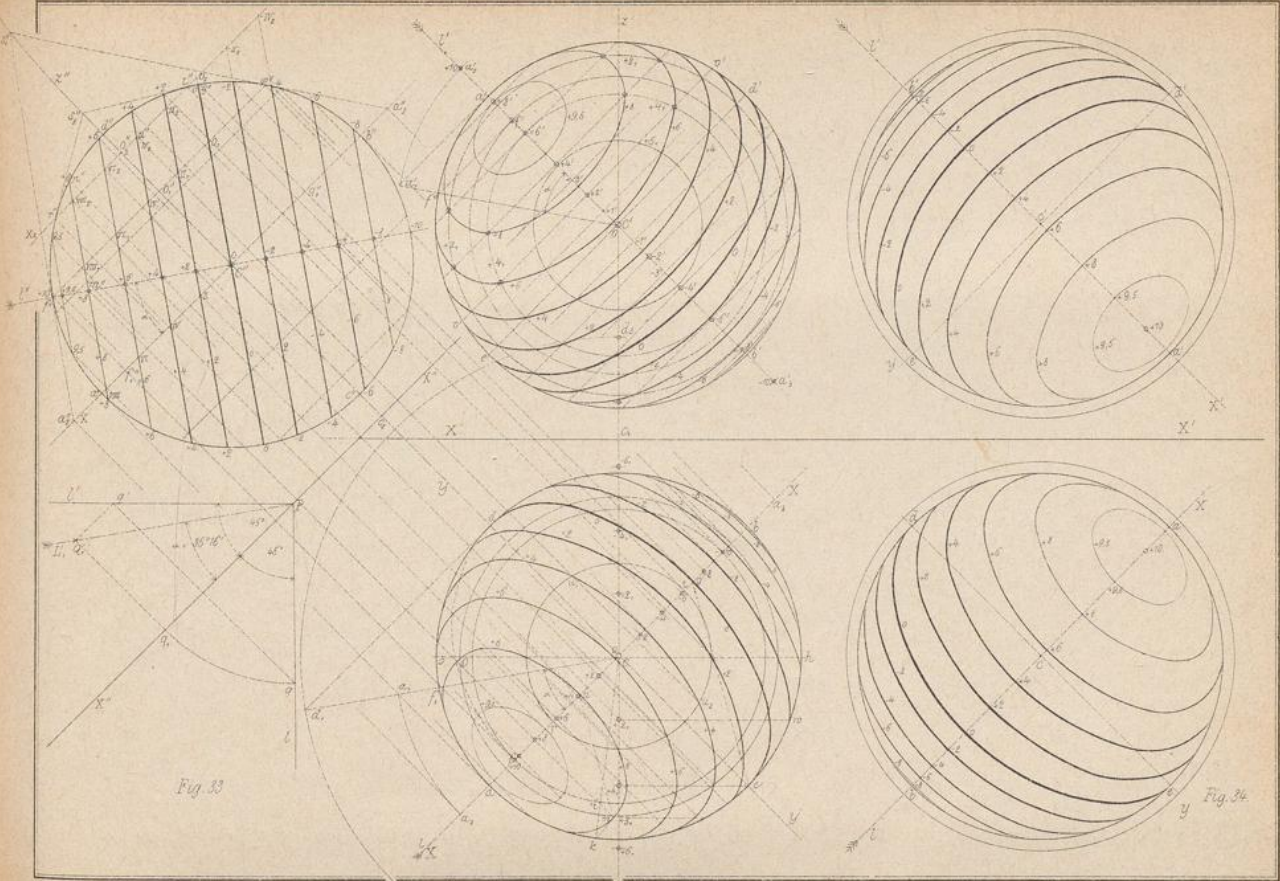


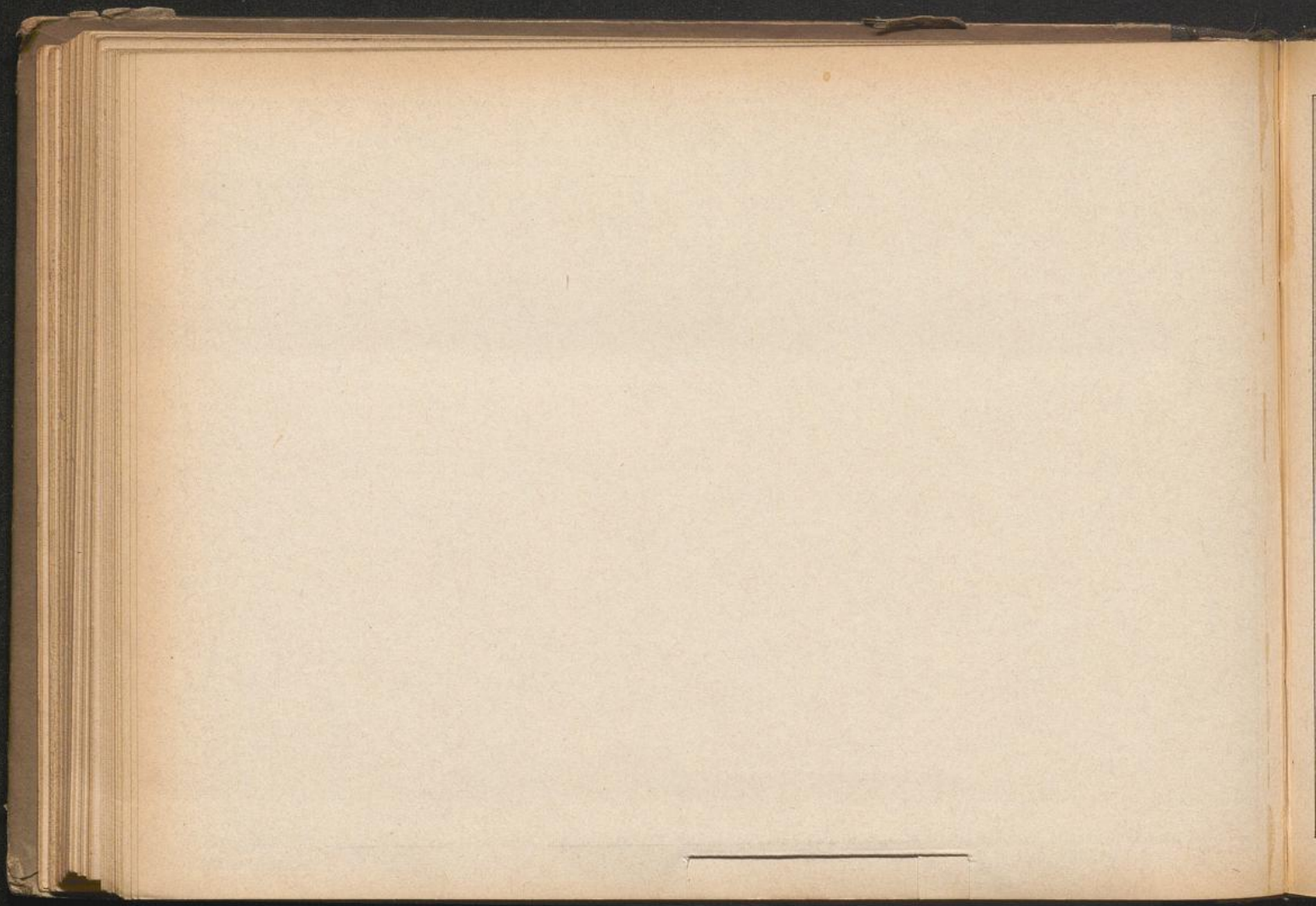
Fig. 33

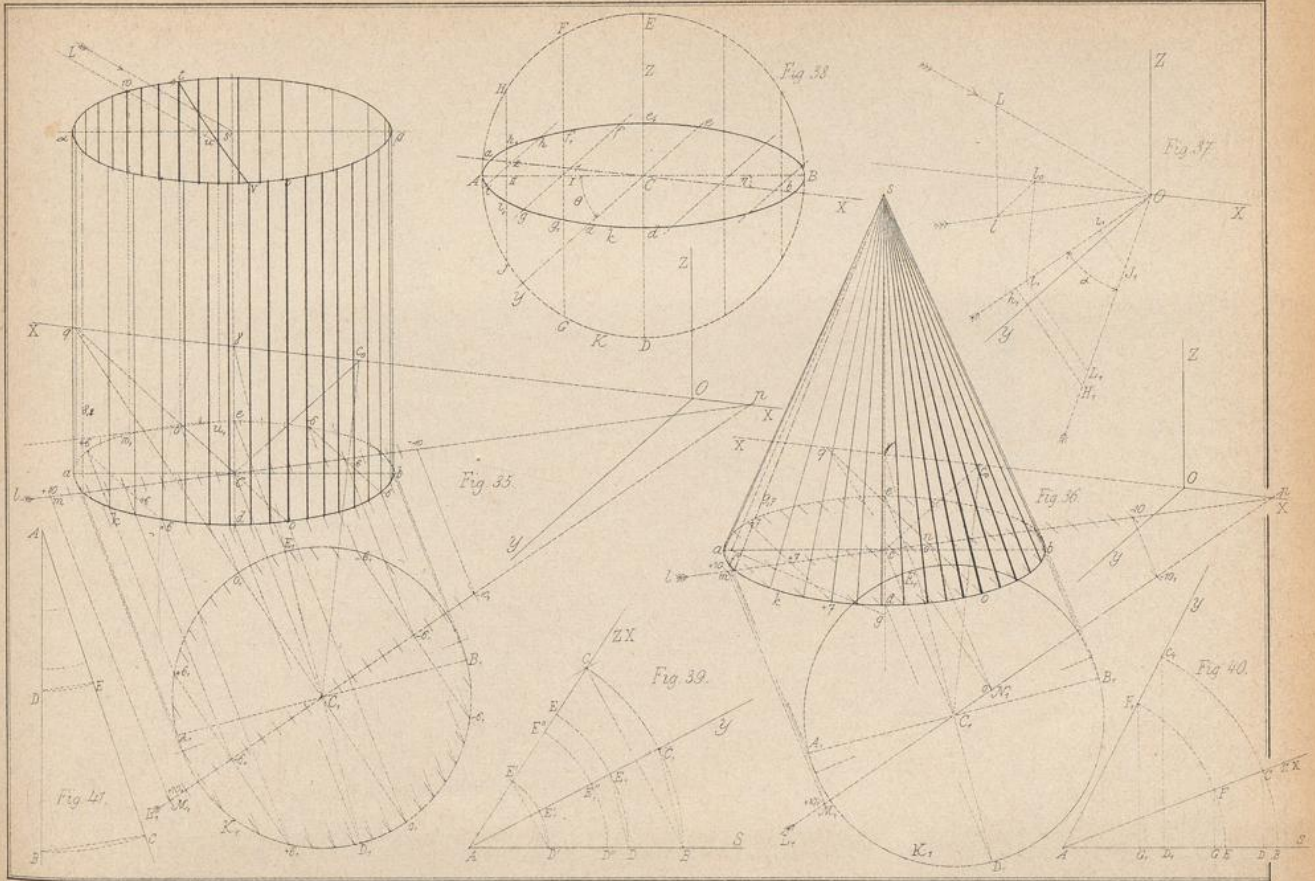
Fig. 34

Arch. v. Ort Bischof, St. Gallen

Das ganze von Heines 5. Heft

Geo. v. G. Delabar

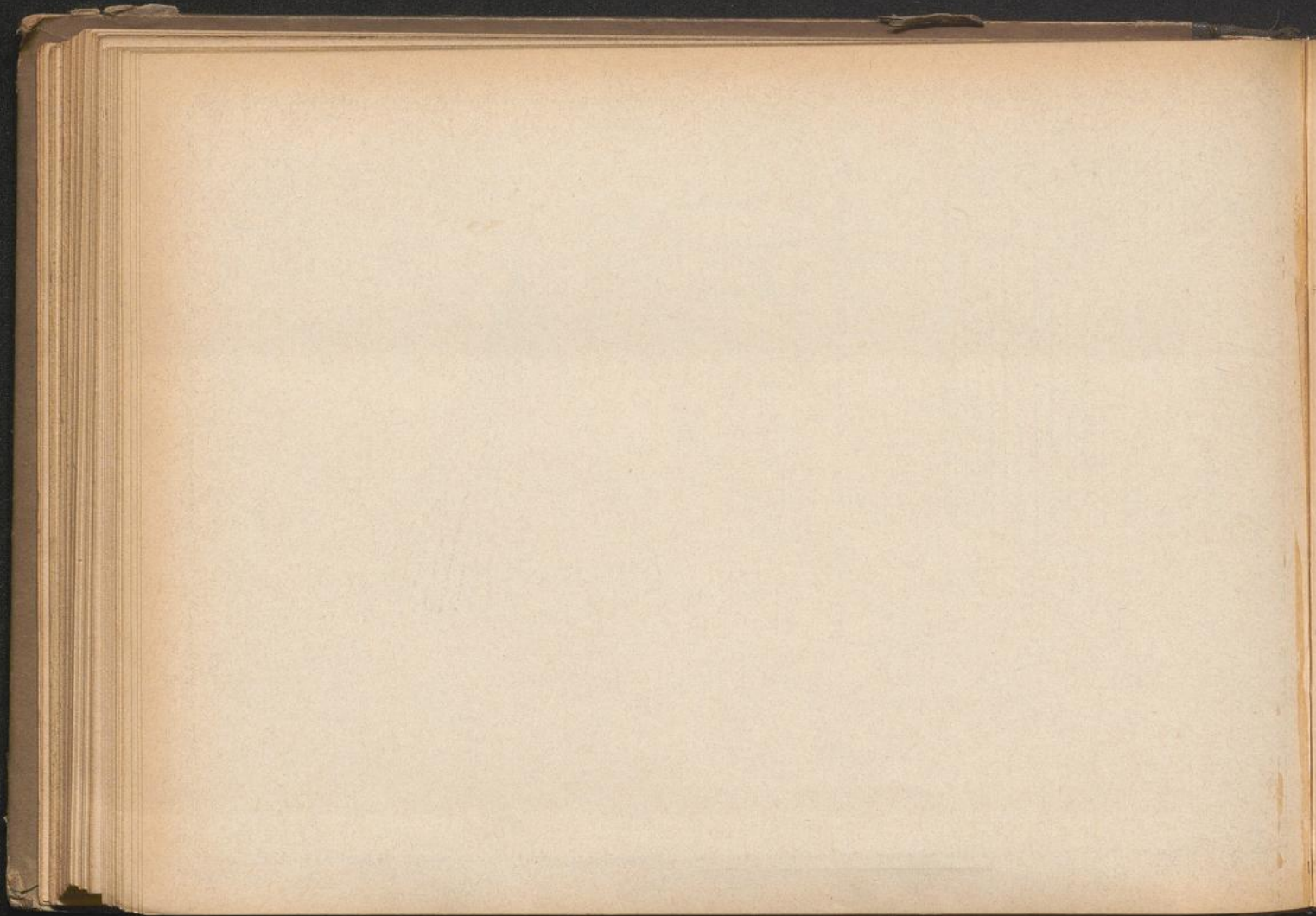


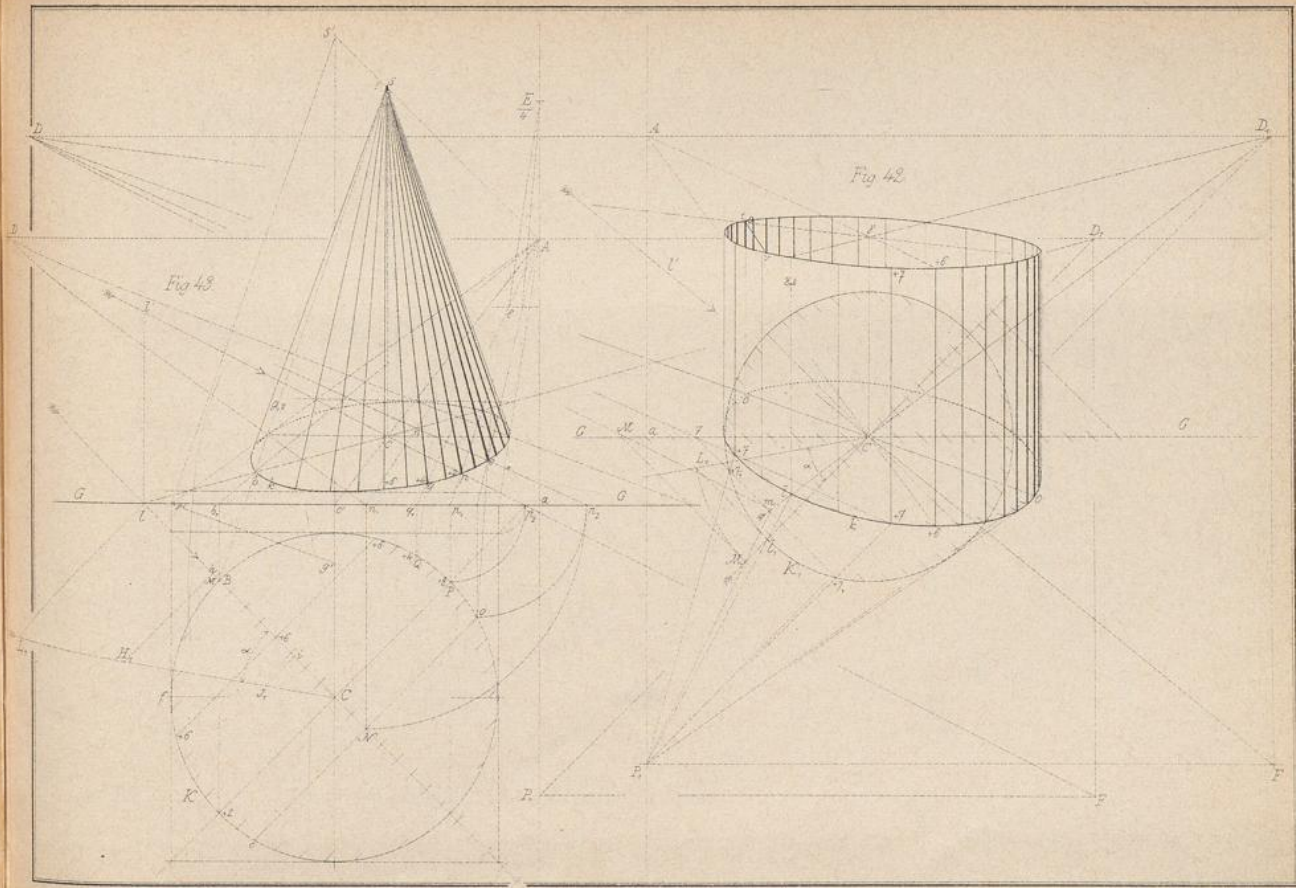


Ich v. G. Escherl. St. Gallen.

Der ganzen Werkes 5. Heft

Gen. v. G. Delabar.

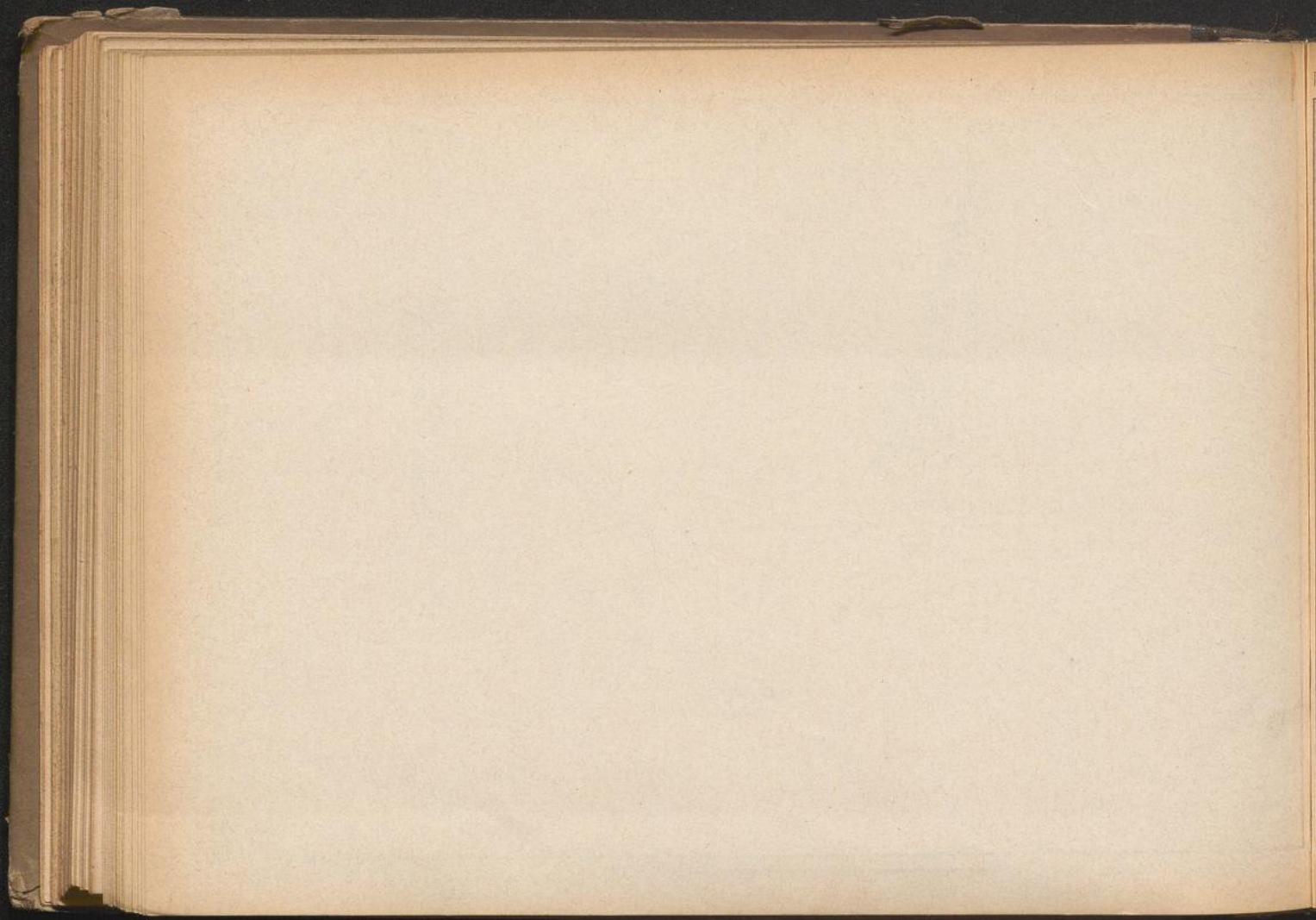




Inst. v. Ch. Bischof, St. Gallen.

Des ganzen Werkes 3. Heft.

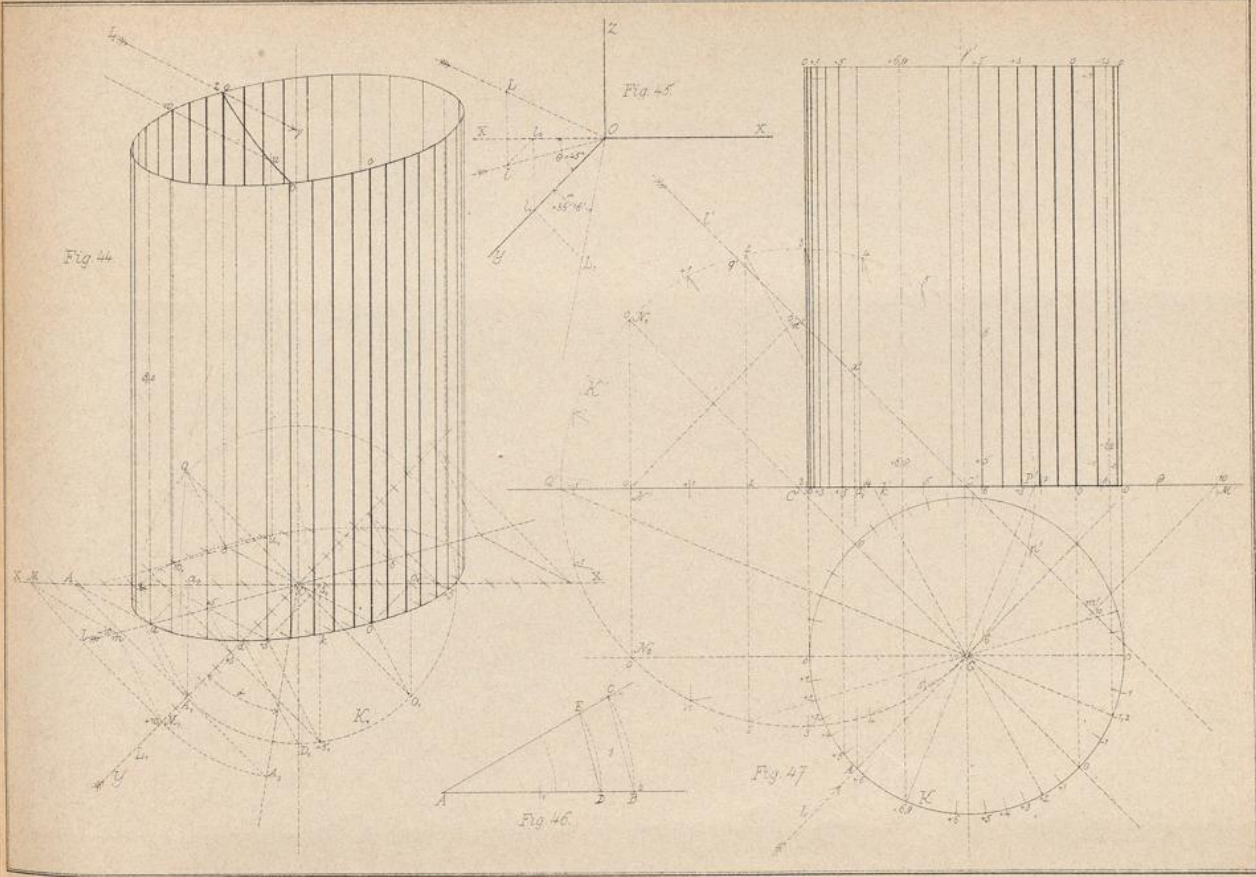
Ge. v. G. Deibel.



14

X.4

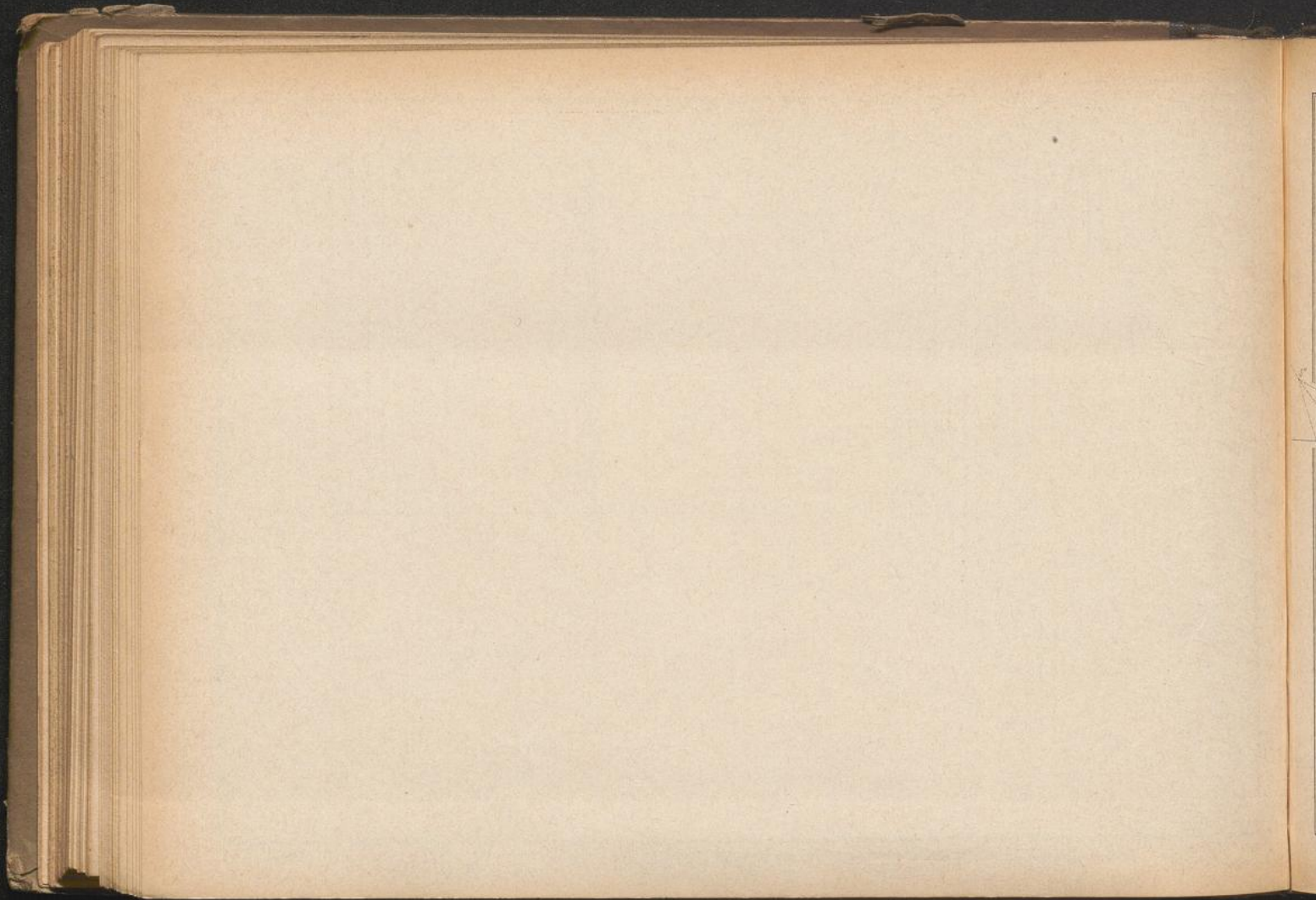
14



Inst. v. Ch. Fischel, St. Gallen.

Des ganzen Werkes 5. Heft.

Gez. v. G. Delabar



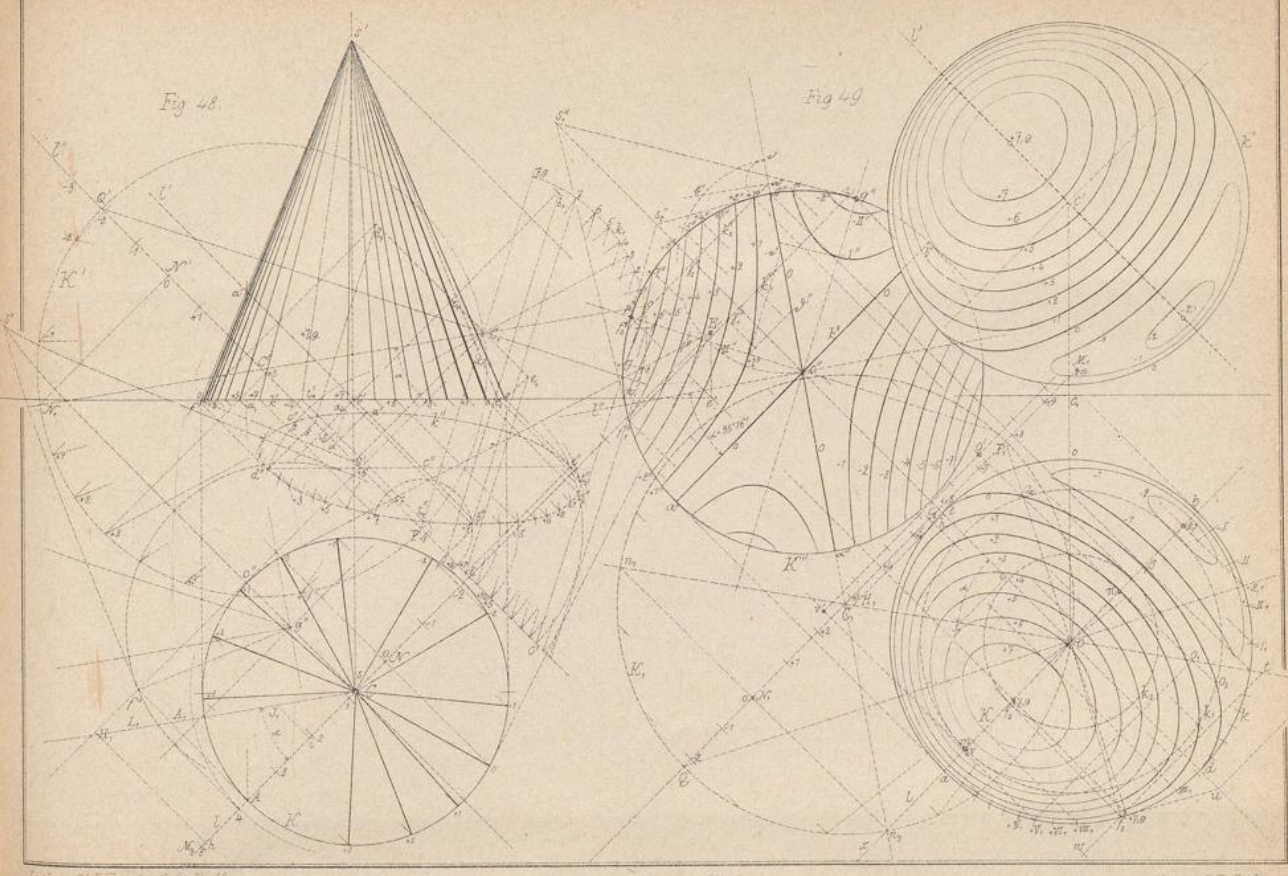


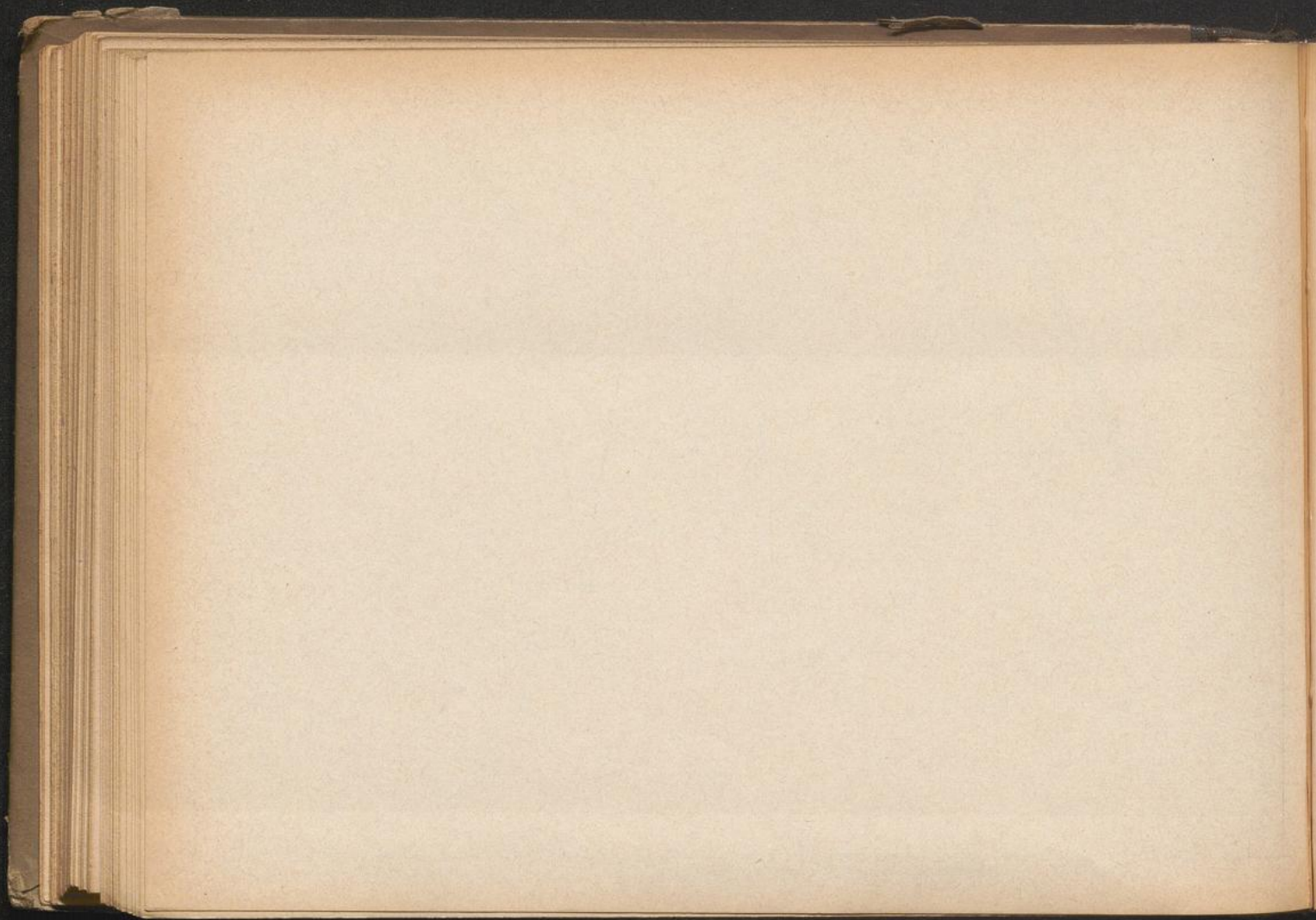
Fig 48.

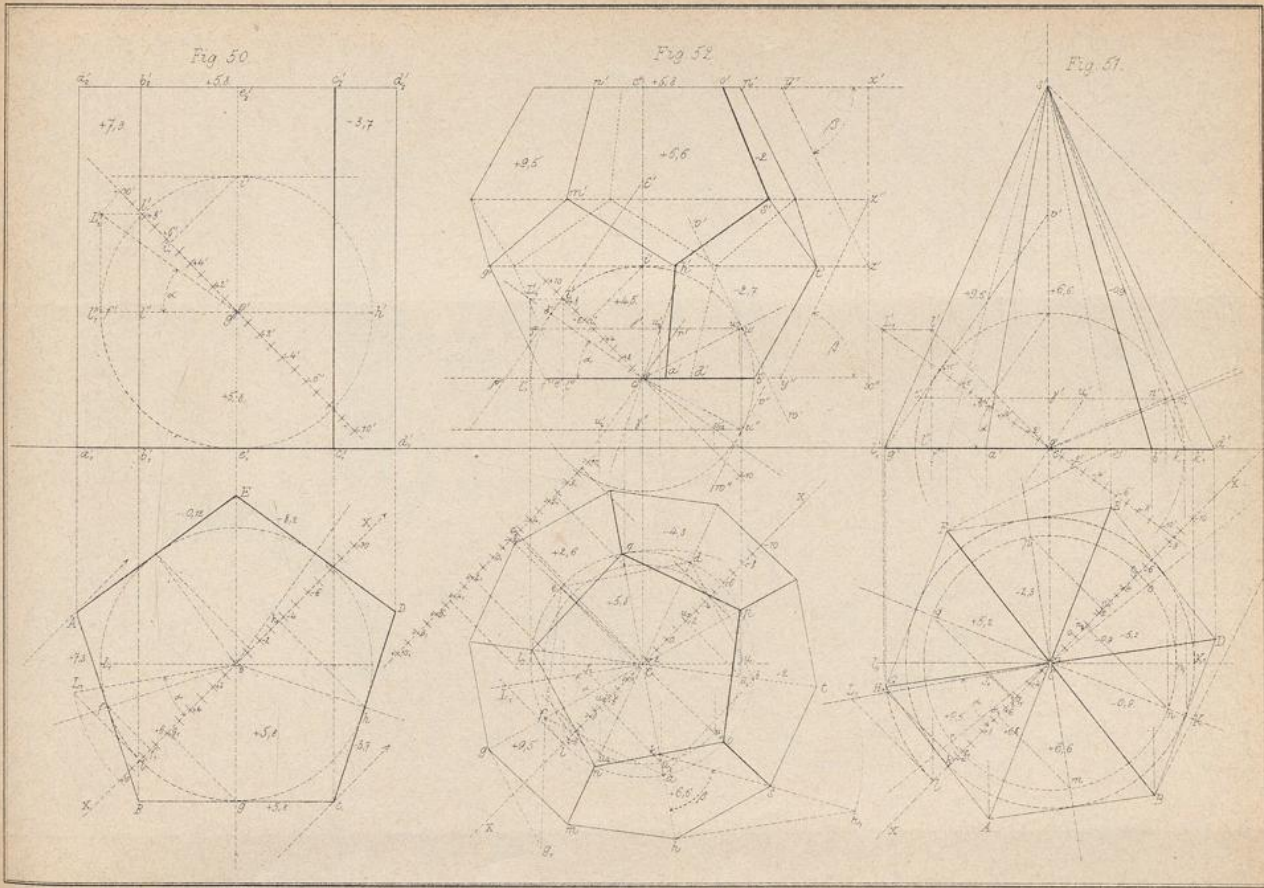
Fig 49.

Ueber d. Ch. Besch. d. K. u. K.

Das ganze Werk ist in 5 Theile.

von G. Dolber

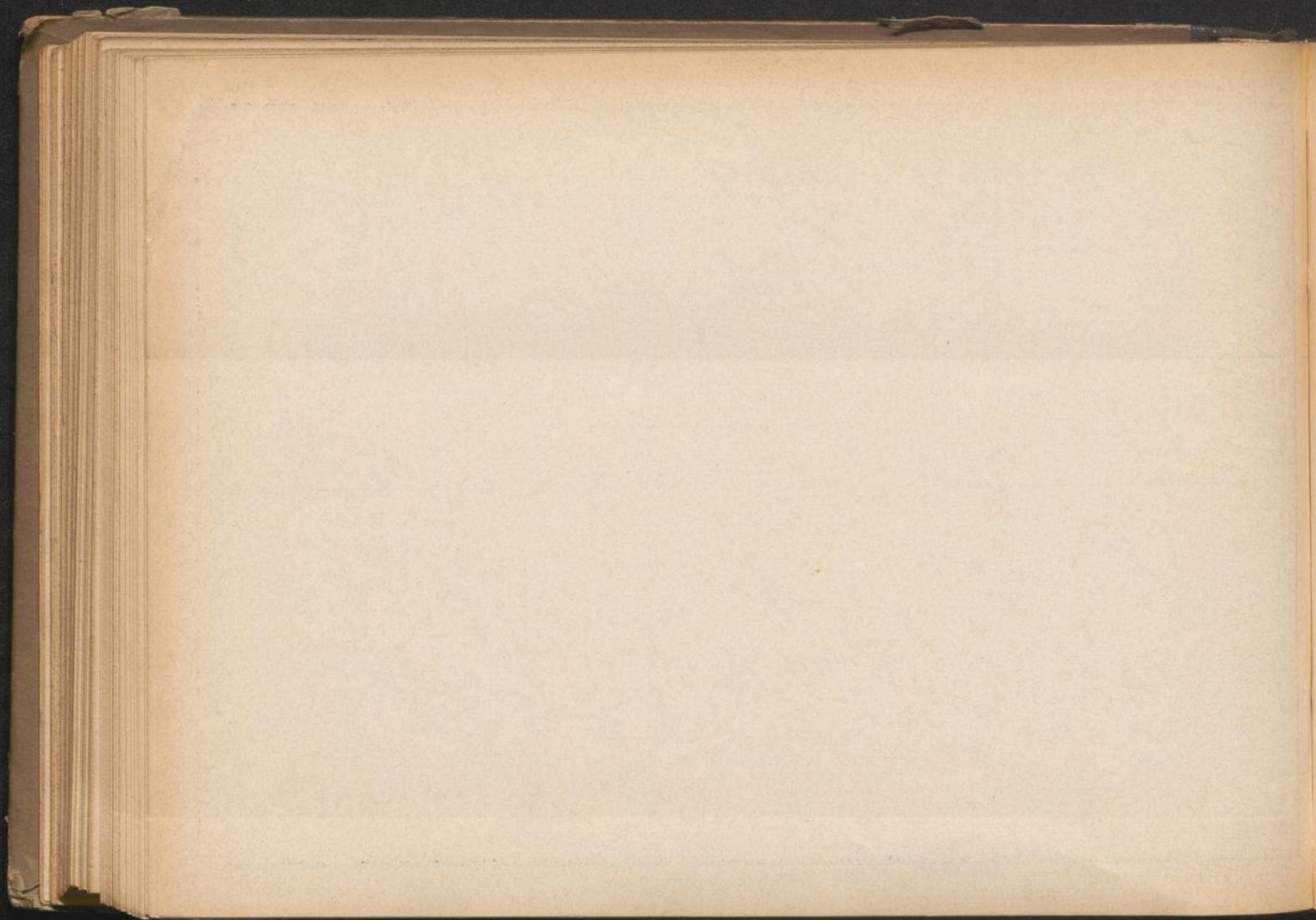




Lehr v. Ch. Bescher, St. Gallen.

Des gansen Werkes 2. Heft.

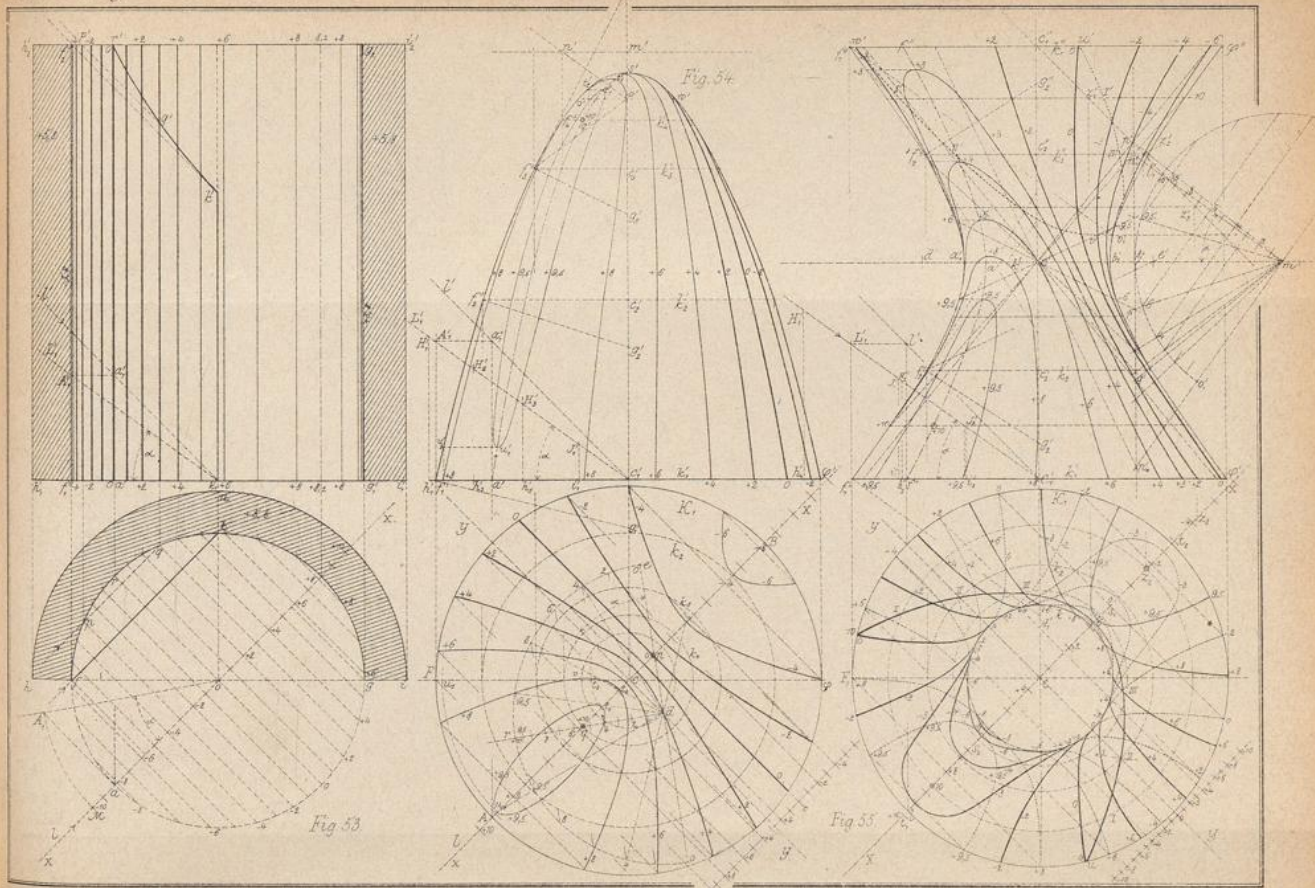
Gez. v. G. Delabar.



Be

A

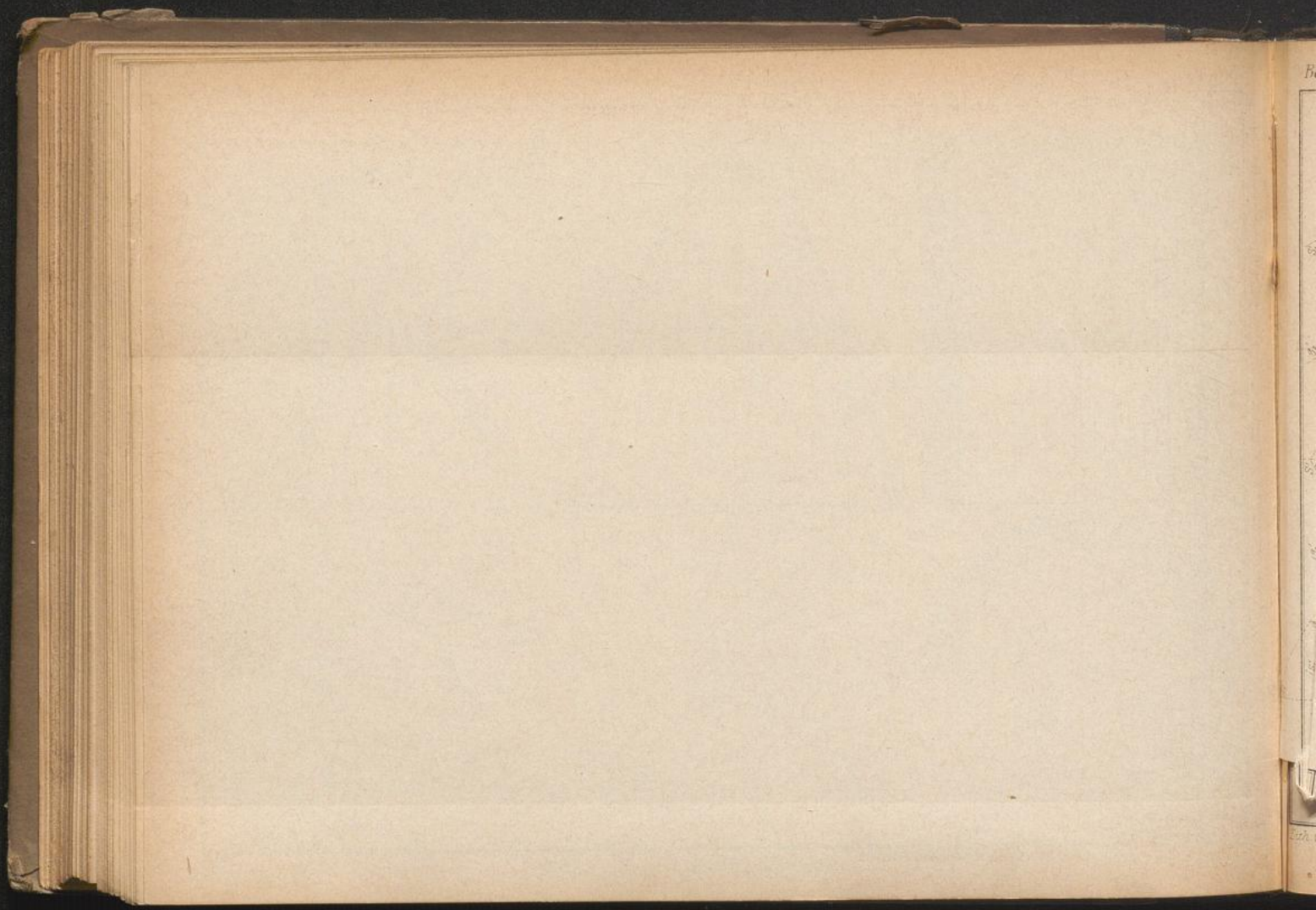
It

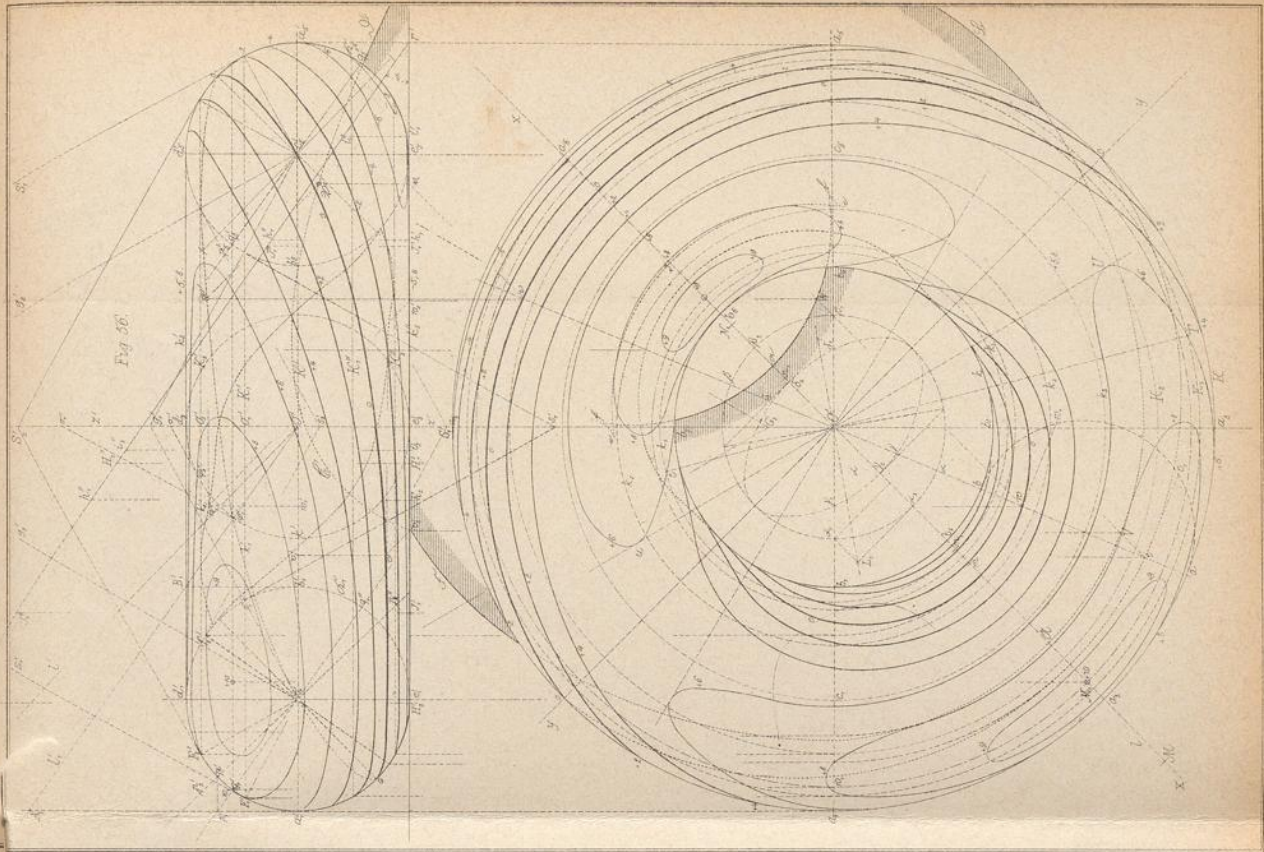


Inch. v. Ch. Bischof, St. Gallen.

Das ganzen Werkes 5. Heft.

Gez. v. G. Delabar.

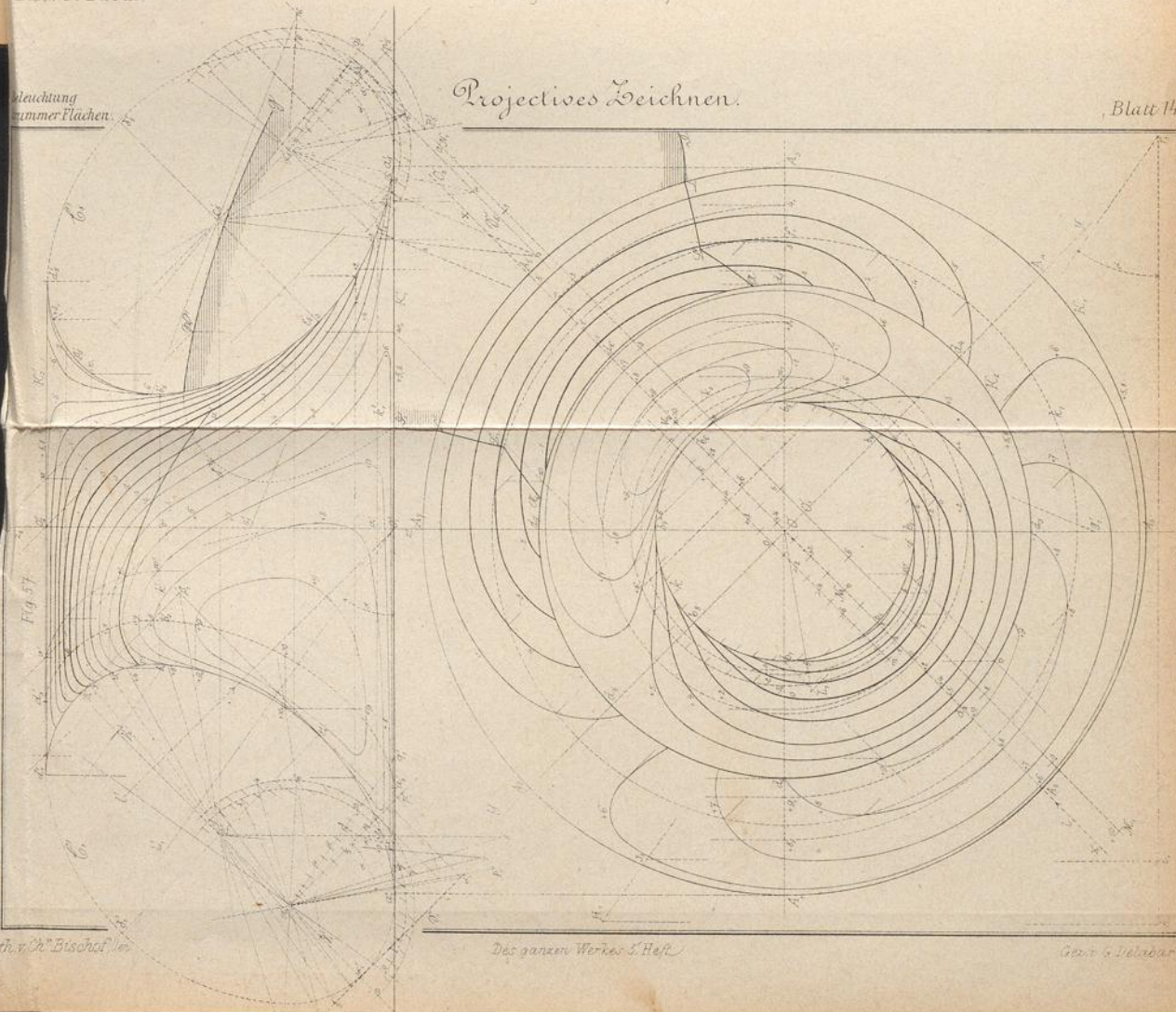




Lith. v. Ch. Bischof, St. Gallen.

Des ganzen Werkes 5. Heft.

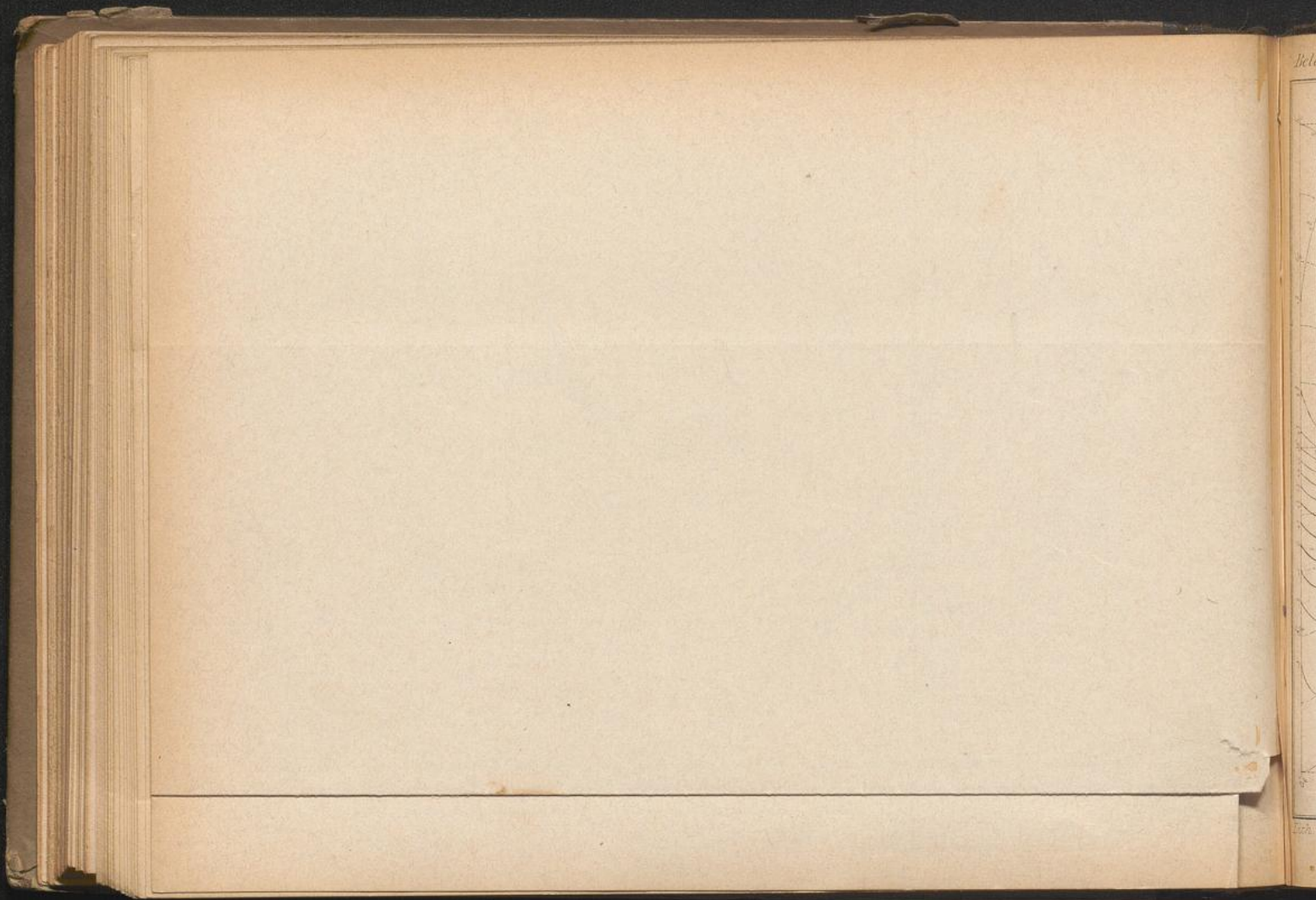
Gen. v. 6. Delabar.



Lith. v. Ch. Bischof, St. Gallen.

Des ganzen Werkes 5. Heft.

Gen. v. 6. Delabar.



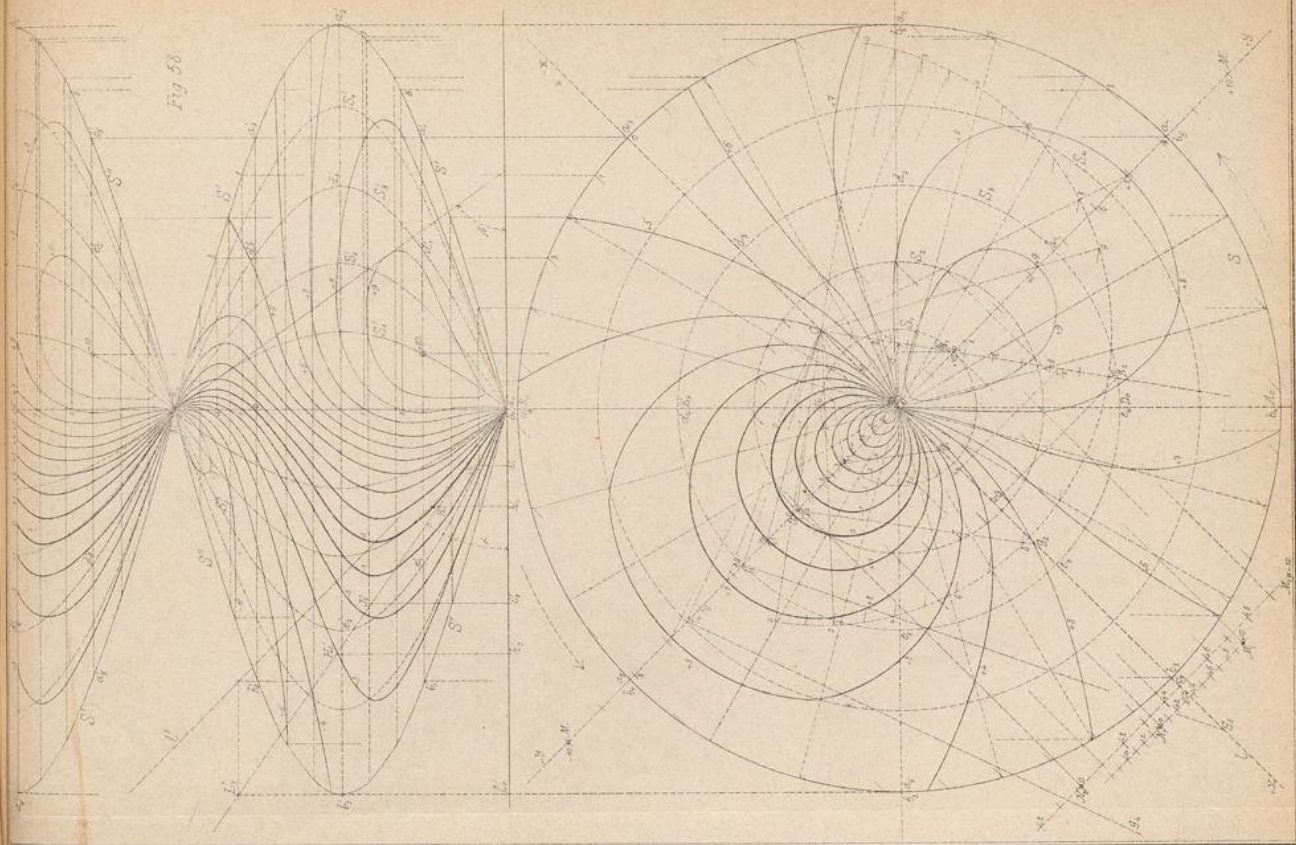
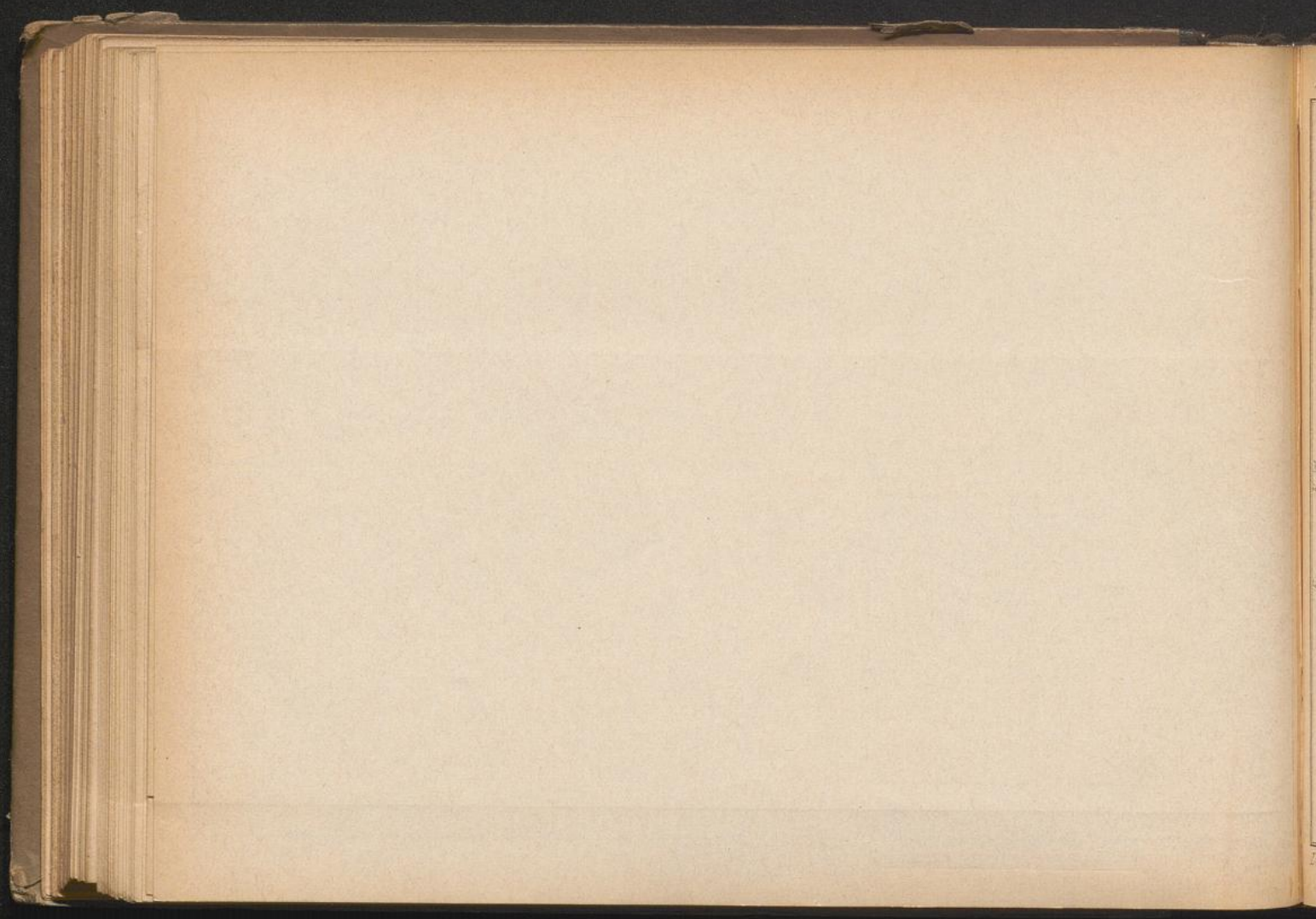


Fig. 58

Verh. v. Ch. Erschaf. St. Gallen

Des ganzen Werkes 5. Heft

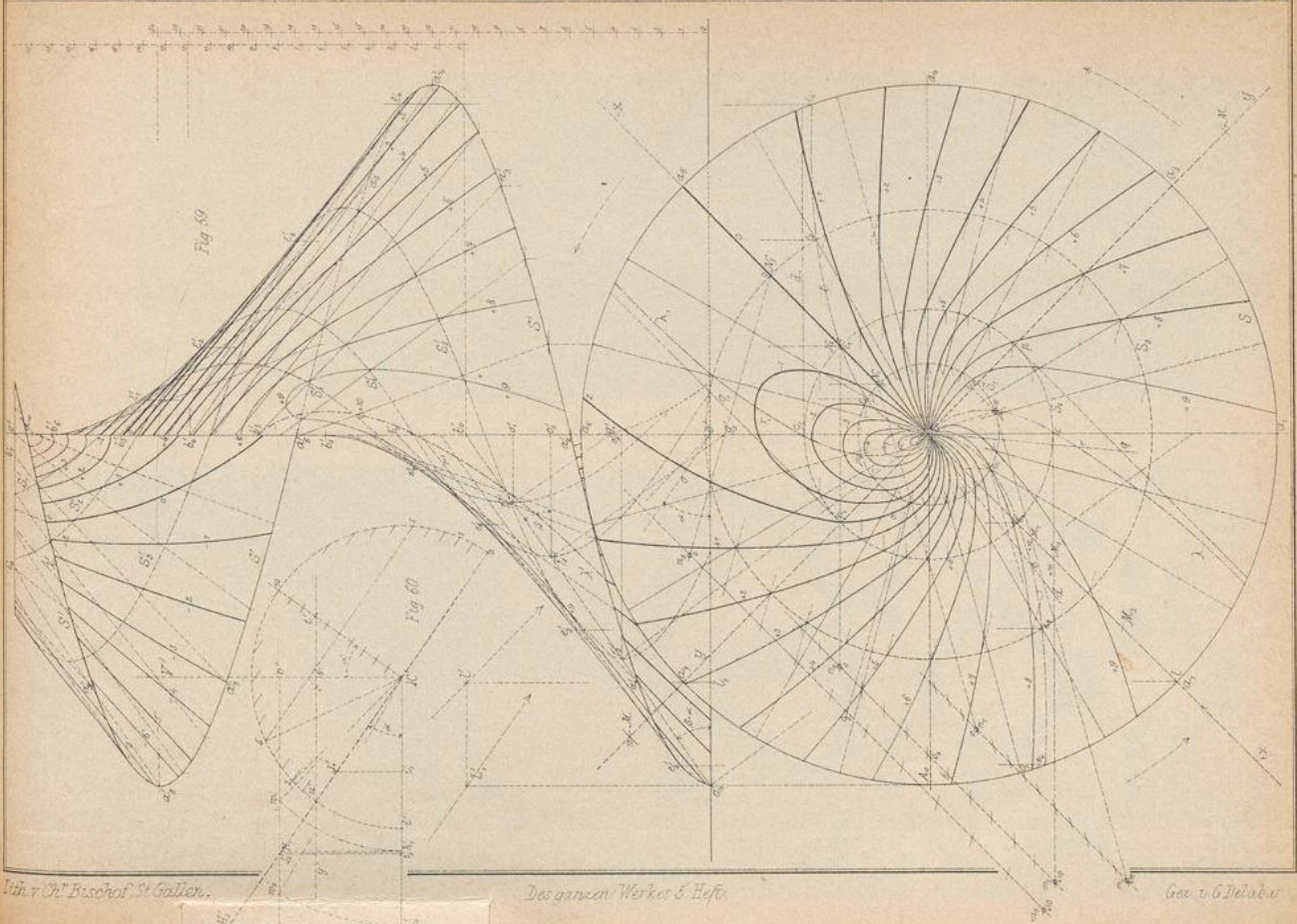
Gez. v. G. Delabar



Bei



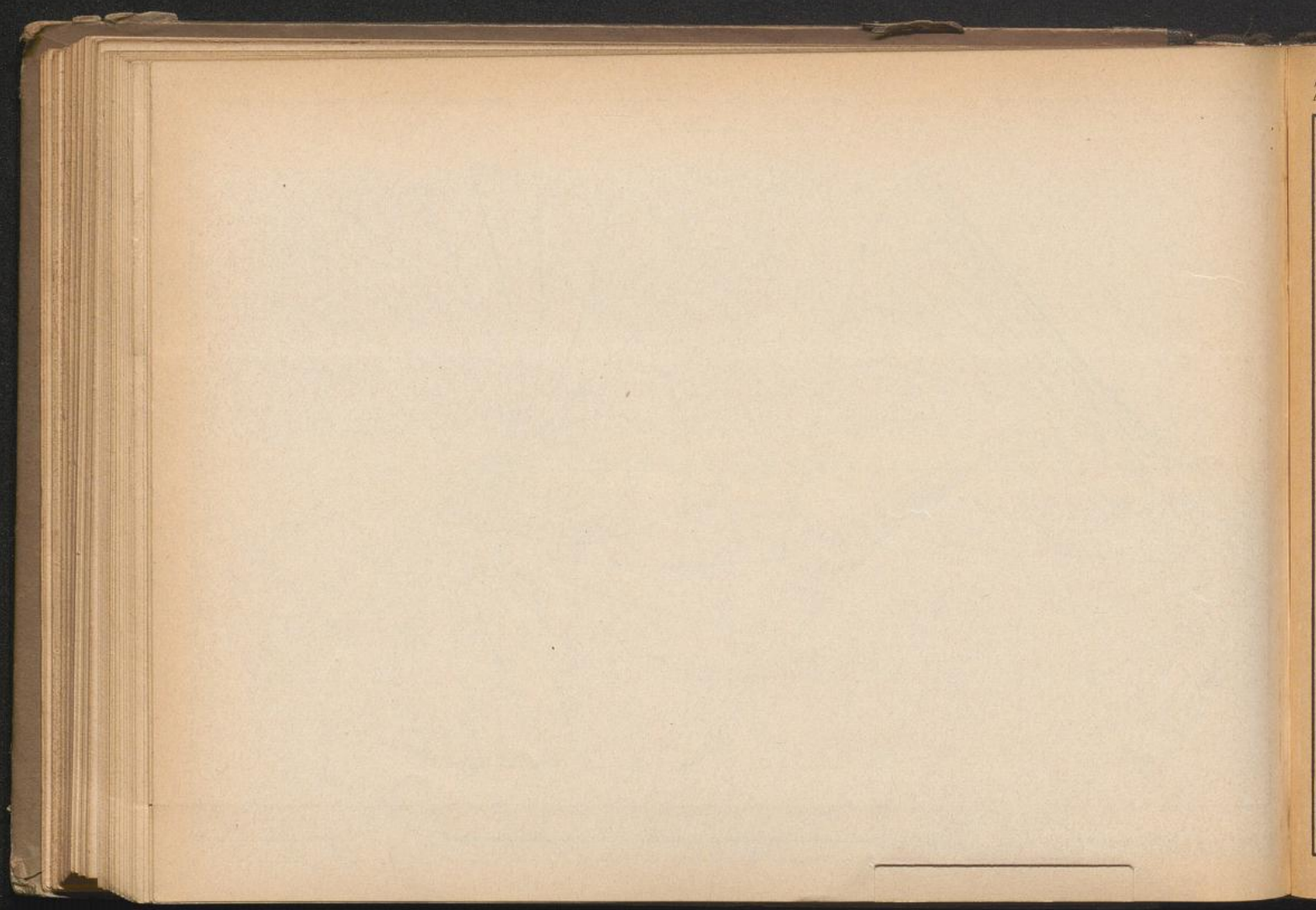
157

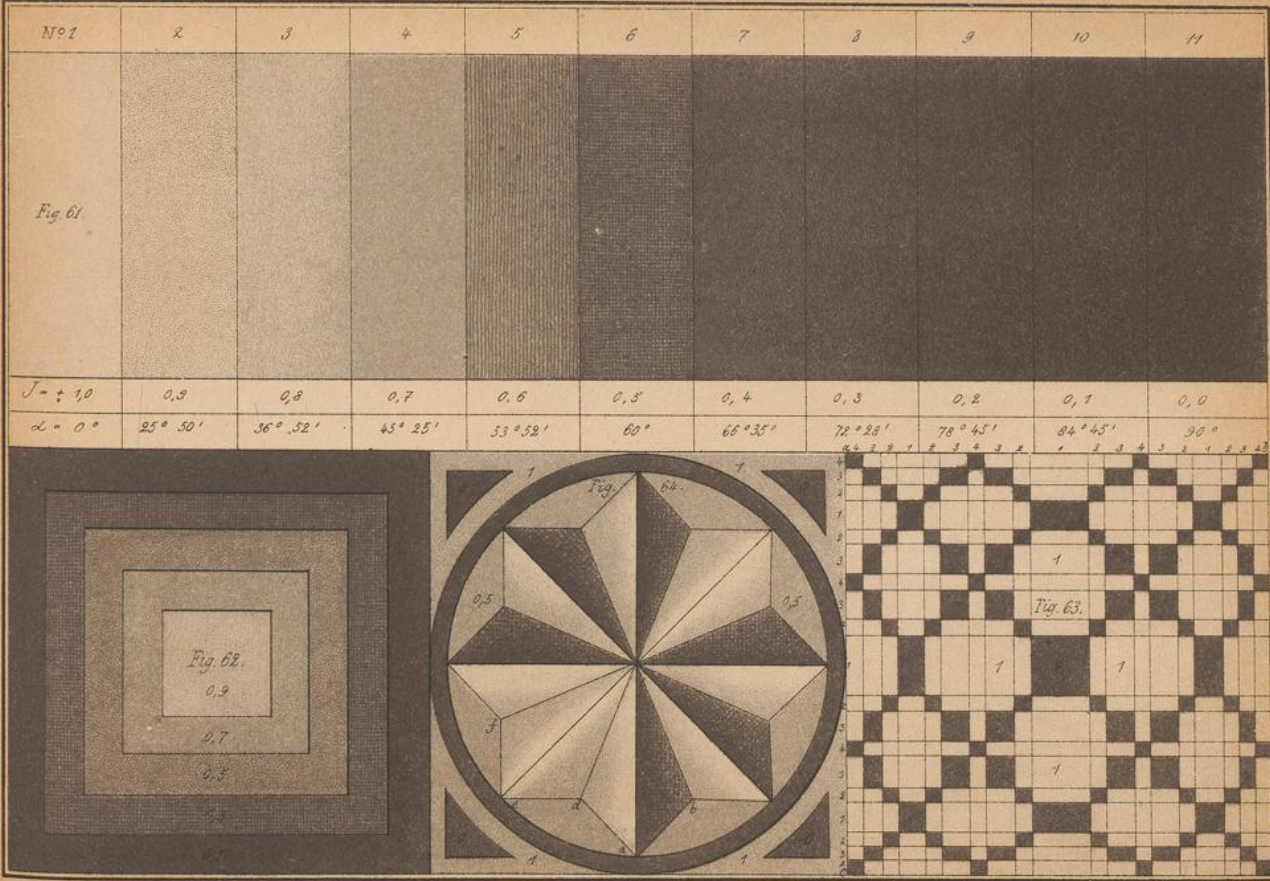


Stih. v. Ch. Bischof St. Gallen.

Des ganzen Werkes 6 Hefen

Gez. v. G. Delab. v.

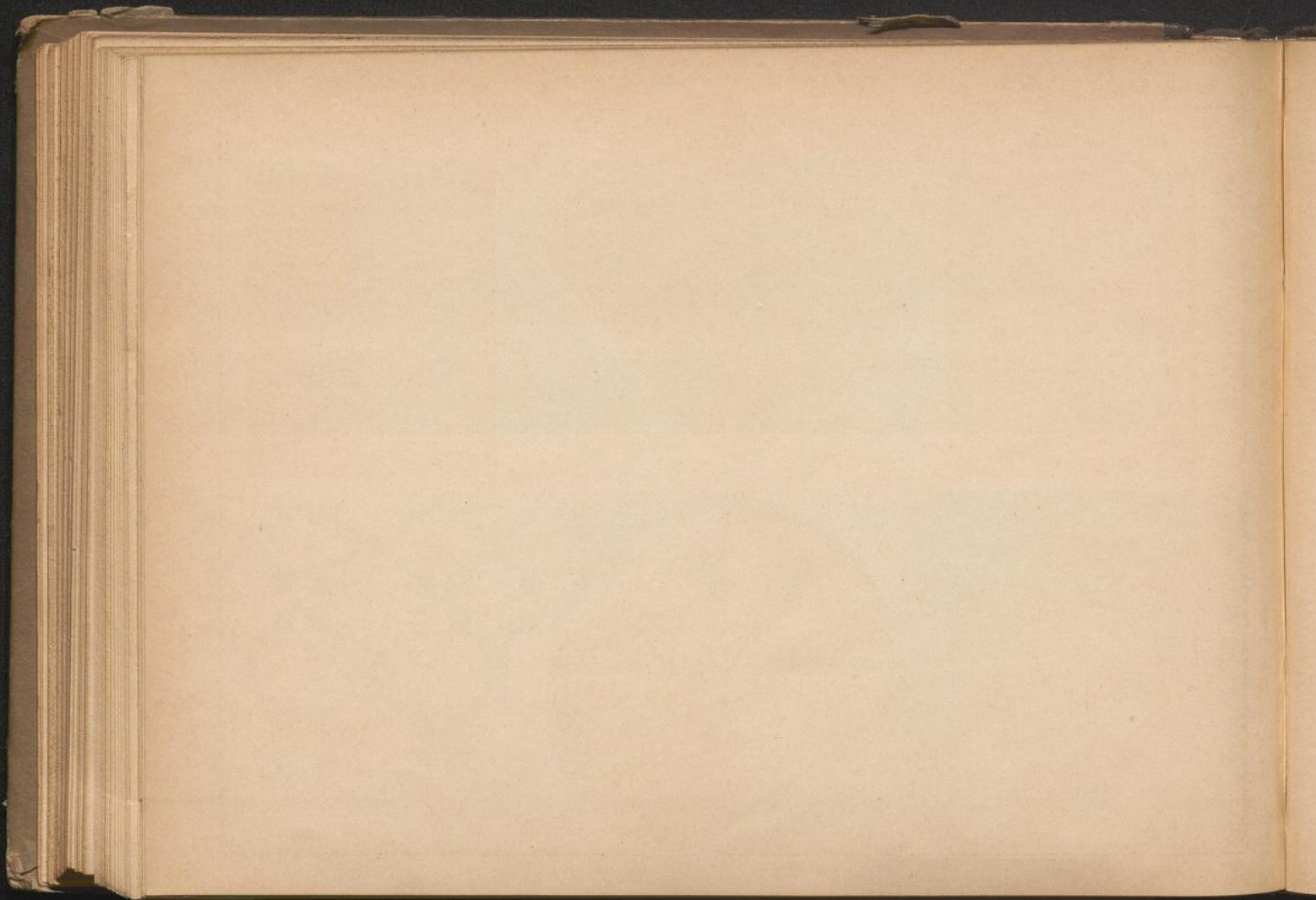


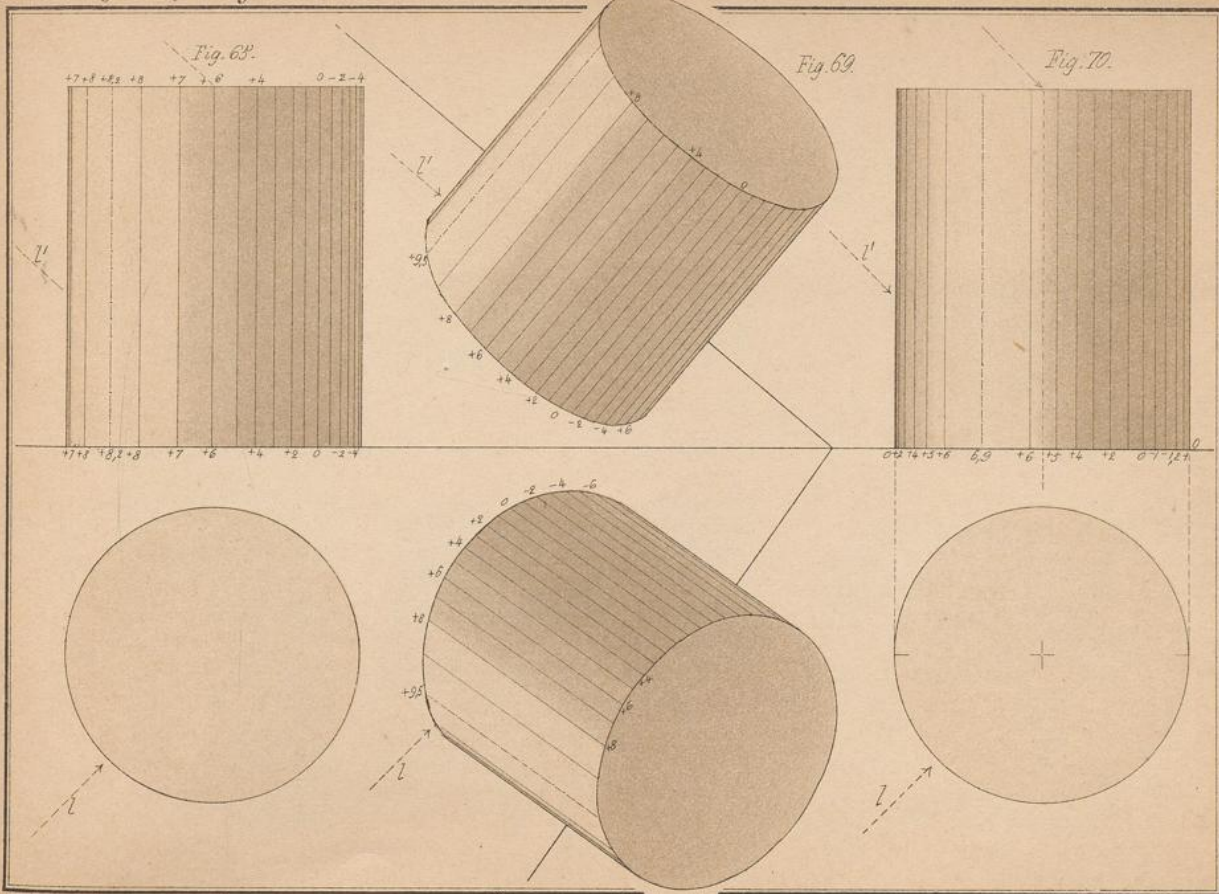


Delabar, G. v. Delabar, 50 Seiten.

Des ganzen Werkes V. Heft.

Gez. v. G. Delabar.

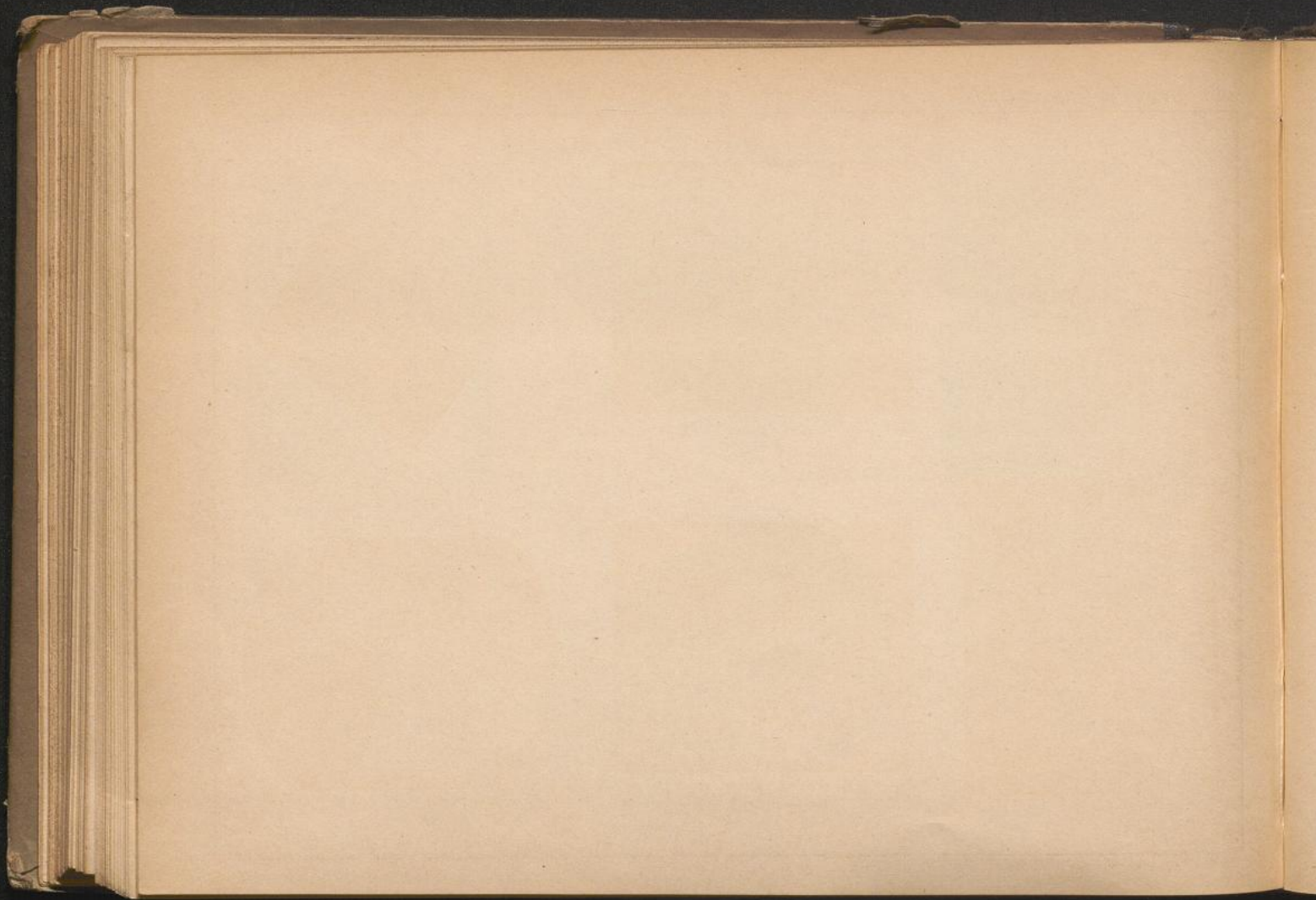


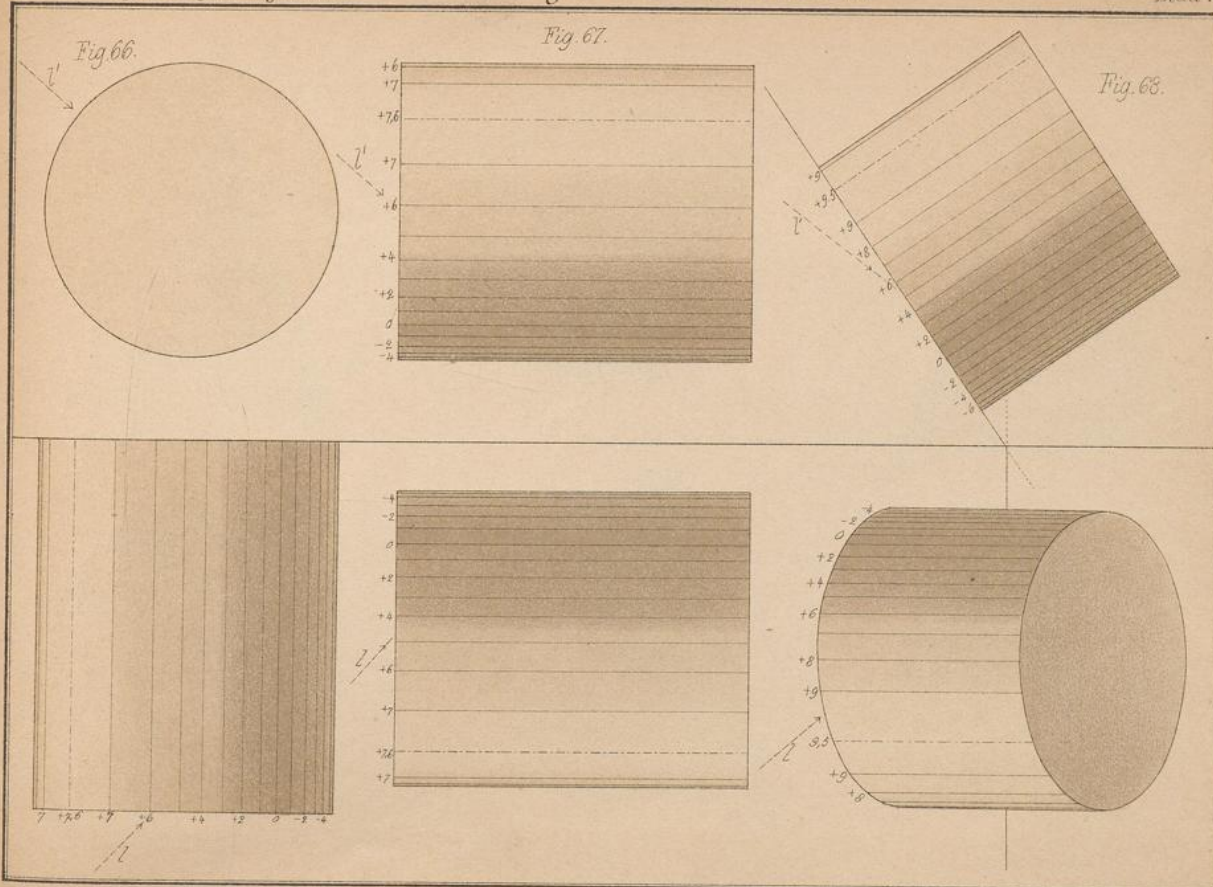


Lith. v. Ch. Bischof, St. Gallen.

Des ganzen Werkes V. Heft.

Gez. v. G. Delabar.

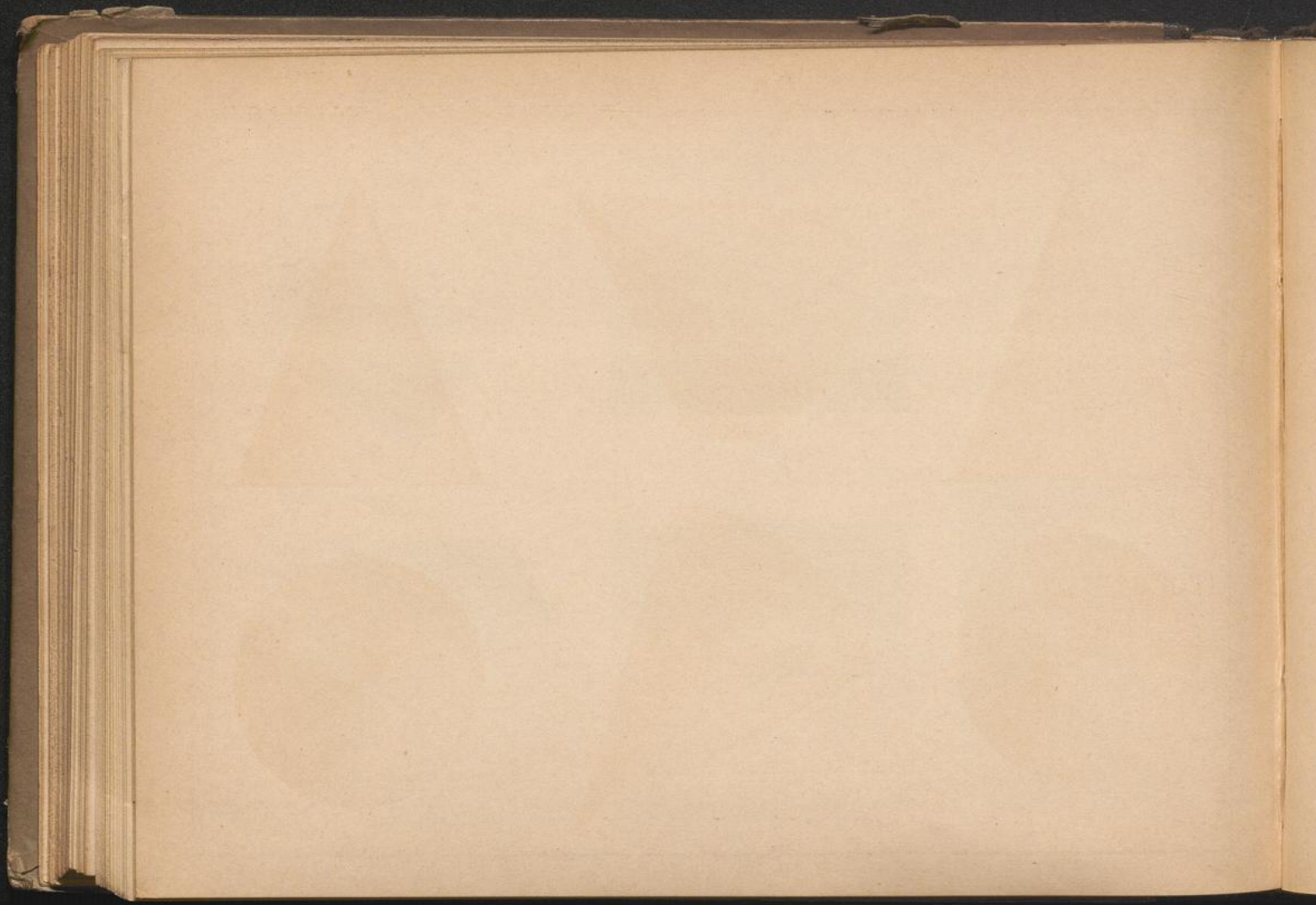


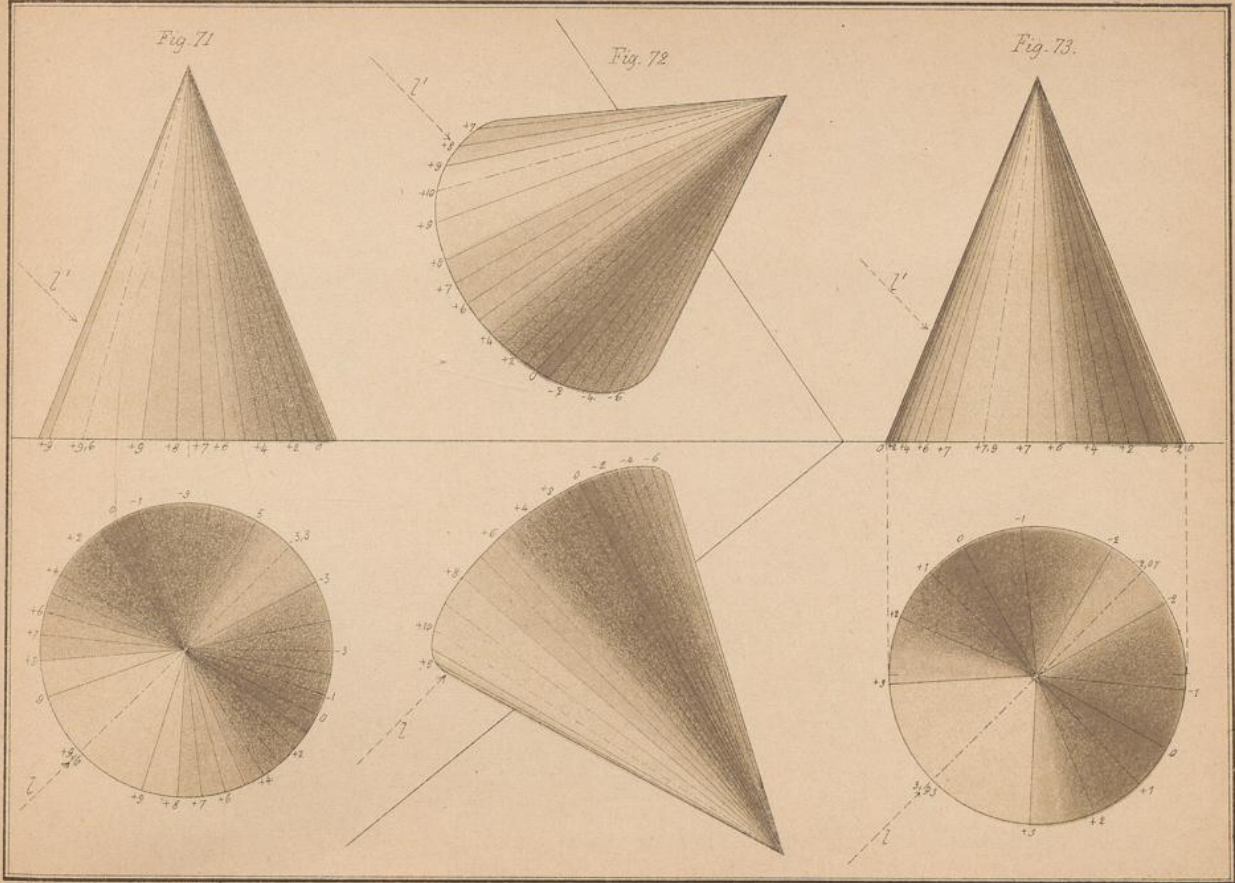


Lith. v. Chr. Bischof, St. Gallen.

Des ganzen Werkes V. Heft.

Gez. v. G. Delabar.

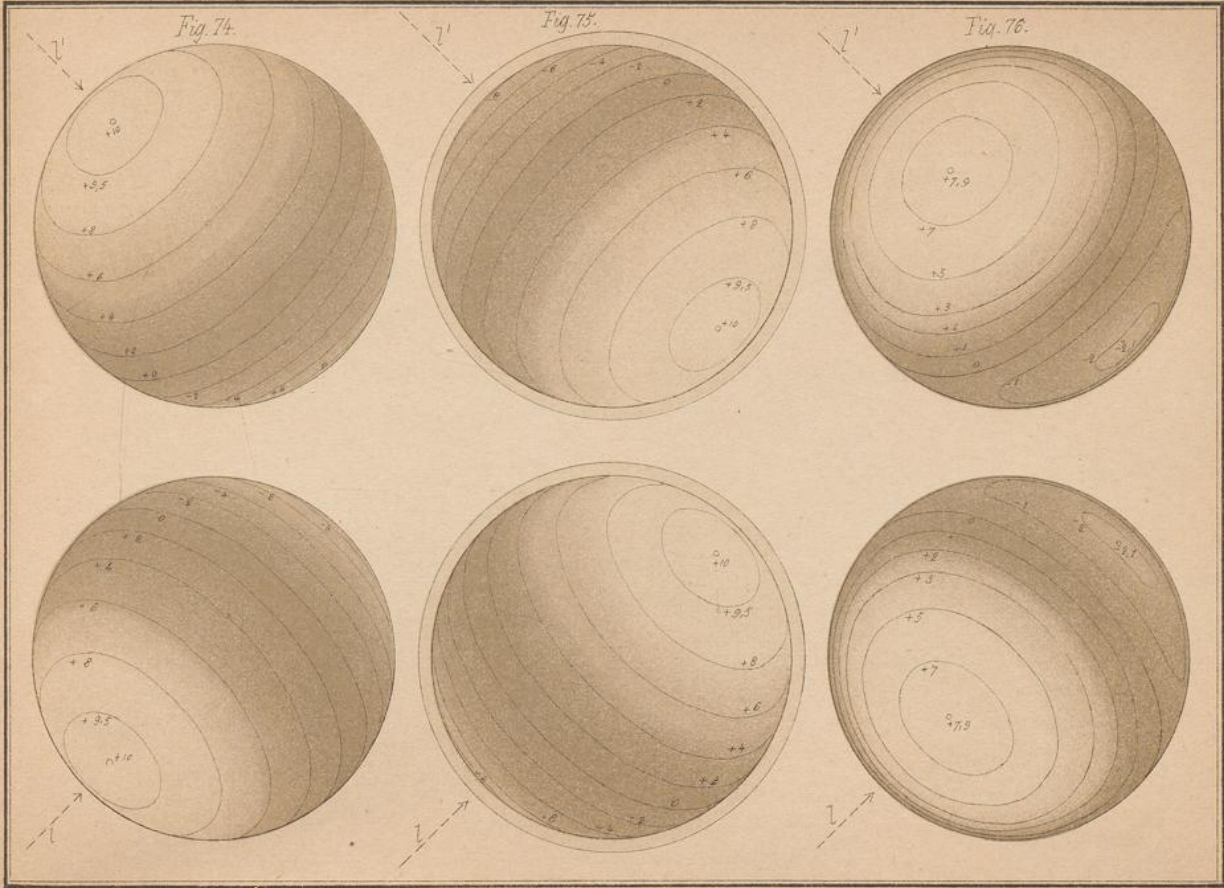




Inth. v. Ch. Bischof, St. Gallen.

Des ganzen Werkes V. Heft.

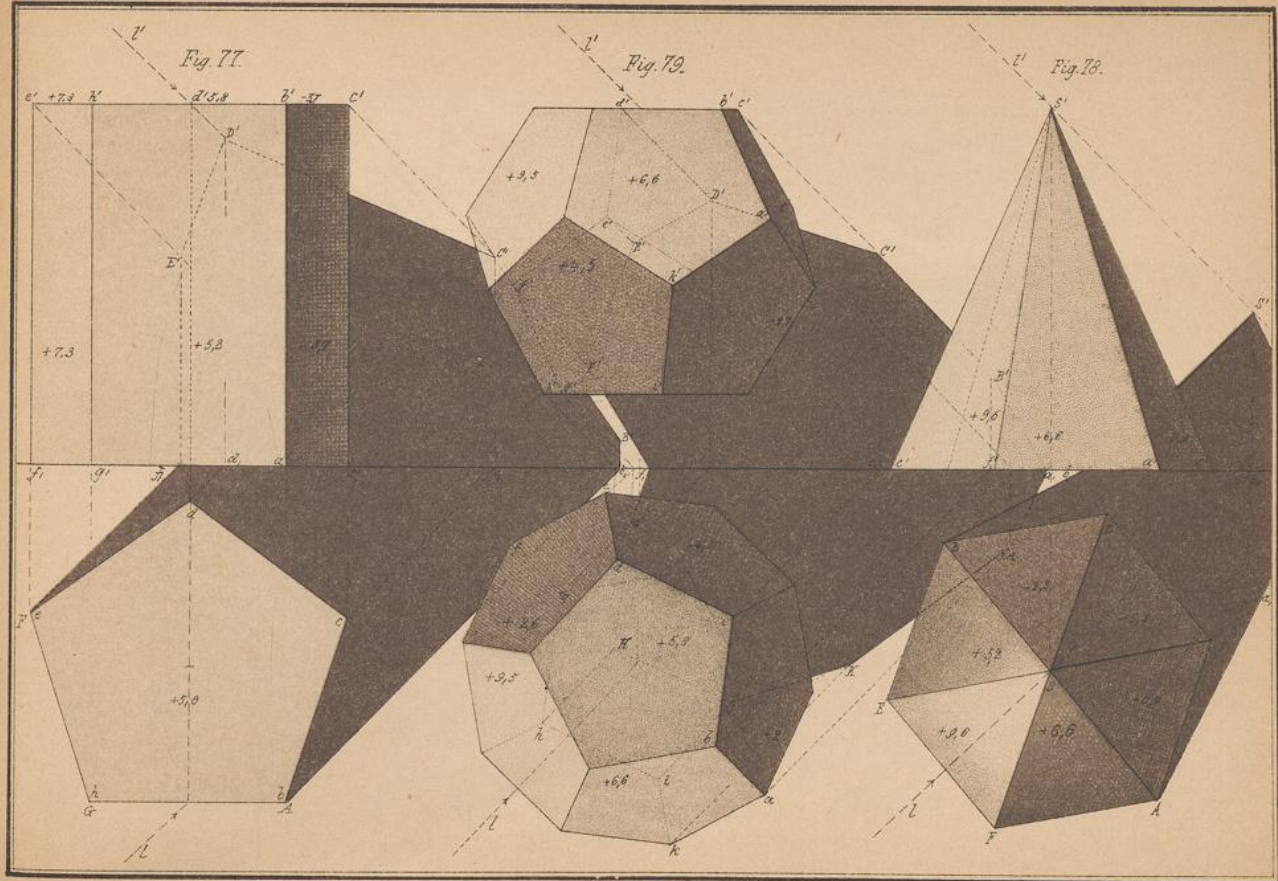
Gez. v. G. Delabar.



Lit. v. Chr. Eischaf, St. Gallen.

Des ganzen Werkes V Heft.

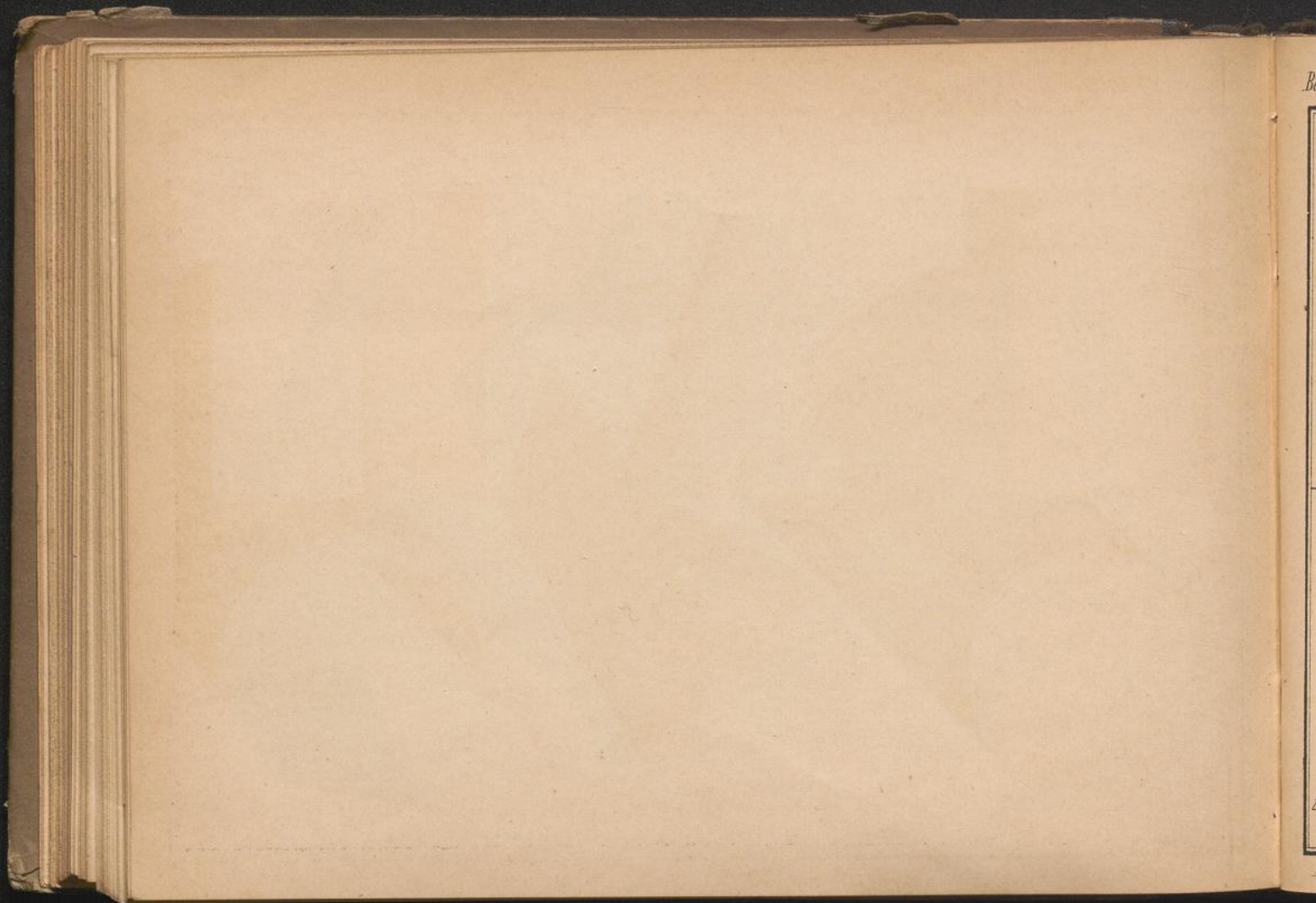
Geo. v. G. Delabar



Lith. v. Chr. Bischof in St. Gallen.

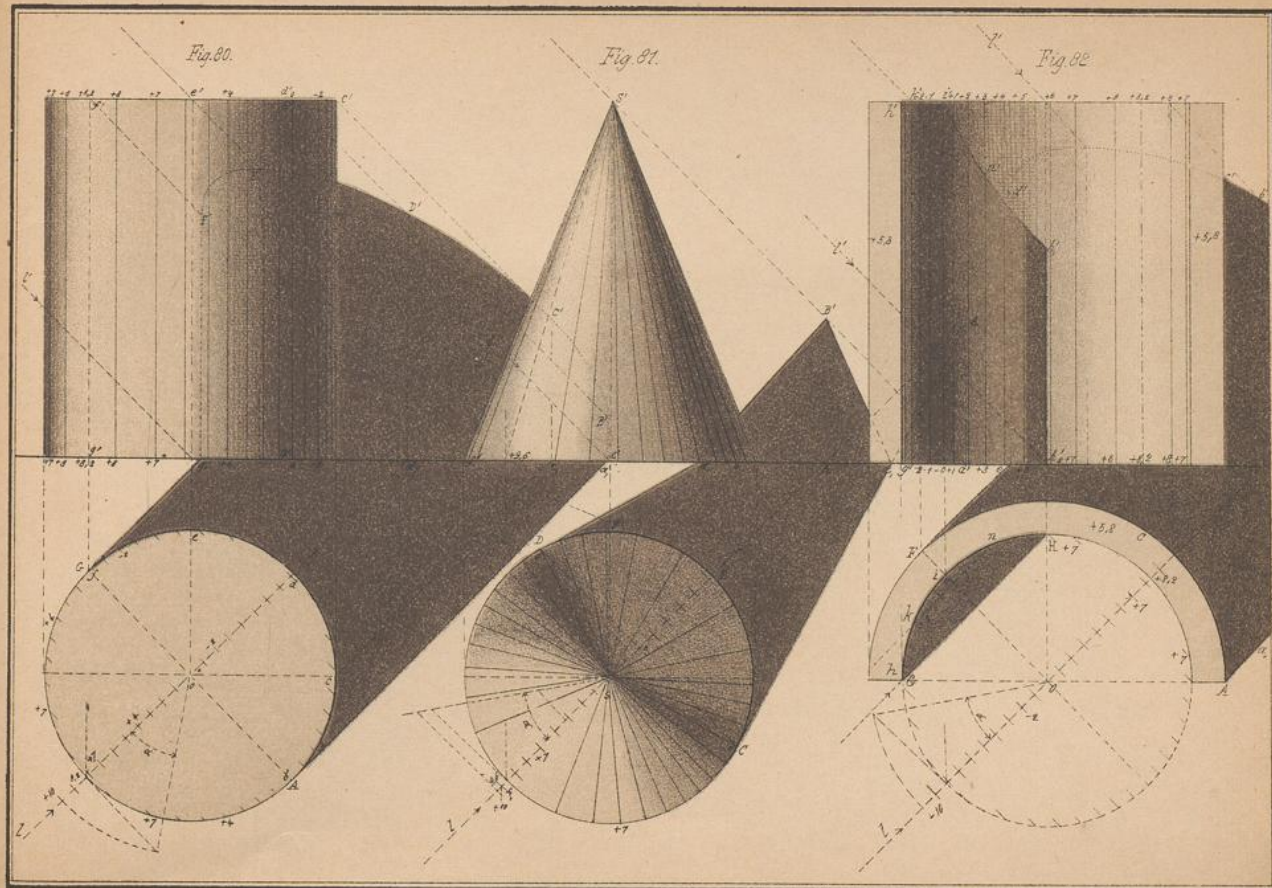
Des ganzen Werkes V Heft.

Gez. v. G. Delabar.



Be

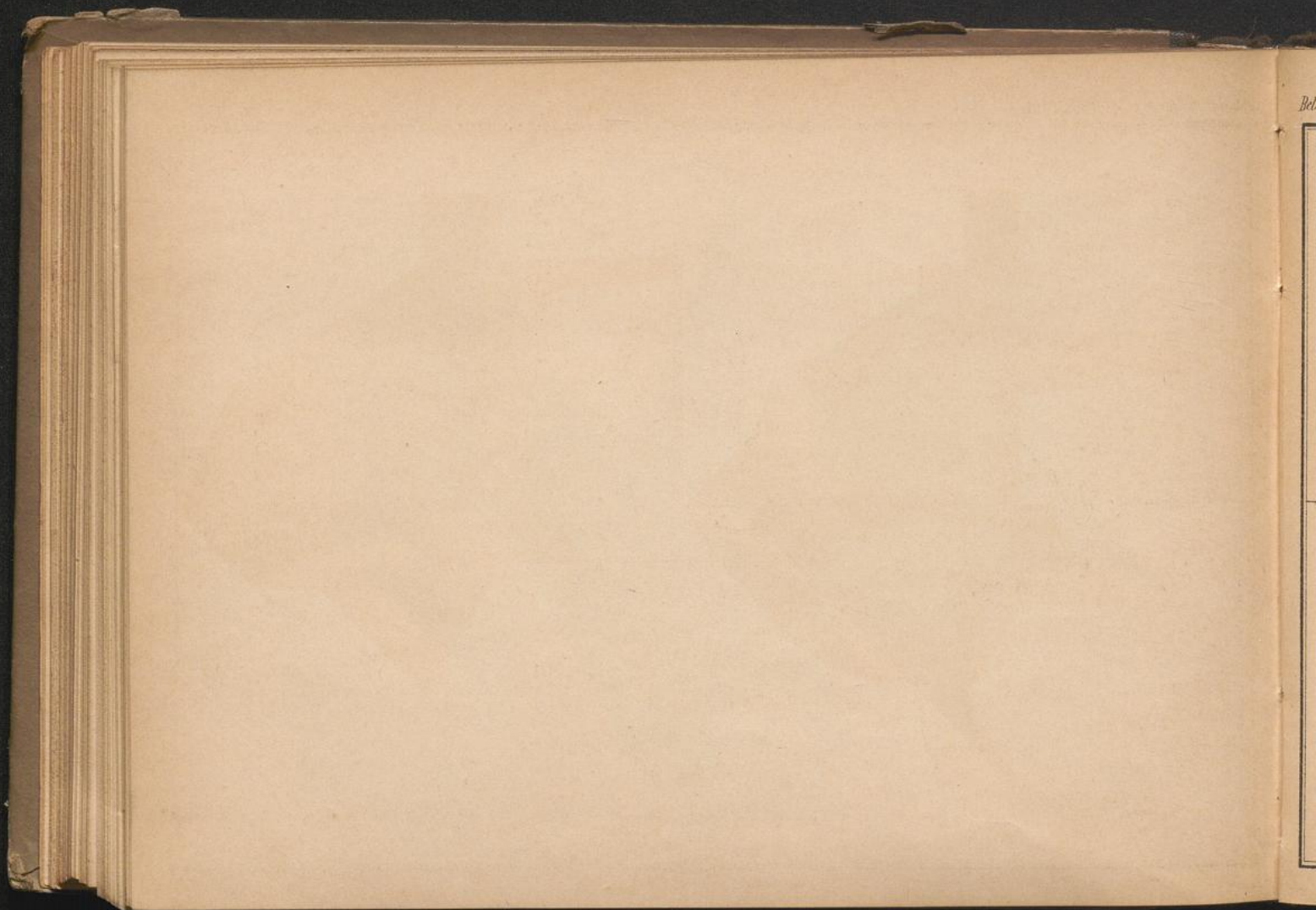
Z

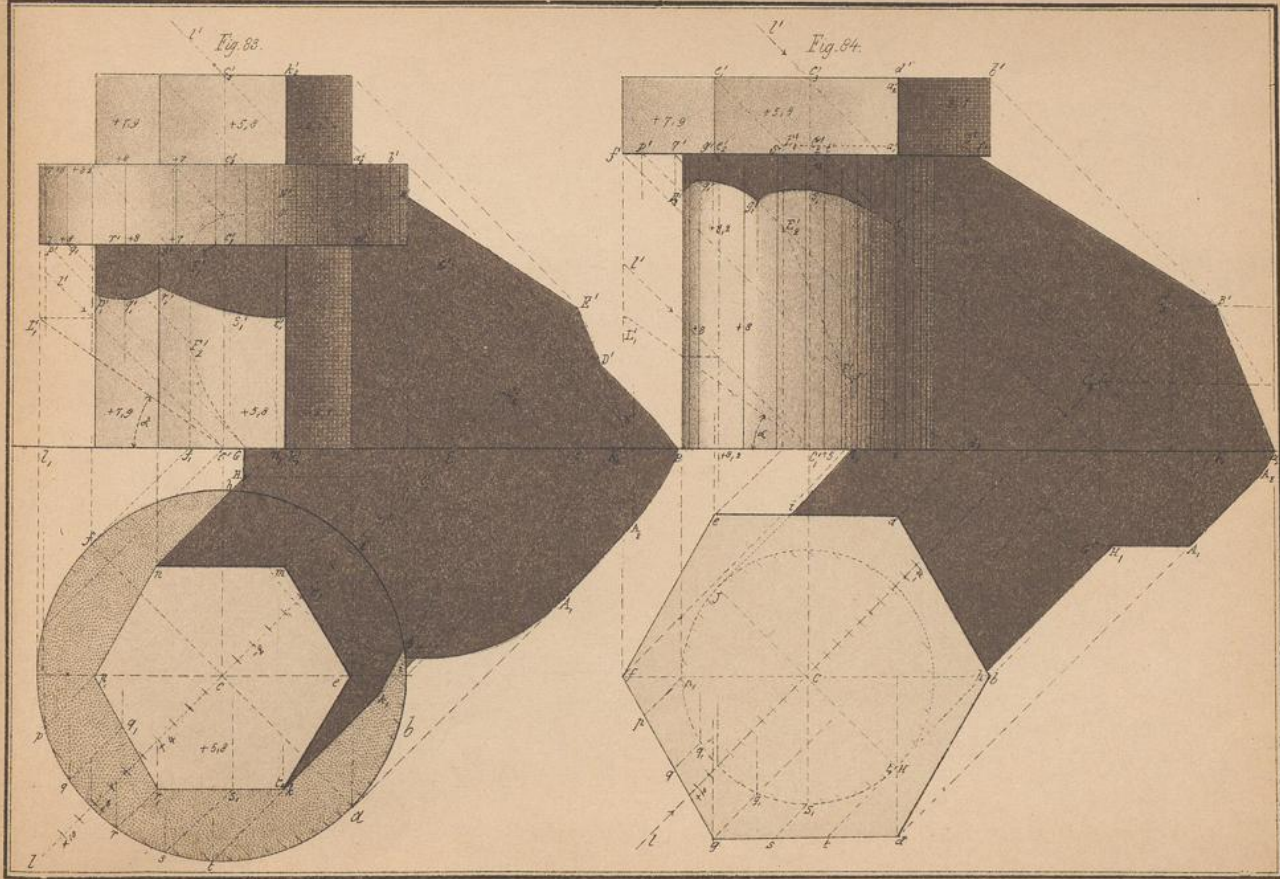


Lith. v. Chf. Bischof in St. Gallen.

Des ganzen Werkes V. Heft.

Gez. v. G. Delabar.

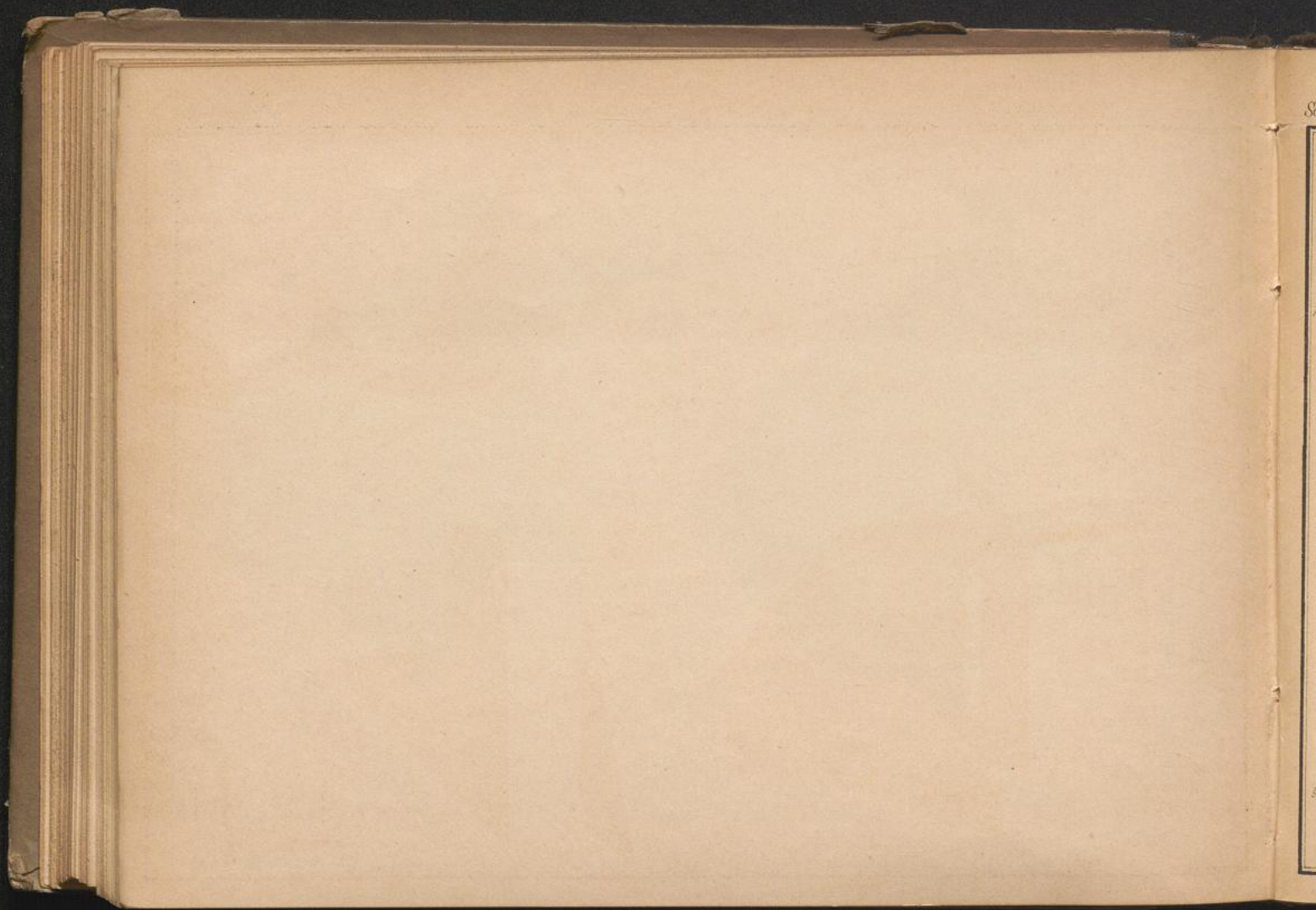


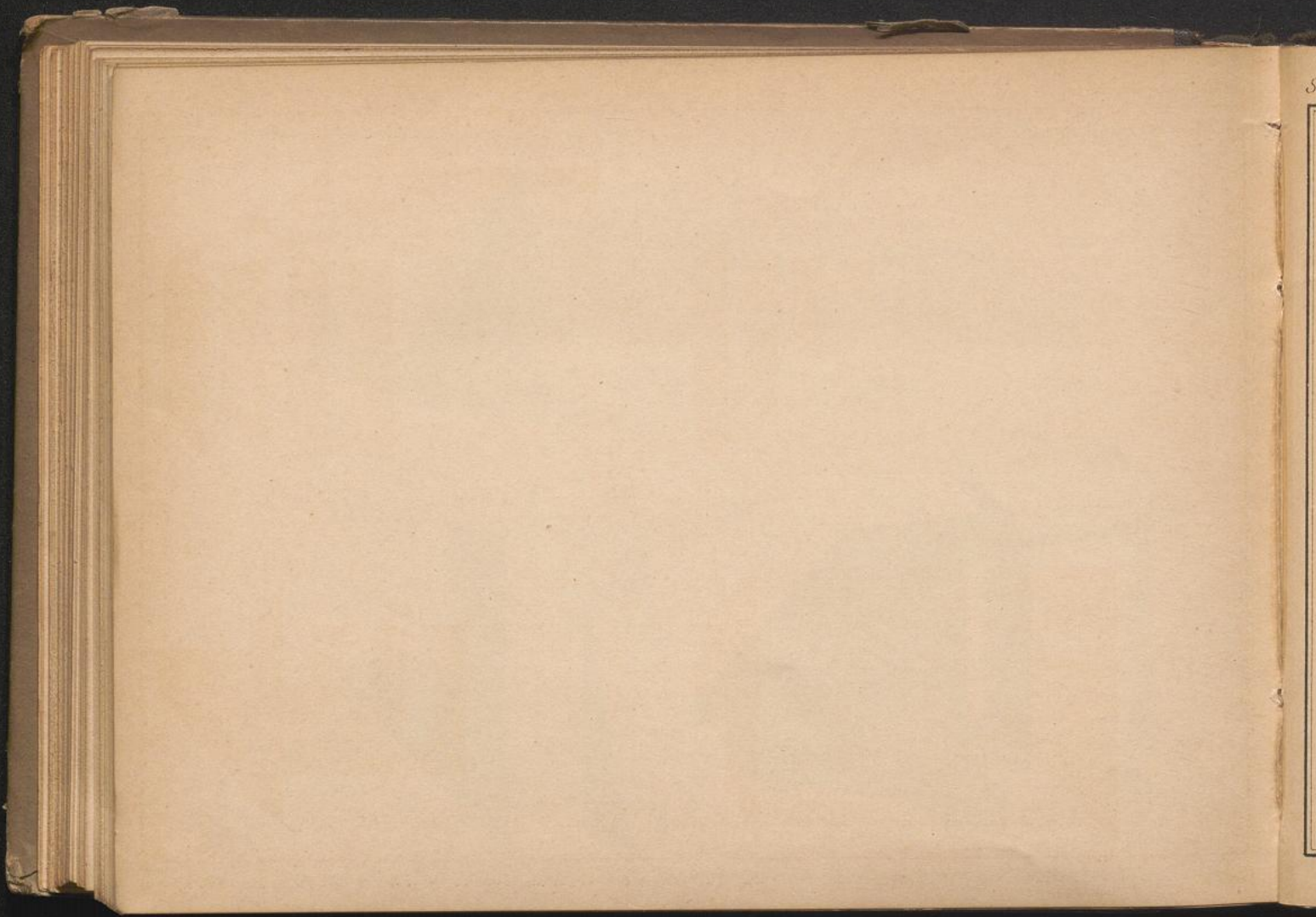


Arch. v. Ch^r Bischof in St. Gallen.

Des ganzen Werkes V. Heft

Gez. v. G. Delabar.





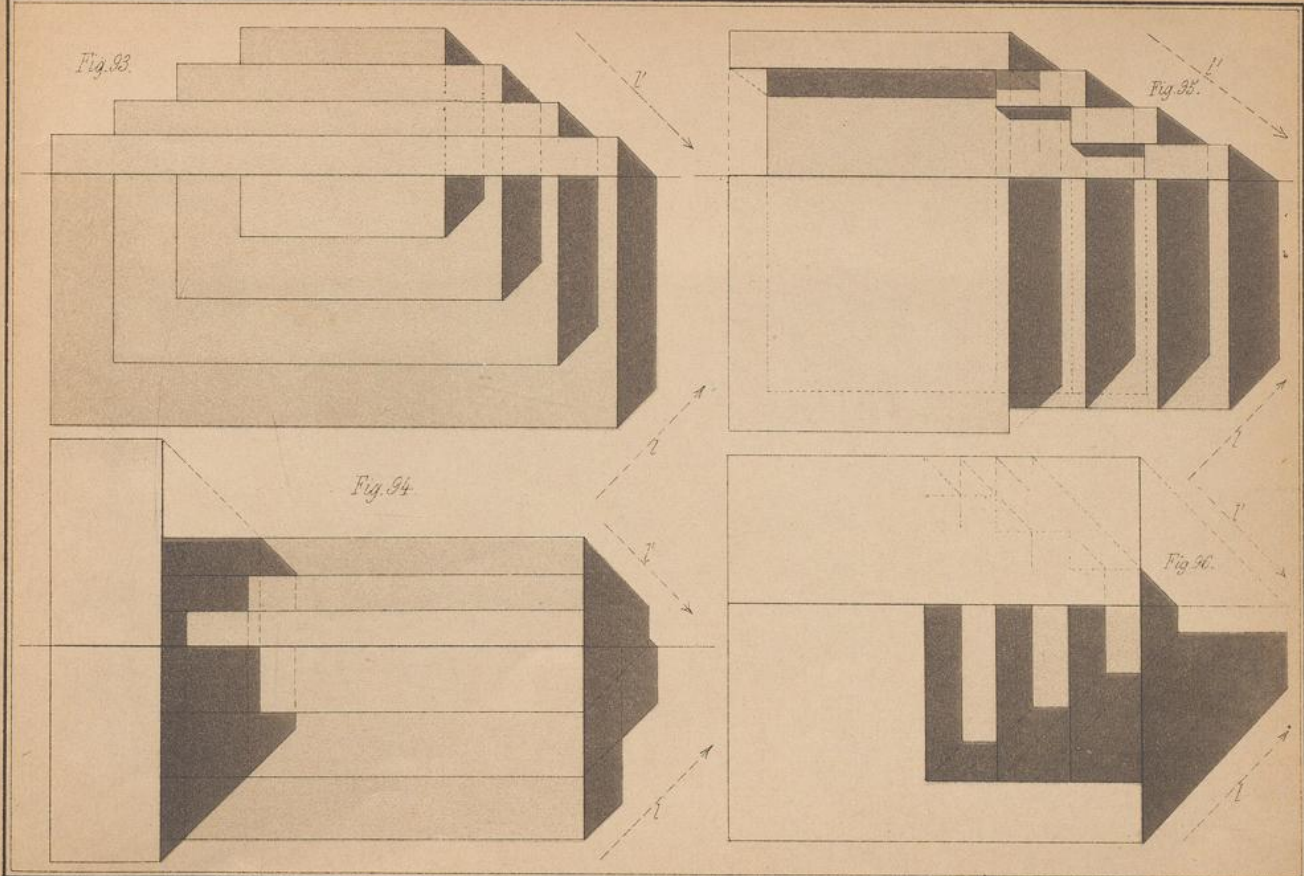
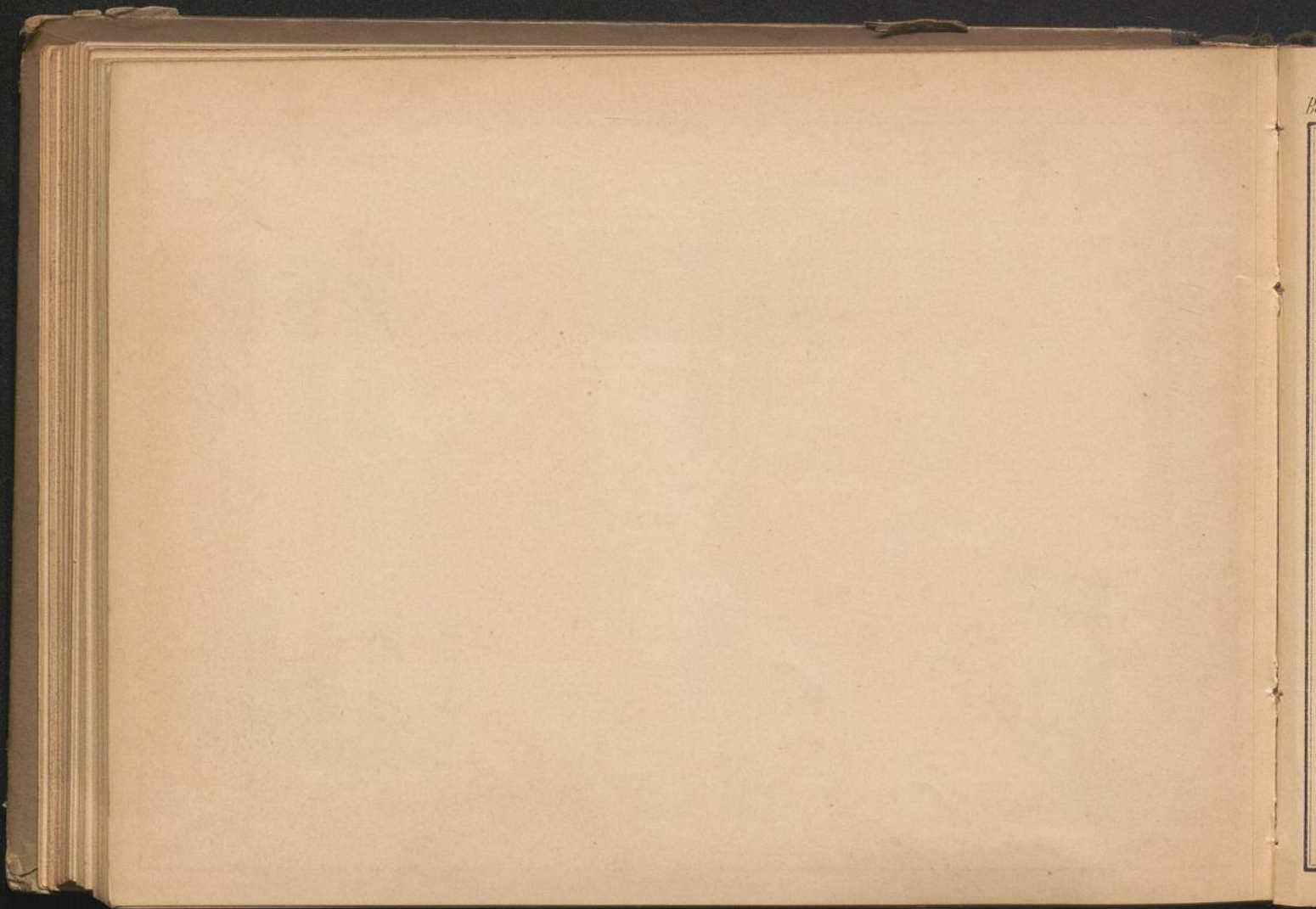


Fig. 93. 94. 95. 96.

Des ganzen Werkes V. Heft

Cox. G. D. Lehner



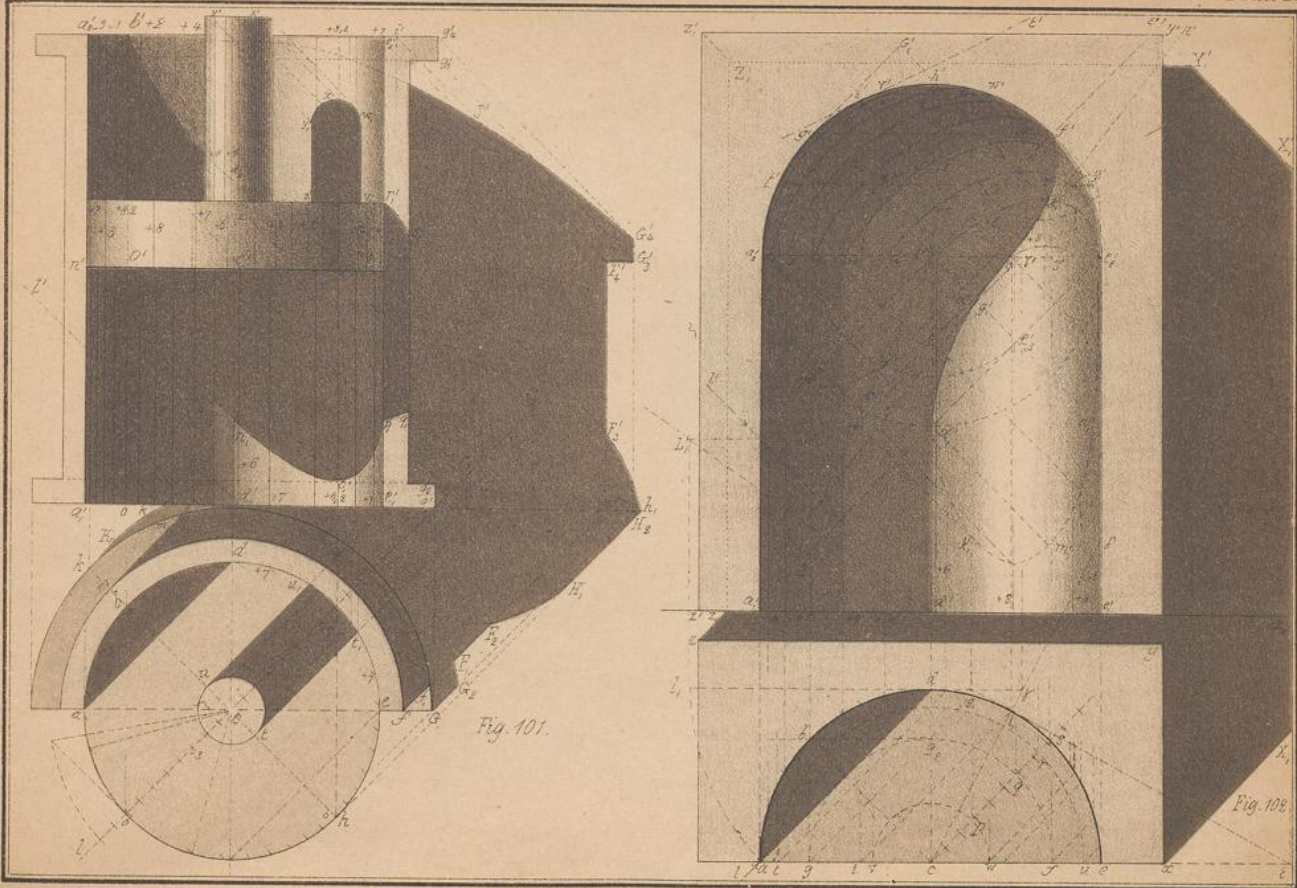


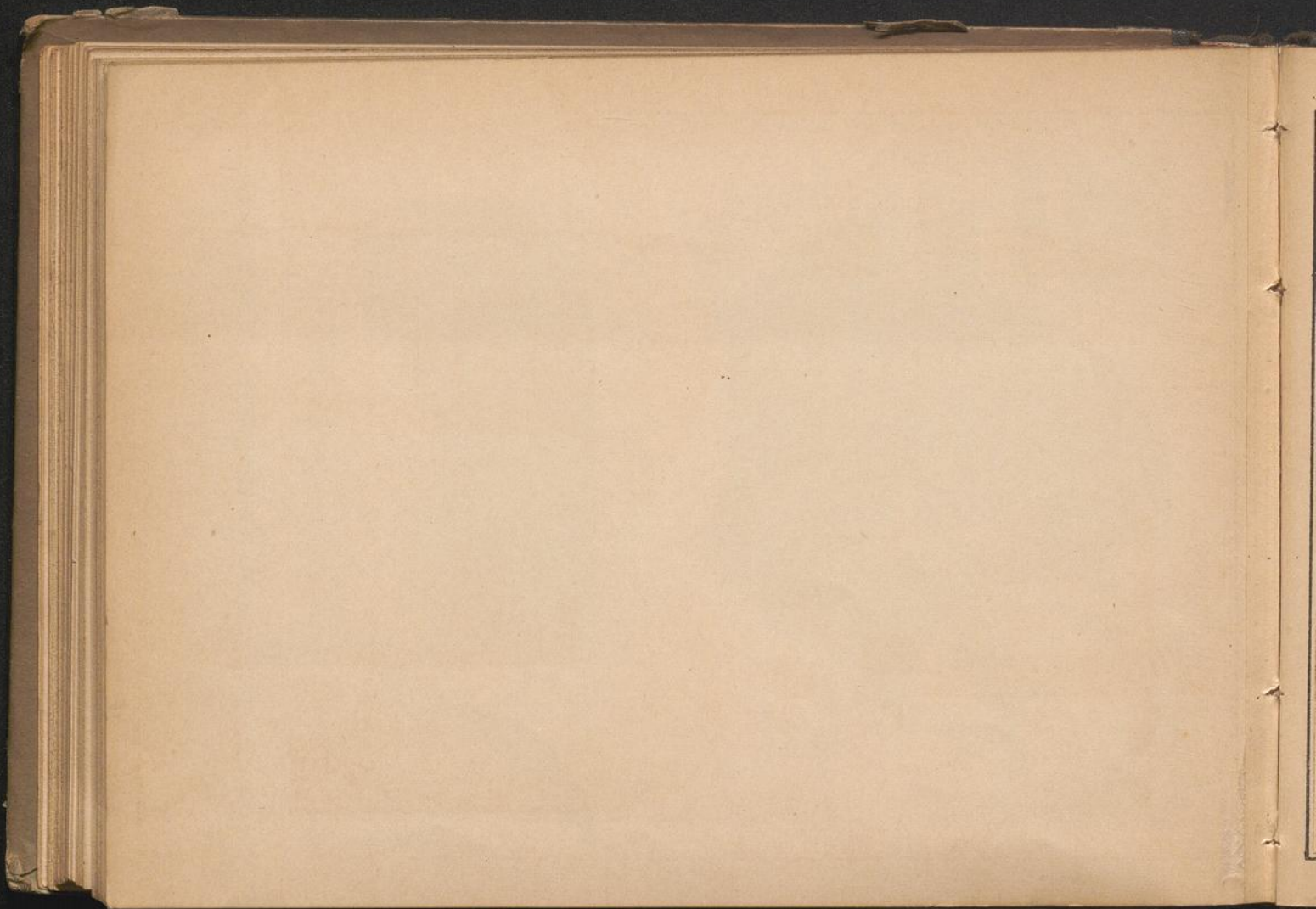
Fig. 101.

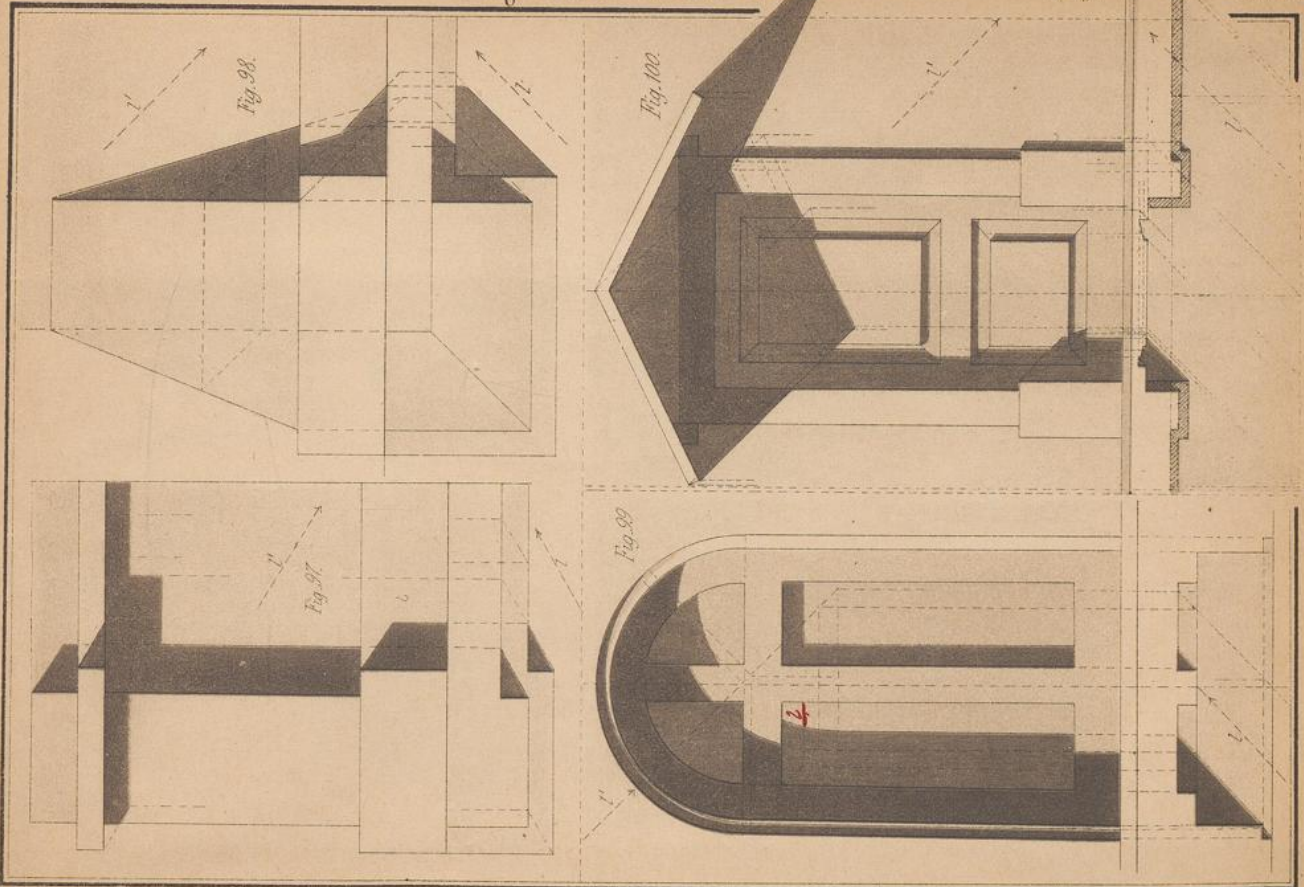
Fig. 108.

Lith. v. J. H. Zinsch in So. Gallen.

Des ganzen Werkes V. Heft

Gez. v. G. Delabon

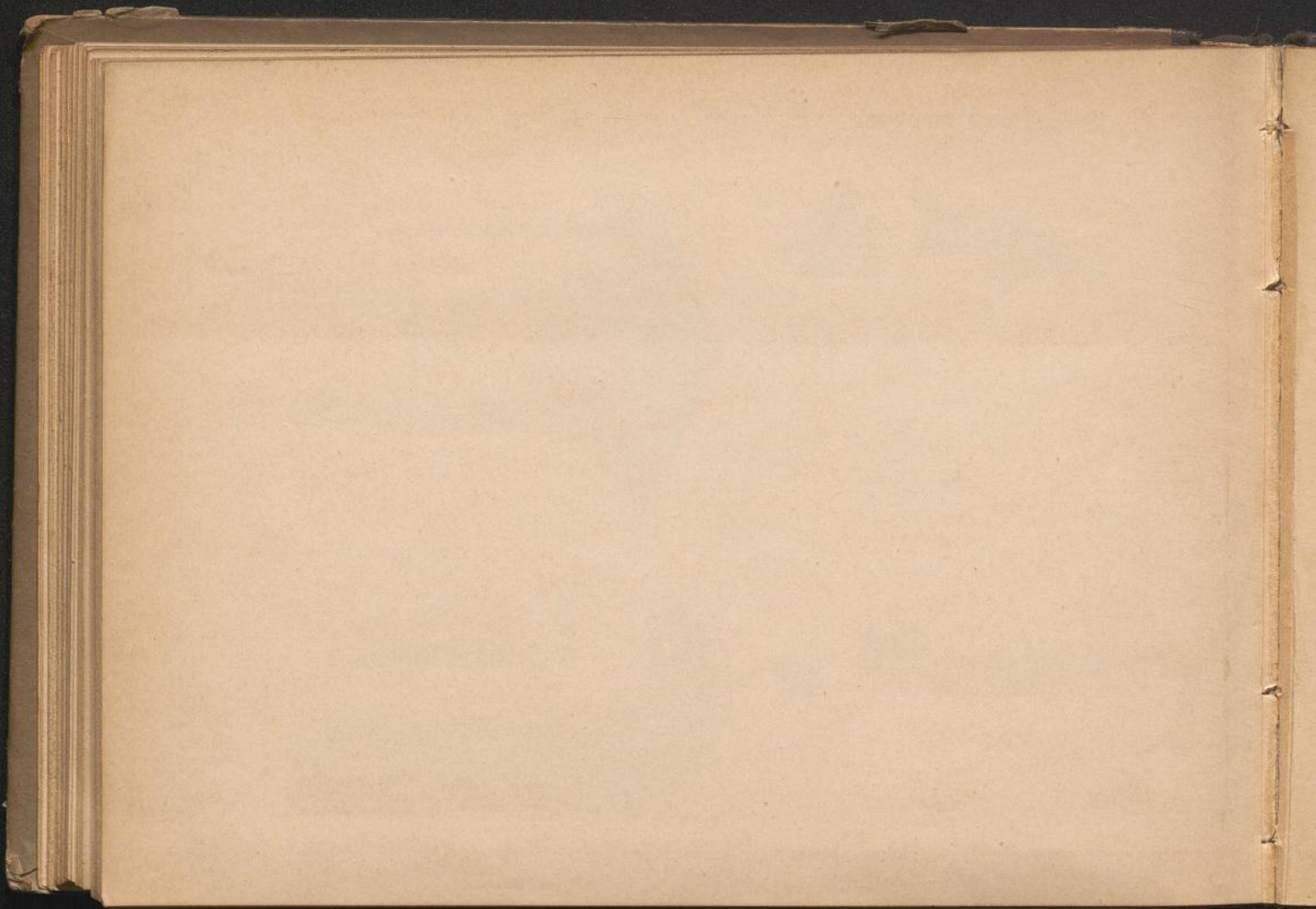


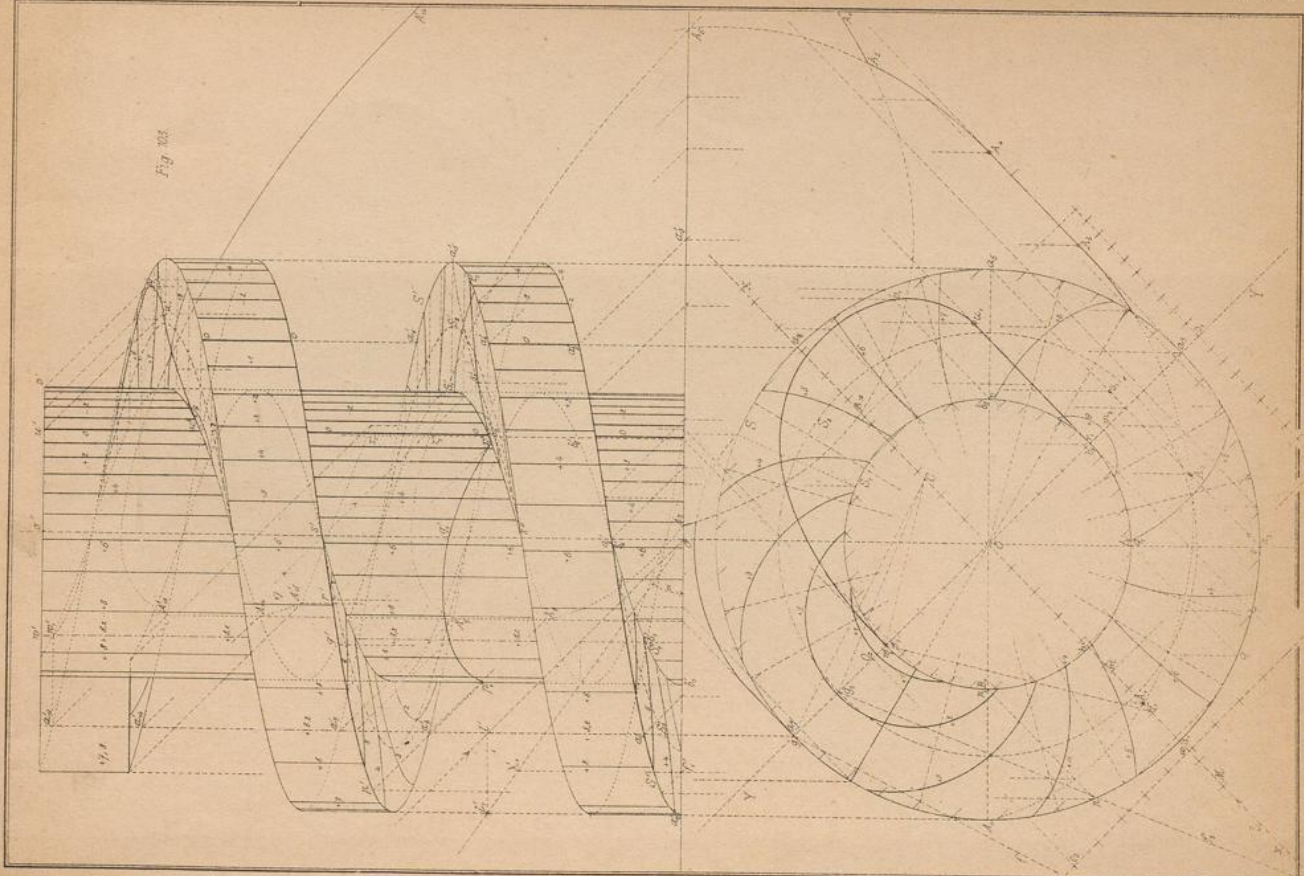


Des. v. G. Dalabar.

Des. v. G. Dalabar.

Des. v. G. Dalabar.





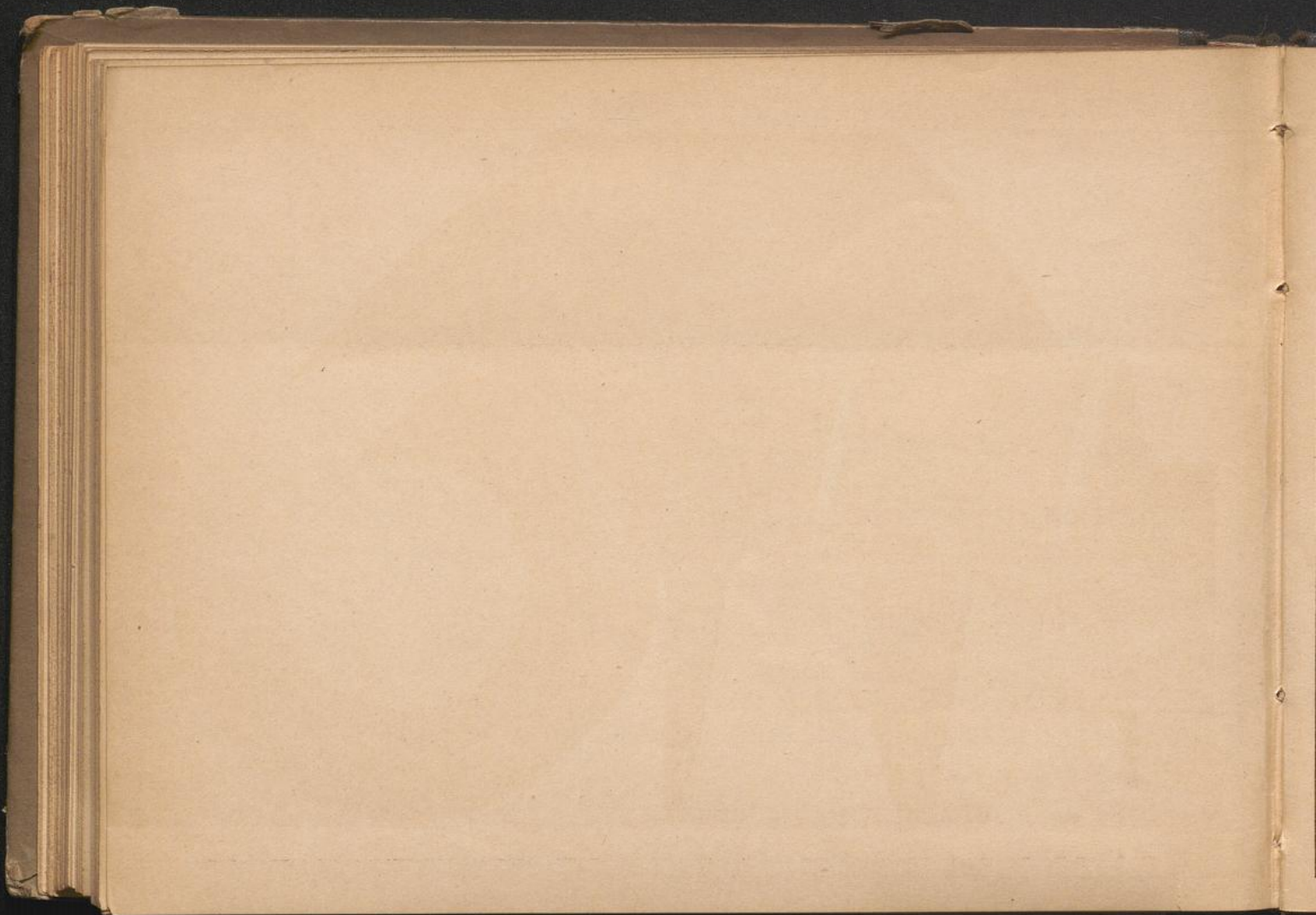
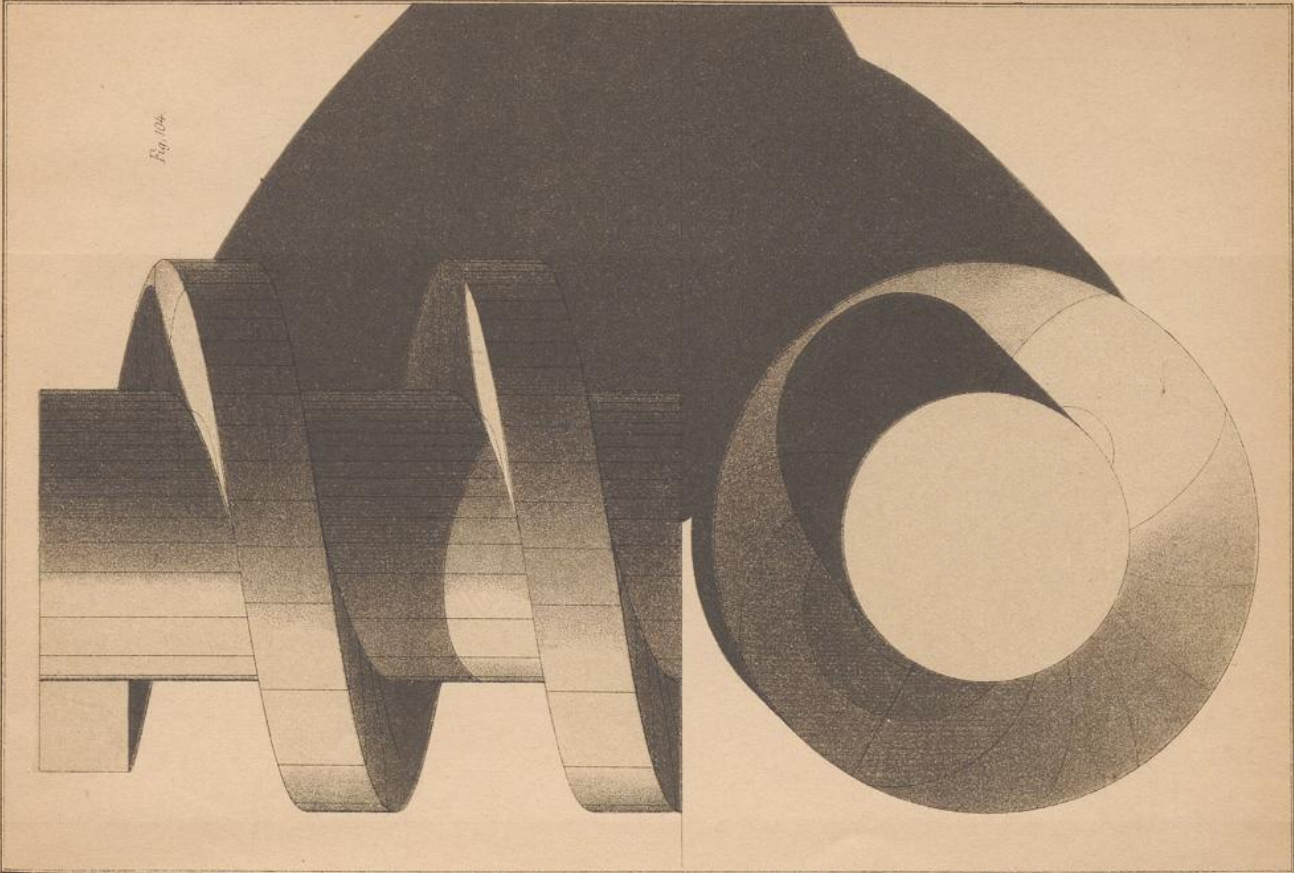


Fig. 104



Lith. v. Ch. Bischof in St. Gallen.

Des ganzen Werkes 5. Heft.

Gez. v. G. Delabar.

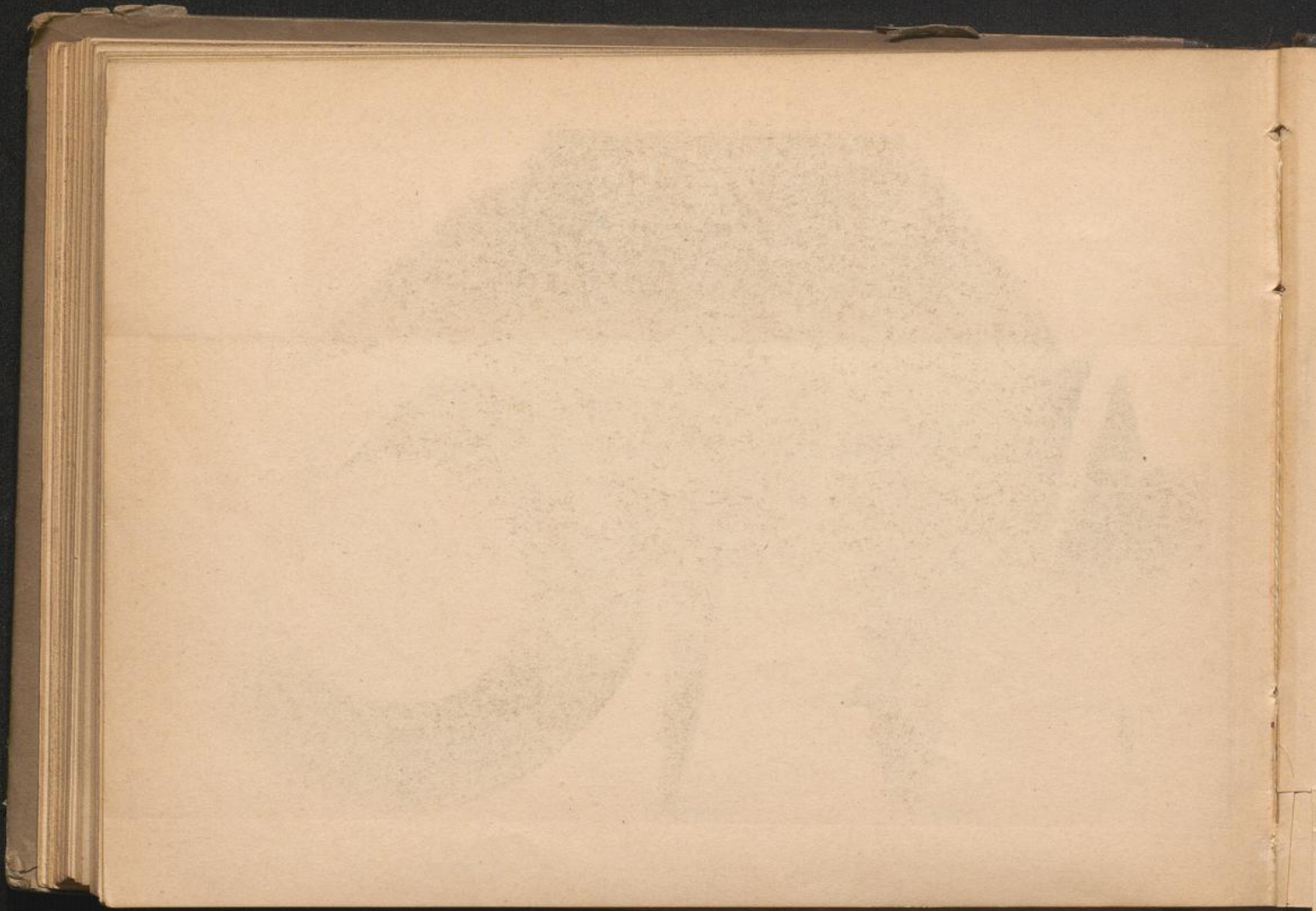
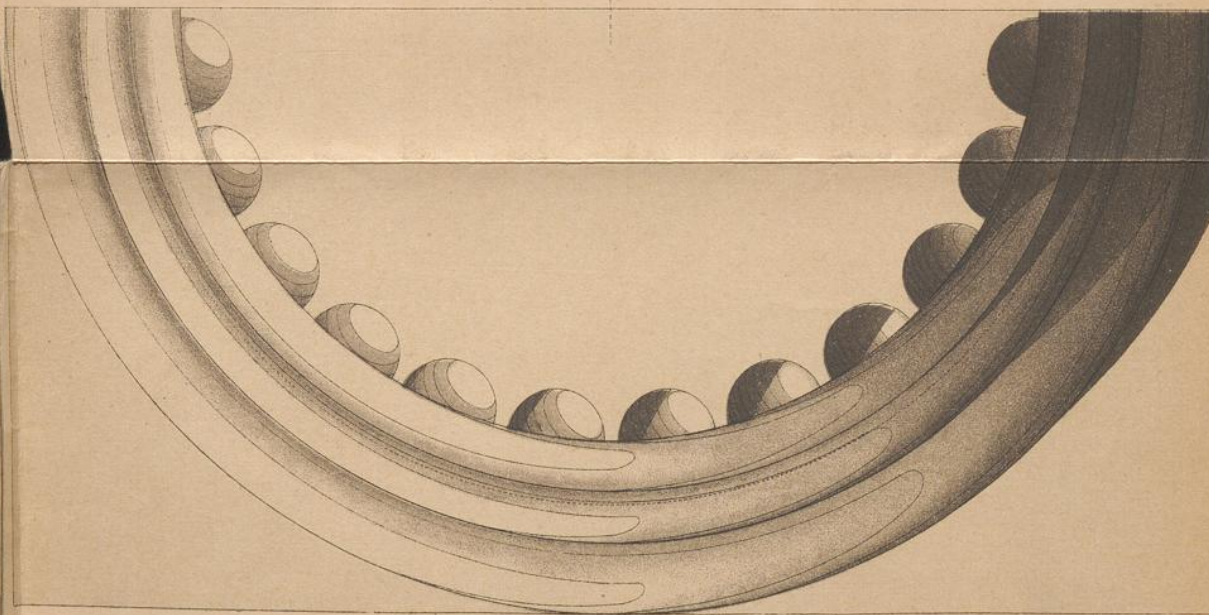
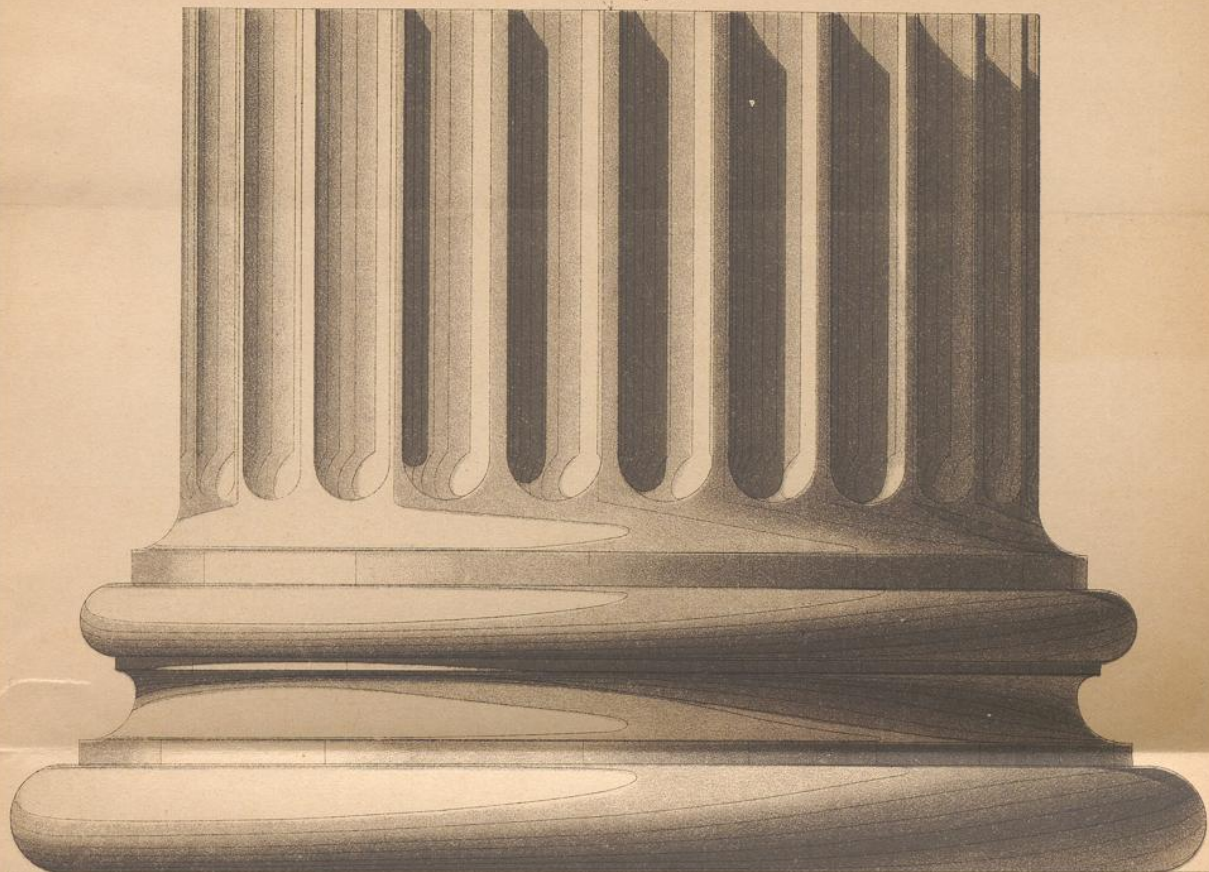
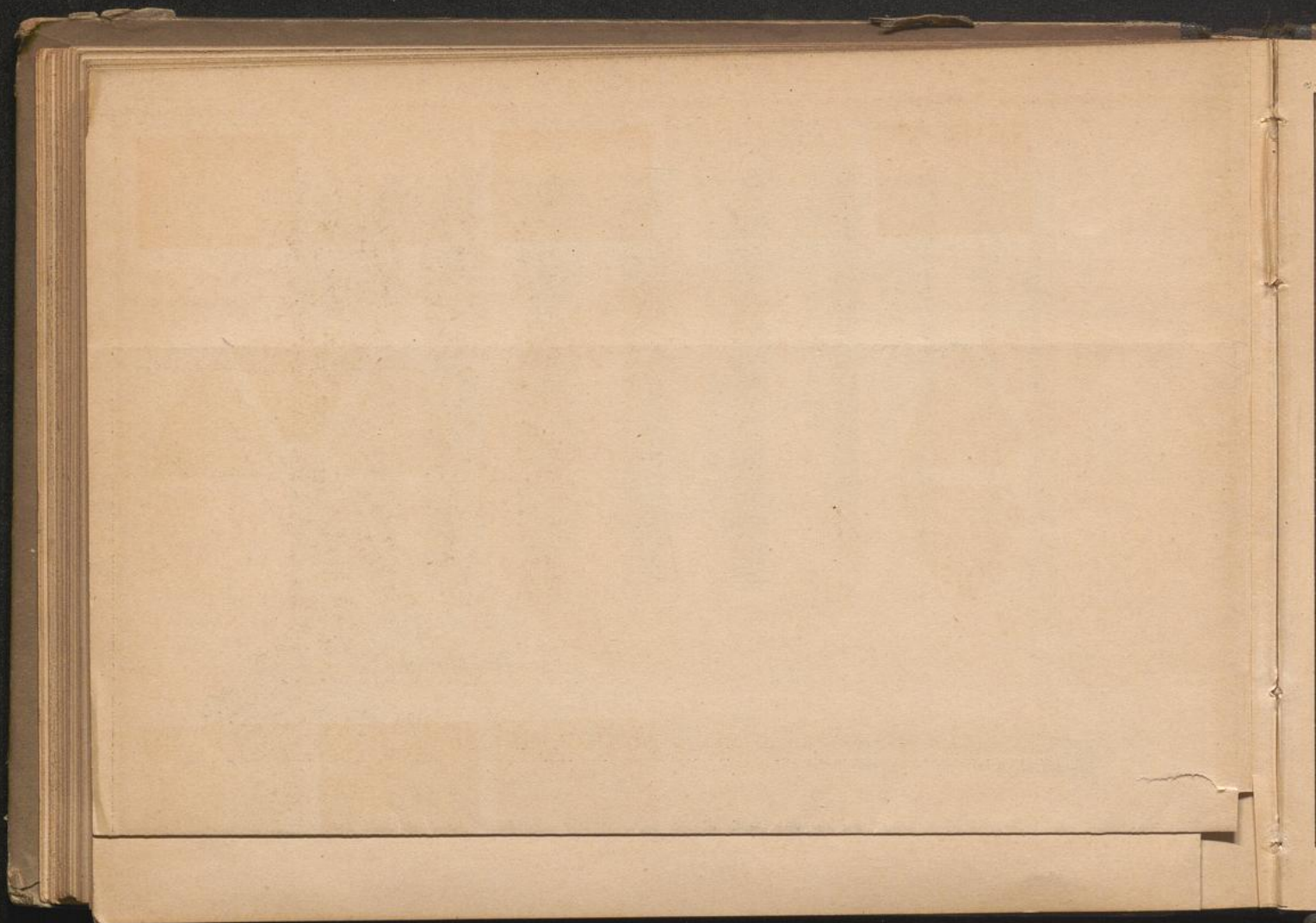


Fig. 105.





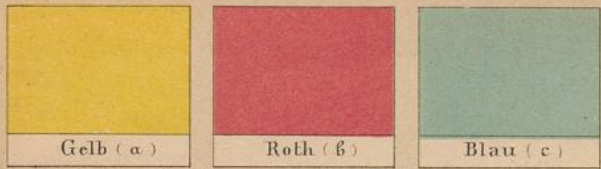


Fig. 106. Grundfarben (primäre Farben)



Fig. 108. Ergänzungsfarben (sekundäre Farben)

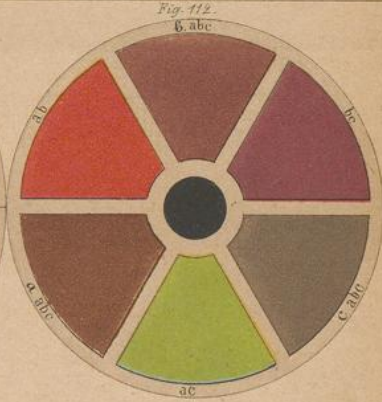
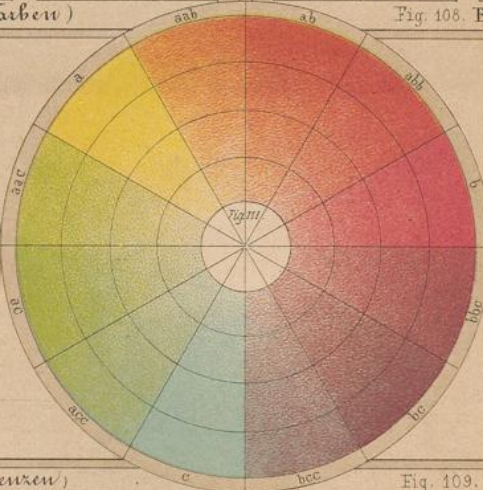
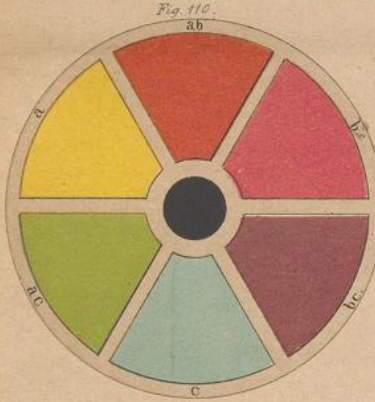


Fig. 107. Neutrale Farben (Farbengrenzen)

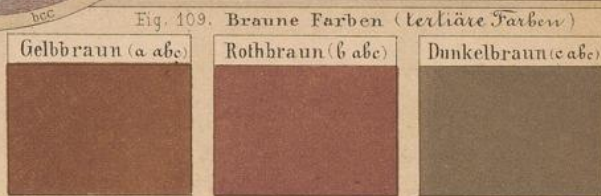
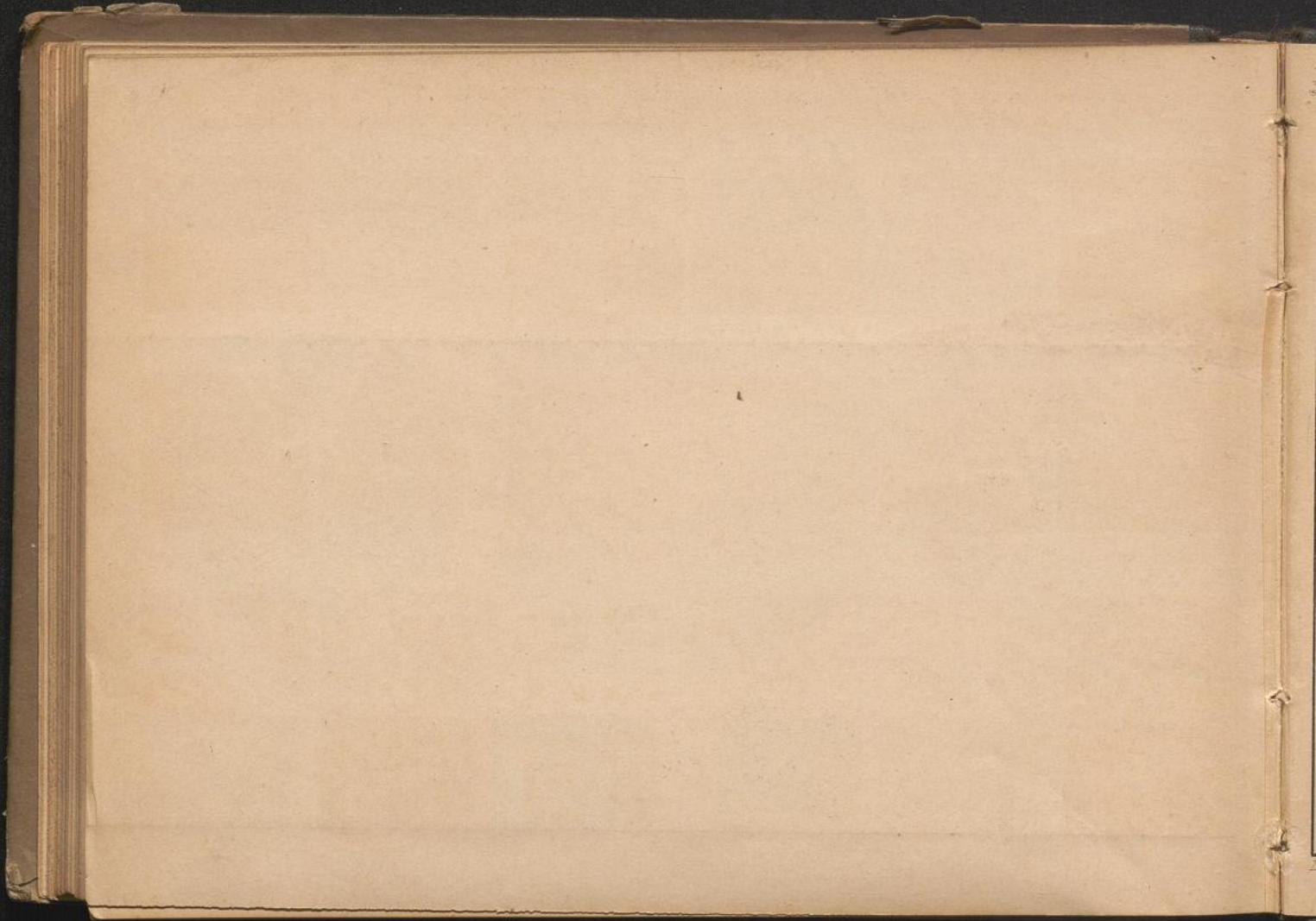


Fig. 109. Braune Farben (tertiäre Farben)

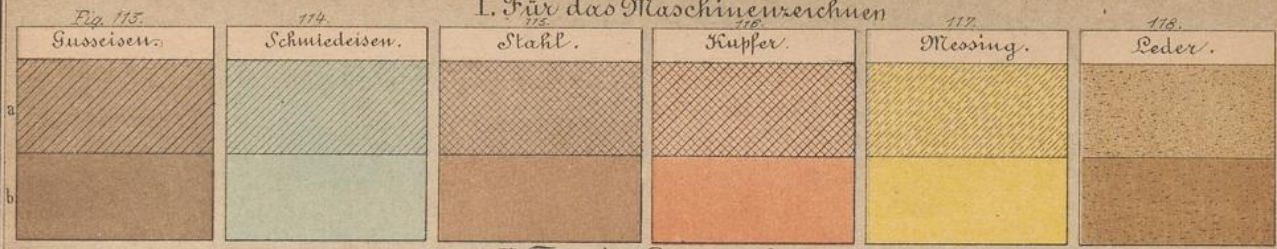
Lith. v. Chr. Bischof in St. Gallen.

Des ganzen Werkes V. Heft.

Gez. n. G. Delabor.



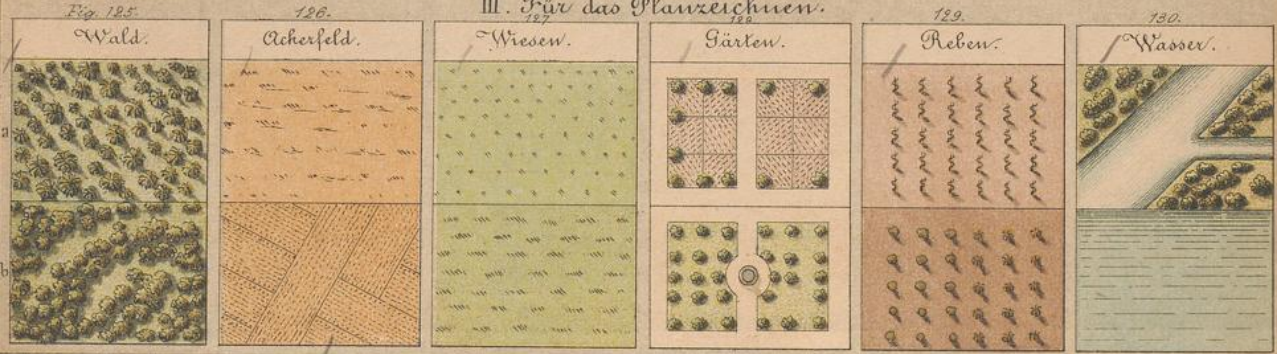
I. Für das Maschinenzeichnen



II. Für das Bauzeichnen.



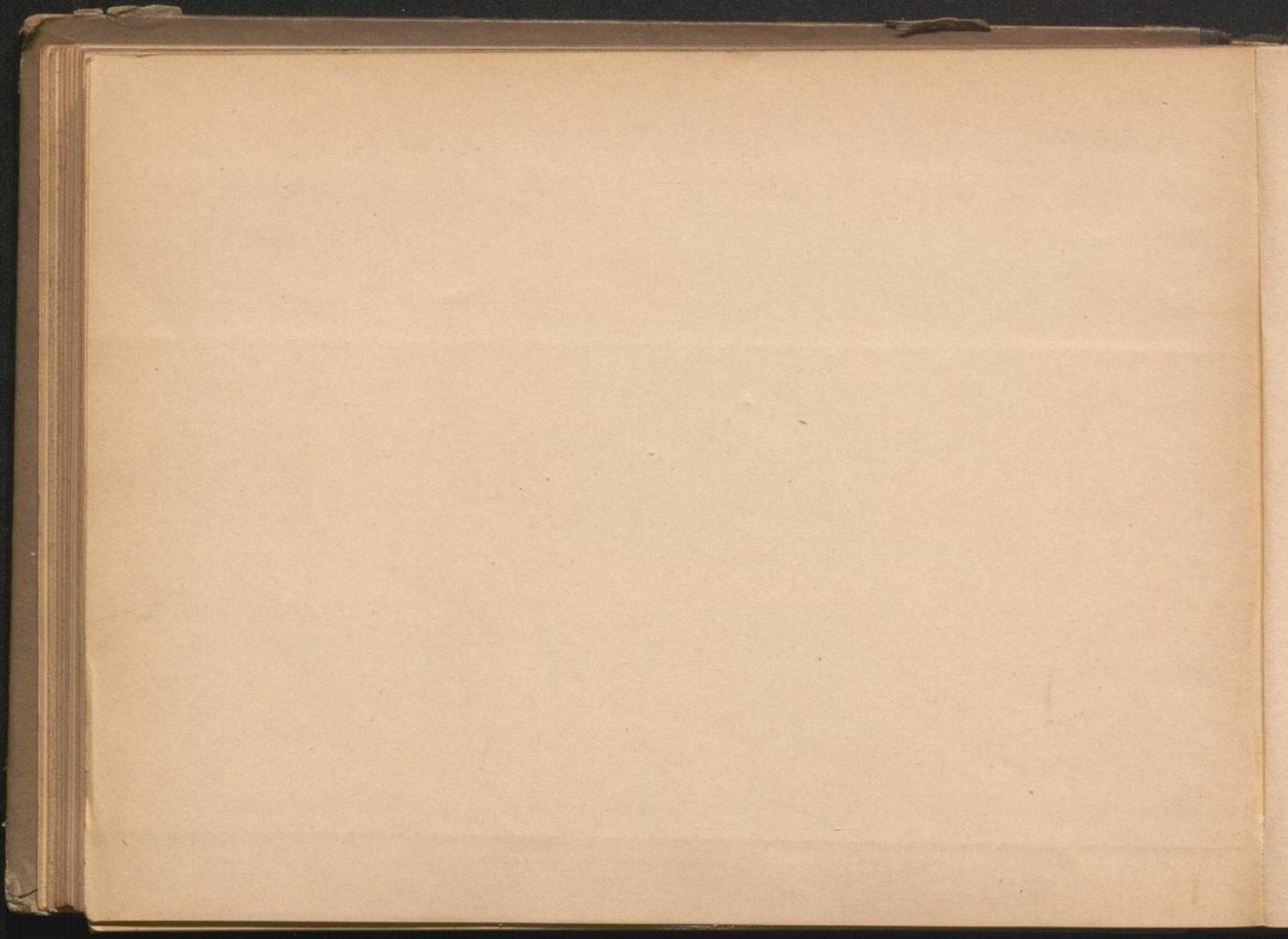
III. Für das Planzeichnen.

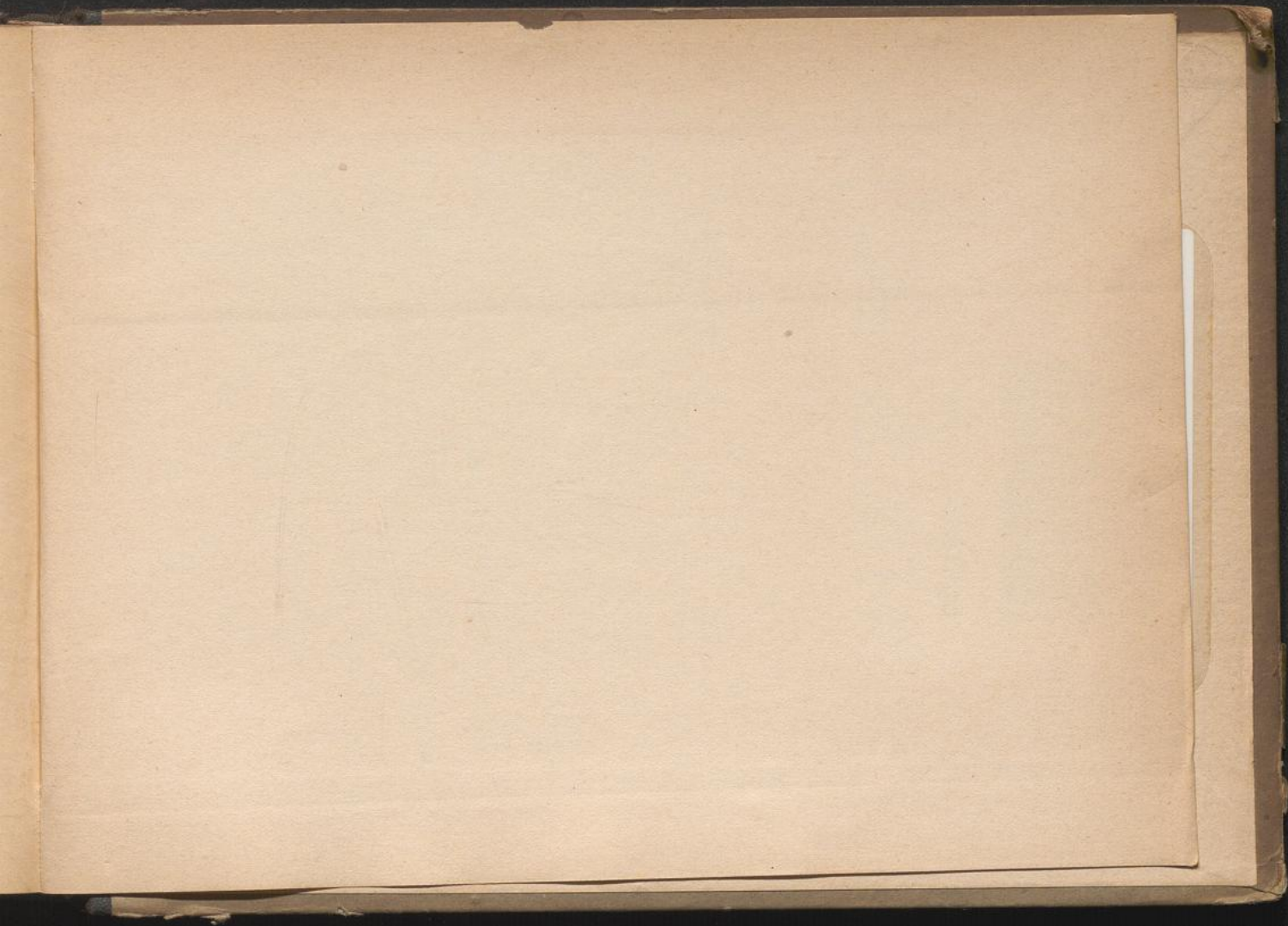


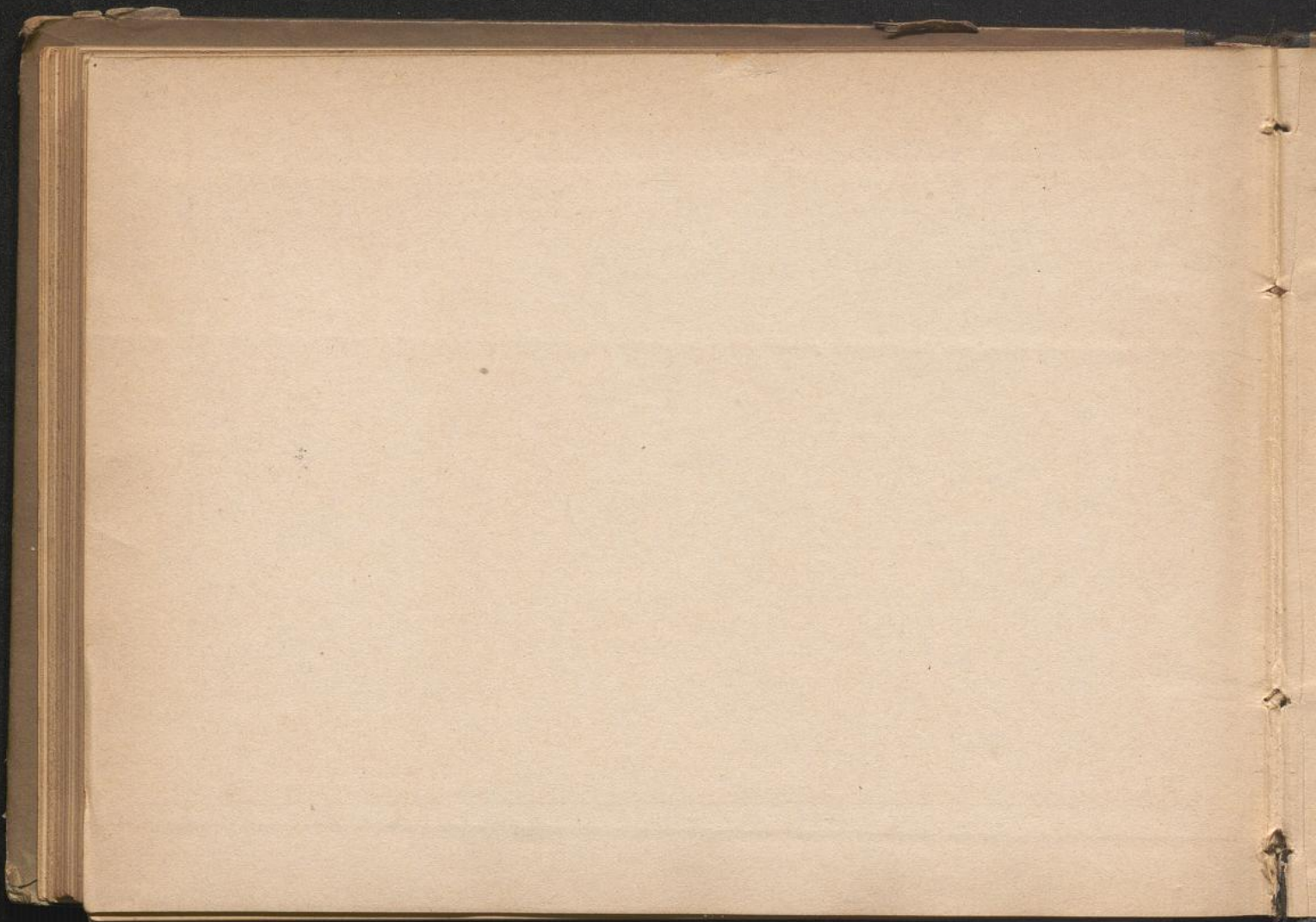
Lith. v. Th. Bischof in St. Gallen.

Des ganzen Werkes V. Heft.

Gez. v. G. Delabar.







UB Paderborn



03 K1897

In der Herderschen Verlagshandlung zu Freiburg im Breisgau ist erschienen und durch alle Buchhandlungen zu beziehen:

Delabar, G., Anleitung zum Linearzeichnen, mit besonderer Berücksichtigung des gewerblichen und technischen Zeichnens. Quer-8°.

1. Heft: **Das geometrische Linearzeichnen.** Vierte, durchgesehene Auflage. (VIII u. 62 S. Text u. 143 Figuren auf 20 lithographierten Zeichnungstafeln.) Geb. M. 2.
2. Heft: **Die Elemente der darstellenden Geometrie.** Dritte, durchgesehene Auflage. (VIII u. 82 S. Text u. 100 Figuren auf 20 lithographierten Tafeln.) Geb. M. 2.20.
3. Heft: **Die weitere Ausführung der rechtwinkligen Projektionsart** nebst einem Anhang über die projektivischen Verwandtschaften der neuern Geometrie und insbesondere über die centrische Collineation und Affinität. Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Neuer, revidierter Abdruck der Tafeln. (X u. 222 S. Text u. 183 Figuren auf 40 lithographierten Zeichnungstafeln.) Geb. M. 5.
4. Heft: **Die Polar- und Parallelperspektive.** Neuer, revidierter Abdruck von Text und Tafeln. (VI u. 168 S. Text mit 225 Figuren auf 32 lithographierten Zeichnungstafeln und 25 Holzschnitten.) Geb. M. 4.
5. Heft: **Die Lehre von der Beleuchtung und Schattierung.** Mit einem Anhang: **Das Wichtigste aus der Farbenlehre.** Neuer, revidierter Abdruck von Text und Tafeln. (VI u. 124 S. Text mit 130 Figuren auf 34 lithographierten Tafeln und 2 Holzschnitten.)
Apart: **Die Farbenlehre.** Mit 25 Figuren auf 2 lithographierten Farbentafeln und 2 Holzschnitten. (28 S. Text.) Geb. M. 2.40.
6. Heft: **Die Säulenordnungen und das Wichtigste über Bauentwürfe etc.** Zweite, verbesserte Auflage. (VI u. 88 S. Text mit 79 Figuren auf 28 lithographierten Tafeln und 5 Holzschnitten.) Geb. M. 2.80.
7. Heft: **Die wichtigsten Steinkonstruktionen.** (VIII u. 100 S. Text mit 220 Figuren auf 28 lithographierten Tafeln und 12 Holzschnitten.) Geb. M. 4.80.
8. Heft: **Die wichtigsten Holzkonstruktionen mit** d... u. 88 S.
Text mit 270 Figuren auf 44 lithographierten Blättern.) Geb. M. 5.40. igedruckten
9. Heft: **Die wichtigsten Eisenkonstruktionen mit** u. 88 S. Text
und 300 Figuren auf 48 lithographierten Ze... M. 6.
10. Heft: **Die wichtigsten Maschinenelemente.** Ne... Text mit
290 Figuren auf 28 lithographierten Tafeln.) Geb. M. 5.



GHP: 03 K1897

Hiermit ist das Werk vorerst abgeschlossen.

Das erste Heft enthält das geometrische, Heft 2—5 das projektive, Heft 6—10 das gewerblich-technische Zeichnen.

P
03

Deiabar, 5. Jhft.: Die Lehre u

232

A IV

D 2

K
1897